পদার্থবিজ্ঞানের ভূমিকা

ড. সূর্যেন্দুবিকাশ করমহাপাত্র

ড. সুনীলকুমার সিংহ

ড. নিতাই মুখোপাধ্যায়

পদার্থ বিজ্ঞানের ভূমিকা

পশ্চিমবঙ্গ উচ্চ-মাধ্যমিক শিক্ষা-সংসদ কর্তৃক প্রবর্তিত নূতন
পাঠ্যক্রম অনুসারে একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণীর জন্য লিখিত

[প্রথম খণ্ড—প্রথম পত্র]

ডঃ সূর্যেন্দুবিকাশ করমহাপাত্র, এম. এসসি., পি. আর. এস., পি-এইচ. ডি.
অ্যাসোসিয়েট প্রোফেসার, সাহা ইন্সটিটিউট অব নিউক্লিয়ার ফিজিক্স, কলিকাতা

ডঃ সুনীলকুমার সিংহ, এম. এসসি., পি. আর. এস., পি-এইচ. ডি.,
রীডার, সাহা ইন্সটিটিউট অব নিউক্লিয়ার ফিজিক্স, কলিকাতা

ডঃ নিতাই মুখোপাধ্যায়, এম. এসসি., পি-এইচ. ডি. (লণ্ডন), ডি. আই. সি.
অ্যাসিস্টেন্ট প্রোফেসার, প্রেসিডেন্সী কলেজ, কলিকাতা

ওরিয়েন্টাল বুক কোম্পানী
৫৬ সূর্য সেন স্ট্রীট, কলিকাতা-৭০০০০৯

প্রথম প্রকাশ
সেপ্টেম্বর, ১৯৭৬

প্রকাশক
শ্রীরূপেশচন্দ্র ভট্টাচার্য, বি. এ.
ওরিয়েন্টাল বুক কোম্পানী
৫৬, সূর্য সেন স্ট্রীট, কলিকাতা-৯

মুদ্রক
শ্রীসুকুমার চৌধুরী
ঝর্ণা প্রিন্টিং ওয়ার্কস
৬৩-এ, তারক প্রামাণিক রোড, কলিকাতা-৬

মূল্য—প্রথম খণ্ড : দশ টাকা
দ্বিতীয় খণ্ড : বারো টাকা
দুই খণ্ড একত্রে : বাইশ টাকা

কেন্দ্রীয় সরকারের আনুকূল্যে সুলভ মূল্যে প্রাপ্ত কাগজে মুদ্রিত।

ভূমিকা

পশ্চিমবঙ্গ উচ্চ-মাধ্যমিক শিক্ষা সংসদ কর্তৃক নব-প্রবর্তিত উচ্চ-মাধ্যমিক পাঠ্যক্রম (সিলেবাস) অনুসারে একাদশ ও দ্বাদশ শ্রেণীর উপযোগী করিয়া এই পুস্তকখানি রচিত হইল। ইহাতে নূতন পাঠ্যক্রমের লক্ষ্য ও উদ্দেশ্য যাহাতে যথাযথ ভাবে পূর্ণ হয় তাহার প্রতি দৃষ্টি রাখিয়া বিভিন্ন বিষয় আলোচিত হইয়াছে। গণিতের সাহায্য যতদূর সম্ভব কম লইয়া অতি সহজ ভাষায় পদার্থবিজ্ঞানের নানা দুরূহ তত্ত্বের উপস্থাপনা ও ব্যাখ্যা করা হইয়াছে এবং প্রয়োজনীয় চিত্রাদি সহযোগে সহজভাবে বিষয়বস্তুর ধারণা ছাত্রদের বোধগম্য করিবার চেষ্টা করা হইয়াছে।

পুস্তকখানির বিভিন্ন অংশ আমরা নিম্নরূপ একক ও মিলিতভাবে প্রণয়ন করিয়াছি। পৃথকভাবে লিখিত অংশগুলি যাহাতে পরস্পর সঙ্গতিপূর্ণ হয় তদুদ্দেশ্যে আমরা মিলিতভাবে আলোচনাক্রমে প্রয়োজনীয় পরিবর্তন ও পরিবর্ধন করিয়াছি।

সূর্যেন্দুবিকাশ কর মহাপাত্র : **বলবিদ্যা ও তাপ**

সুনীলকুমার সিংহ : **পদার্থের সাধারণ ধর্ম, কম্পন ও তরঙ্গ এবং চুম্বকতত্ত্ব**

নিতাই মুখোপাধ্যায় : **আলোকবিজ্ঞান, স্থিতীয় বিদ্যুৎ ও চলবিদ্যুৎ**

মিলিতভাবে তিনজন গ্রন্থকার কর্তৃক রচিত : **আধুনিক পদার্থবিজ্ঞান**

এই পুস্তক রচনায় যে সকল দেশী ও বিদেশী পুস্তকের সাহায্য লওয়া হইয়াছে, সেইসকল পুস্তকের প্রণেতাদের নিকট আমরা কৃতজ্ঞ।

পরিশেষে ইহাই নিবেদন যে, পাঠ্যসূচীর উদ্দেশ্য বজায় রাখিয়া নূতন দৃষ্টিভঙ্গীতে আমরা পুস্তকখানি রচনার চেষ্টা করিয়াছি। এই উদ্যম ছাত্র ও শিক্ষকগণ কর্তৃক সমাদৃত হইলে আমাদের শ্রম সার্থক হইবে।

গ্রন্থকারগণ

প্রথম খণ্ডের অন্তর্ভুক্ত বিষয় সমূহ :

(1) বলবিদ্যা (Mechanics), (2) পদার্থের সাধারণ ধর্ম (General Properties of Matter), (3) তাপ (Heat), (5) কম্পন ও তরঙ্গ (Vibrations and Waves).

দ্বিতীয় খণ্ডের অন্তর্ভুক্ত বিষয়সমূহ :

(4) আলোকবিজ্ঞান (Optics), (6) চুম্বকতত্ত্ব (Magnetism), (7) স্থিতীয় বিদ্যুৎ (Electrostatics) , (8) চলবিদ্যুৎ (Current Electricity), (9) আধুনিক পদার্থবিজ্ঞান (Modern Physics)

সূচীপত্র

প্রথম খণ্ড—প্রথম পত্র

1. বলবিদ্যা (Mechanics)

প্রথম অধ্যায় : গতিবিদ্যা (Dynamics) 1—14

স্থিতি ও গতি, জড়ফ্রেম, গতিবেগ, ত্বরণ, ঋজুরেখ গতি, ভরবেগ

দ্বিতীয় অধ্যায় : স্কেলার ও ভেক্টর (Scalars and Vectors) 15—23

স্কেলার ও ভেক্টর, ভেক্টর রাশির যোগ ও বিয়োগ, ভেক্টর বিশ্লেষণ, লব্ধি ভেক্টর আপেক্ষিক গতিবেগ ও আপেক্ষিক ত্বরণ

তৃতীয় অধ্যায় : রৈখিক গতি (Linear Motion) 24—34

নিউটনের গতিসূত্র, স্থিতিজাড্য, গতিজাড্য, বল, রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা, ঘর্ষণ

চতুর্থ অধ্যায় : স্থিতিবিদ্যা (Statics) 35—37

ভরের ভ্রামক, দৃঢ় বস্তুর উপর একাধিক বলের লব্ধি, বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল, বস্তুর সাম্যাবস্থা

পঞ্চম অধ্যায় : বৃত্তীয় গতি (Circular Motion) 38—53

বৃত্তীয় গতি, সুষম বৃত্তীয় গতি, বলের ভ্রামক, দ্বন্দ্বের ভ্রামক বা টর্ক, জড়তা ভ্রামক, অভিকেন্দ্র বল ও অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া, রৈখিক গতি ও আবর্তন গতির তুলনা

ষষ্ঠ অধ্যায় : কার্য, শক্তি ও ক্ষমতা 54—66

কার্য, কার্যের একক, ক্ষমতা, শক্তি, যান্ত্রিক শক্তি, স্থৈতিক শক্তি ও গতীয় শক্তি, শক্তির নিত্যতা, শক্তির রূপান্তর

2. পদার্থের সাধারণ ধর্ম (General Properties of Matter)

প্রথম অধ্যায় : মহাকর্ষ (Gravitation) 67—88

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র, নিউটনের মহাকর্ষ ধ্রুবক, মহাকর্ষীয় আকর্ষণ, পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ (অভিকর্ষ), বস্তুর অবাধ পতনের নিয়ম, অভিকর্ষজ ত্বরণের মাত্রাভেদ, সরল দোলক, গ্রহ ও উপগ্রহের গতি, কৃত্রিম উপগ্রহ, কৃত্রিম উপগ্রহে ভারশূন্যতা, নিষ্ক্রমণ গতিবেগ

দ্বিতীয় অধ্যায় : পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা (Elastic Properties of Matter) 89—98

বিকৃতি, পীড়ন, স্থিতিস্থাপকতা এবং হুকের সূত্র, স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক, ইয়ঙের গুণাঙ্ক

তৃতীয় অধ্যায় : উদস্থিতি বিজ্ঞান (Hydrostatics) 99—124

ঘনত্ব ও আপেক্ষিক ঘনত্ব, প্রবহণশীল পদার্থে চাপ : উদস্থৈতিক চাপ, প্রবহণশীল পদার্থে চাপের সঞ্চালন, আর্কিমিডিসের সূত্র, বায়ুর চাপ, সাইফন, ভ্যাকুয়াম পাম্প, চাপউৎপাদক পাম্প, জল উত্তোলক পাম্প, পৃষ্ঠ-টান, তরলের বক্র উপরিতলে চাপ, তরল ও বায়বীয় পদার্থে প্রবাহ, সান্দ্রতা, সরল প্রবাহ এবং বিক্ষুব্ধ প্রবাহ

3. তাপ (**Heat**)

প্রথম অধ্যায় : তাপ ও তাপমাত্রা (পুনরালোচনা) (Heat and Temperature) 125—156

তাপ ও তাপমাত্রা, কঠিন পদার্থের তাপীয় প্রসারণ, রৈখিক প্রসারণ, রৈখিক প্রসারণের গুণাঙ্ক, পৃষ্ঠপ্রসারণ গুণাঙ্ক, ঘনকীয় আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক, কঠিন পদার্থের প্রসারণের প্রয়োগ, ঘড়ির দোলকে প্রসারণজনিত ক্ষতিপূরণ, কঠিন পদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় পদ্ধতি, তরল পদার্থের প্রসারণ, গুণাঙ্ক, তাপমাত্রার সহিত ঘনত্বের পরিবর্তন, তরল পদার্থের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয়, বাস্তব প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয়, জলের অসাধারণ প্রসারণ, বায়বীয় পদার্থের তাপীয় প্রসারণ, বয়েলের নিয়ম, চার্লসের নিয়ম, স্থির চাপে নির্ণয় পদ্ধতি, স্থির আয়তনে নির্ণয় পদ্ধতি, পরমশূন্য তাপমাত্রা ও উহার স্কেল, বায়ব পদার্থের চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রার সম্পর্ক. বায়ব নিত্যসংখ্যার মান

দ্বিতীয় অধ্যায় : ক্যালোরিমিতি (Calorimetry) 157—164

তাপের পরিমাণ, তাপের একক, তাপের পরিমাপ, আপেক্ষিক তাপ, তাপীয় সামর্থ্য, জলতুল্যমূল্য, ক্যালোরিমিটারের জলতুল্যমূল্য

তৃতীয় অধ্যায় : অবস্থার পরিবর্তন (Change of State) 165—188

গলনের লীনতাপ, বস্তুর গলন তাপ, বাষ্পীভবনের তাপ, লীনতাপ নির্ণয়ের পদ্ধতি, বাষ্পীভবন ও স্ফুটন, বাষ্পীভবন জনিত শীতলতা, হিমায়ন, গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব, গলনাঙ্ক, হিমাঙ্ক, অবস্থার পরিবর্তনে লক্ষণীয় প্রতিক্রিয়া, বাষ্পচাপ, সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্পচাপ, বাষ্পের মিশ্রণ, সন্ধি তাপমাত্রা, বাষ্পচাপ ও স্ফুটন, শিশিরাঙ্ক, আপেক্ষিক আর্দ্রতা, আর্দ্রতা ও শুষ্কতা, মেঘ, বৃষ্টি, কুয়াশা, হাইড্রোমিতি

চতুর্থ অধ্যায় : তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য (Water Equivalent of Heat). 189—193

তাপগতিবিদ্যার নিয়ম, J নির্ণয় পদ্ধতি, বায়ব পদার্থের রুদ্ধতাপ ও মুক্ততাপ প্রসারণ, T ও P এর সম্পর্ক

পঞ্চম অধ্যায় : বায়ব পদার্থের গতীয় তত্ত্ব (Kinetic Theory of Gases) 194—197

পদার্থের অণু ও বিশৃঙ্খল গতি, ব্রাউনীয় গতি

ষষ্ঠ অধ্যায়ঃ তাপ সঞ্চালন (Transmission of Heat) 198—208

তাপ কীভাবে সঞ্চালিত হয়? ভাল ও মন্দ তাপ পরিবাহী, তাপীয় পরিবাহিতা, ডেভীর নিরাপদ বাতি, পরিচলন প্রবাহ, সমুদ্রবায়ু ও স্থলবায়ু, মৌসুমী বায়ু ও বাণিজ্যবায়ু, বিকিরণ, বিকিরণশীল শক্তি, কৃষ্ণদেহ, ষ্টিফেনের নিয়ম, ফেরির পাইরোমিটার

5. কম্পন ও তরঙ্গ (Vibrations and Waves)

প্রথম অধ্যায়ঃ কম্পন (Vibrations) 209—225

কম্পন, পর্যায়বৃত্ত কম্পন ও ইহাদের বিশেষত্ব, সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন, পর্যায়, কম্পনাঙ্ক, বিস্তার, অবস্থান, গতিবেগ, ত্বরণ, কম্পনাবস্থা, সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের শক্তি, ক্ষয়িষ্ণু কম্পন, নিয়ন্ত্রিত কম্পন ও অনুনাদ কম্পন, কম্পনের প্রকারভেদ

দ্বিতীয় অধ্যায়ঃ তরঙ্গ (Waves) 226—288

তরঙ্গ ও উহার প্রকারভেদ, সরল পর্যায়বৃত্তিক তরঙ্গ ও উহার বিশেষত্ব, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য, তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ, হিগিন্‌সের নীতি, তরঙ্গের প্রক্ষেপণ, প্রবাহী তরঙ্গ ও স্থাণু তরঙ্গ, দীর্ঘ তারের কম্পন, তারের কম্পনে সীমাসর্ত, বায়ুস্তম্ভের কম্পন, বায়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্যতরঙ্গ, তরঙ্গের ইণ্টার-ফেয়ারেন্স, অধিকম্প, ডপ্‌লার এফেক্ট, ছদন, শব্দতরঙ্গ, শব্দের উৎস, স্বরসমৃদ্ধ ও স্বরবর্জিত শব্দ সংরক্ষণ, আলোকের তরঙ্গগতি, আলোক তরঙ্গের প্রক্ষেপণ, আলোকতরঙ্গের ছদন, রেখা আলোক-বিজ্ঞান।

পদার্থের সাধারণ ধর্ম বিষয়ক প্রশ্নাবলীর উত্তর 289

কম্পন ও তরঙ্গ বিষয়ক প্রশ্নাবলীর উত্তর 289

অতিরিক্ত উদাহরণ ও উত্তরসহ প্রশ্নাবলী 290

একক (পুনরালোচনা)

কোন ভৌত পরিমাণের পরিমাপ করিতে একই রকমের নির্দিষ্ট ও সুবিধাজনক পরিমাণের মান ব্যবহার করা হয় এবং এই মাপের আপেক্ষিকে পরিমাপ লওয়া হয়। এই মানকে **একক** (unit) বলে। আমরা যখন বলি যে, একটি কাঠির দৈর্ঘ্য 5 ফুট, উহার অর্থ হইল 1 ফুট এককের মাপের উহা পাঁচগুণ।

দৈর্ঘ্য, ভর ও সময়—ইহাদের একক **প্রাথমিক একক** (Fundamental unit)। অন্যান্য পরিমাপের একক প্রাথমিক একক হইতে উদ্ভূত বলিয়া উহাদের **লব্ধ একক** (Derived unit) বলে।

প্রাথমিক এককের দুইটি পদ্ধতি

1. C. G. S. পদ্ধতি (মেট্রিক পদ্ধতি)
2. F. P. S. পদ্ধতি (ব্রিটিশ পদ্ধতি)

C. G. S পদ্ধতিতে C সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যের জন্য এবং G গ্রাম্ ভরের জন্য, S সেকেণ্ড সময়ের জন্য—এই সাঙ্কেতিক অক্ষর প্রাথমিক একক ব্যবহৃত হয়।

F. P. S. পদ্ধতিতে F ফুট, দৈর্ঘ্য, ভরের জন্য পাউণ্ড P ও সময়ের জন্য সেকেণ্ড S প্রাথমিক একক ব্যবহৃত হয়।

দৈর্ঘ্যের মেট্রিক সারণী

1 মিলিমিটার $= \frac{1}{1000}$ মিটার	1mm=0·001m
10 মিলিমিটার =1 সে. মি.	1cm=0·01m
10 সে. মি. =1 ডেসিমিটার	1dm=0.1m
10 ডে. মি. =1 মিটার (1m)	1Dm=10m
10 মিটার =1 ডেকামিটার	
10 ডেকামিটার=1 হেক্টোমিটার	1Hm=100m
10 হেক্টোমিটার=1 কিলোমিটার	1Km=1000m.

1mm=0·1 cm=0·01 dm=0·001 metre.

দৈর্ঘ্যের ব্রিটিশ পদ্ধতির সারণী

1 Mil=10^{-3} inches	220 yards=1 furlong
12 inches=12″=1 foot (ft)=1′	8 furlongs=1760 yard=1 mile
3 feet=1 yard	6 feet=1 Fathom.

রূপান্তর সারণী

1 metre = 39·37 inches 1 inch = 2·54 cm.

1 Km = 0·621 mile 1 foot = 30·48 cm.

1 mile = 1·609 Km

ভরের মেট্রিক সারণী

1 milligram = $\frac{1}{1000}$ gram

10 millligrams = 1 centigram

10 centigrams = 1 decigram

10 decigrams = 1 gram

10 grams = 1 decagram

10 decagram = 1 Hectogram

10 Hectograms = 1 Kilogram.

ভরের ব্রিটিশ সারণী

16 drams = 1 ounce (oz)

16 ounces = 1 pound (lb)

28 Pound = 1 Quarter (qr)

4 Quarters = 1 Hunderdweight (cwt)

20 Hundredweight = 1 Ton (T)

রূপান্তর সারণী

1 Kg = 2·205 lb.

1 Ounce = 28·35 gm

1 Ton (T) = 20 × 4 × 28 = 2240 lbs.

1 Pound (lb) = 453·6 gm = 0.4636 Kgm

সময়ের একক : C. G. S ও F. P. S উভয় পদ্ধতিতেই গড় সৌর সেকেণ্ড সময়ের একক।

গড় সৌরদিন = 24 ঘণ্টা, 1 ঘণ্টা = 60 মিনিট 1 মিনিট = 60 সেকেণ্ড। গড় সৌরদিন = 24 × 60 × 60 = 86400 গড় সৌর সেকেণ্ড।

M. K. S একক

এই পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য, ভর ও সময়ের একক যথাক্রমে মিটার, কিলোগ্রাম ও সেকেণ্ড।

1 | বলবিদ্যা
(Mechanics)

প্রথম অধ্যায়
গতিবিদ্যা (Dynamics)

[**Syllabus :** Particle Dynamics : Rest and motion, reference frame, displacement, velocity and acceleration, momentum, kinematical equations (in one dimension), elementary problems.]

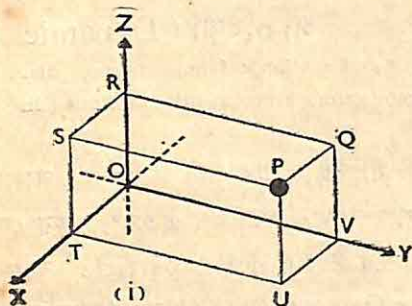
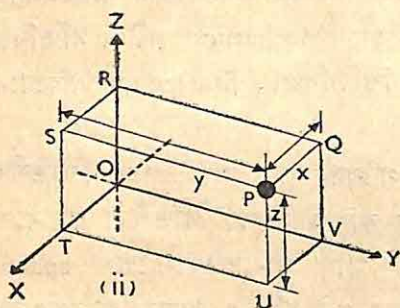
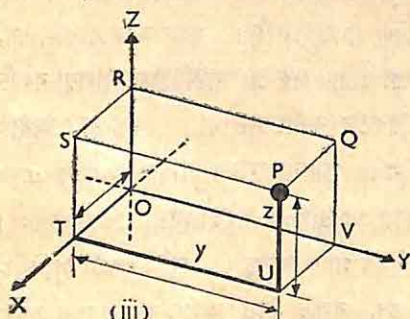
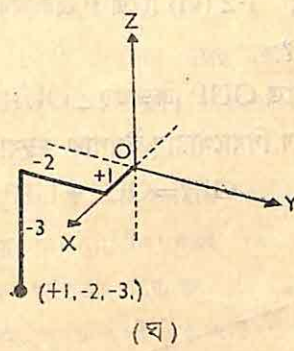
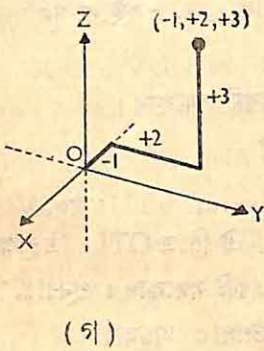
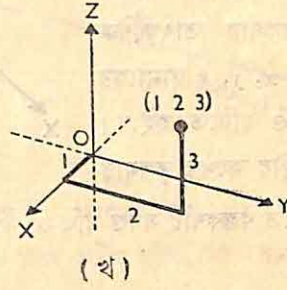
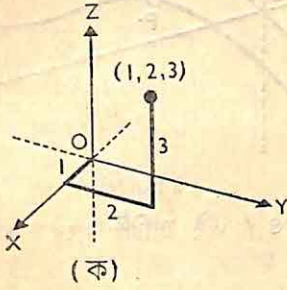
1·1. স্থিতি ও গতি ঃ পদার্থের একটি সীমিত অংশকে **বস্তু** (body) বলে ; বস্তুর নির্দিষ্ট আকার ও আয়তন আছে। পদার্থের কোন অংশ যদি এতই ক্ষুদ্র হয় যে, উহার বিভিন্ন অংশের দূরত্ব নগণ্য হইয়া পড়ে, তবে উহাকে **কণা** (particle) বলে। উহার অবস্থান নির্ণয় করা যায়, কিন্তু জ্যামিতিক বিন্দুর মত উহার কোন আয়তন নাই। বস্তু বা কণার গতিকে কেন্দ্র করিয়া বলবিদ্যার (Mechanics) অধীনে **গতিবিদ্যা** (Dynamics) ও উহাদের স্থিতি সম্পর্কীয় **স্থিতিবিদ্যা** (Statics) পদার্থবিজ্ঞানের মৌলিক বিষয় হইয়া উঠিয়াছে।

কোন বস্তু সময়ের সহিত উহার অবস্থান পরিবর্তন না করিলে উহাকে **স্থিতিশীল বস্তু** এবং সময়ের সহিত অবস্থান পরিবর্তন করিলে উহাকে **গতিশীল বস্তু** বলে। কোন বস্তু অবস্থান পরিবর্তন করিতেছে কি না তাহা জানিতে হইলে দেশে (space) পরম (absolute) স্থির একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর পরিপ্রেক্ষিতে উহাকে পর্যবেক্ষণ করা প্রয়োজন। কিন্তু বিশ্বে এরকম পরমস্থির বিন্দু কিছুই নাই। যখন আমরা বলি যে, একটি বল মাঠে স্থির হইয়া আছে, তখন আমরা ধরিয়া লই যে মাঠটি স্থির বলিয়া বলটি মাঠের তুলনায় তাহার নিজের অবস্থান পরিবর্তন করিতেছে না। কিন্তু মাঠ অর্থাৎ পৃথিবীপৃষ্ঠ তো স্থির নহে—উহা সর্বদাই গতিশীল। পৃথিবী সূর্যের চারিদিকে ঘুরে এবং নিজের অক্ষকেও আবর্তন করে। সূর্যও তাহার গ্রহগুলিকে লইয়া ছায়াপথে গতিশীল। আবার ছায়াপথগুলিরও পরস্পরের মধ্যে আপেক্ষিক গতি আছে। তাই বলটি পৃথিবী-পৃষ্ঠে এইসব গতির প্রভাবে স্থির নহে। তবু, বলটি স্থির আছে বলার অর্থ হইল পৃথিবীর তুলনায় উহা অবস্থান পরিবর্তন করে না। উহা আপেক্ষিকভাবে স্থির মাত্র। ট্রেনের কোন যাত্রীকে অন্যান্য সহযাত্রীদের তুলনায় স্থির মনে হইতে পারে—কার্যত ট্রেনের গতির সহিত ট্রেনের সেই যাত্রীও গতিশীল। একঝাঁক পাখী যখন আকাশে উড়ে, উহাদের পরস্পরের দূরত্ব সমান থাকে বলিয়া উহাদের আপেক্ষিকভাবে স্থির মনে হইলেও উহাদের গতি যে অবিরাম তাহা সহজেই বুঝিতে পারা যায়।

তাই কোন বস্তুর গতিবিধির পরিমাপ করিতে একটি O আপাত পরমস্থির বিন্দুকে সম্বন্ধী বিন্দু (reference point) ধরিয়া এই পরিমাপ করা প্রয়োজন। এরূপ বিন্দু যে দেশে কল্পনা করা যায় তাহাকে **সম্বন্ধী জড়ফ্রেম** (inertial frame of reference) বলে।

1·2. জড়ফ্রেম : বিশ্বে পরমস্থির কোন বিন্দু নাই, তাই অবাধ গতিশীল কোন বস্তুতে এই সম্বন্ধী বিন্দু (reference point) কল্পনা করিলে, স্থিরবিন্দুর (fixed point) কাছাকাছি পৌঁছান যায়। যেমন পৃথিবী একটি গতিশীল বস্তু—উহার গতিও কিন্তু অবাধ নহে। দৈনিক ও বার্ষিক আবর্তনে উহার গতির ইতরবিশেষ আছে। তাছাড়া উহা যে ফ্রেমে আবদ্ধ, উহাও গতিশীল। তবে পৃথিবীর আবর্তনে গতির পরিবর্তন এতই কম যে, আমরা যে কোন ভৌতিক পরীক্ষার জন্য পৃথিবীকে জড়ফ্রেম ধরিয়া অন্যান্য বস্তুর গতিবিধি মাপিলে বিশেষ ভুল হয় না। তাই পৃথিবীকে আমরা কাজ চলার মত আপাত জড়ফ্রেম ধরিয়া লইতে পারি। অবশ্য মনে রাখা প্রয়োজন যে, কোন কোন সূক্ষ্ম পরীক্ষায় খাঁটি জড়ফ্রেম হইতে পার্থিব জড়-ফ্রেমের পার্থক্য বুঝিতে পারা গিয়াছে।

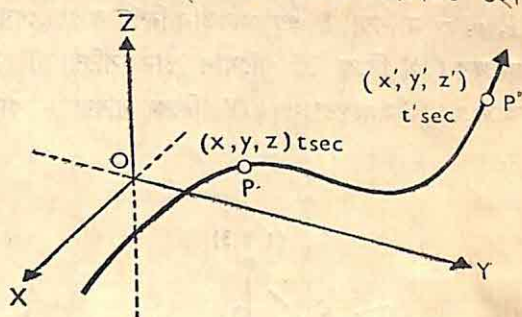
চিত্র 1·2

পৃথিবীকে জড়ফ্রেম ধরিয়া কোন বস্তু বা কণার গতিবিধি পরিমাপ করিতে ও বস্তুকণা একসময়ে যেখানে অবস্থান করে তাহা জানিতে বিভিন্ন পদ্ধতির সাহায্য লওয়া হয়। **কার্টেজীয় পদ্ধতিতে** (Cartesian method) একটি কণার P বিন্দুতে অবস্থান পরিমাপ করিতে 1·2 (*i*) চিত্রের মত একটি ফ্রেম লইতে হয়। উহার মূলবিন্দু (origin) Oর ভিতর দিয়া তিনটি সরলরেখা OX, OY এবং OZ তিনটি অক্ষ (axis) পরস্পর লম্বভাবে লও। উহাদের **কার্টেজীয় অক্ষ** বলে। এখন একটি আয়তাকার বাক্স দুইটি কোণবিন্দু O ও P লইয়া অঙ্কন কর। উহাদের পার্শ্বগুলি অক্ষের সহিত সমান্তরাল। 1-2 (*ii*) চিত্রে P Q R S T U V এবং O ঐ বাক্সের আটটি কোণবিন্দু। এখন আমরা বাক্সটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মাপিয়া P-এর অবস্থান জানিতে

পারি। 1-2 (ii) চিত্রে PQ দৈর্ঘ্য বাক্সটির x স্থানাঙ্ক, PS এর মান y ও উচ্চতা PU z স্থানাঙ্ক হইবে। এখন x, y ও z P অবস্থানের কার্টেজীয় স্থানাঙ্ক। 1·2 (iii) চিত্রে x, y, z মাপিয়া P-এর অবস্থান নির্ণয় করিয়া দেখান হইল। মূলবিন্দু O হইতে X অক্ষের OX দিকে X পরিমাণ স্থান সরিয়া T বিন্দুতে পৌঁছিবে। T হইতে Y অক্ষের OT সমান্তরালে OY দিকে সরিয়া y ব্যবধানে U বিন্দুতে সরিয়া আস।

চিত্র 1·2 (iv)

শেষে OZ অক্ষের সমান্তরালে OZ দিকে z দূরত্বে P অবস্থান পাওয়া যাইবে। 1-2 (iv) চিত্রে x, y ও z এর বিভিন্ন মানের স্থানাঙ্ক অবস্থানের পরিমাপ দেখান হইল। এই মাপ নেগেটিভ্ও হইতে পারে। তীরচিহ্নের দিকে যে পরিমাণ লওয়া হয়, তাহা পজিটিভ্ ও উহার বিপরীত দিকে নেগেটিভ্ হইবে।

এখন দেখিতে পাইতেছ যে, কোন বস্তুকণার অবস্থান জানিতে তিনটি দূরত্ব জানা প্রয়োজন। তাই দেশ (space) ত্রিমাত্রিক (three-dimensional) বলিয়া অভিহিত হয়।

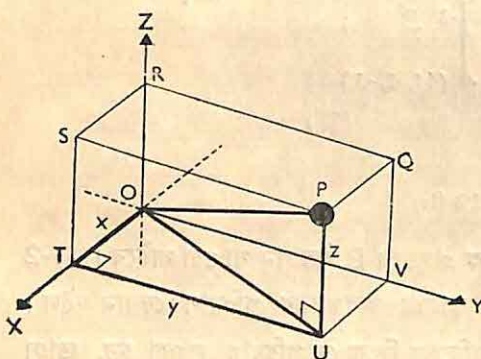
বিশ্বের ধর্মের পুরাপুরি বর্ণনা করিতে সময়ের গতির সহিত স্থানাঙ্ক পরিমাপ করা প্রয়োজন। যেমন পূর্বে আমরা P বিন্দুতে যে বস্তুকণার অবস্থান নির্দেশ করিয়াছি,

তাহা সময়ের সহিত 1-2 (v) চিত্রের মত পথে সরিয়া চলে। যে কোন সময়কে শূন্য সময় ধরিয়া t সেকেণ্ডে, ধর, P এর স্থানাঙ্ক x, y, z শূন্য সময় হইতে t' সেকেণ্ডে উহা P′ অবস্থানে পৌঁছিল, তখন উহার স্থানাঙ্ক x', y', z'। সময়ের বিভিন্ন মানের জন্য এরকম বিভিন্ন স্থানাঙ্ক হইবে। অতএব বস্তুকণার তাৎক্ষণিক বর্ণনা বলিতে x, y, z স্থানাঙ্কের সহিত সময়ও ধরিতে হইবে। নির্দিষ্ট কার্টেজীয় অক্ষের তুলনায় শূন্য সময় হইতে বস্তুকণার সমস্ত গতি x, y, z ও t এই চারিটি সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

1·2 চিত্র (v)

উদাহরণ ঃ 1-2 (vi) চিত্রে P এর অবস্থান x, y, z হইলে, মূলবিন্দু O হইতে উহার দূরত্ব কত ?

1·2 (vi) চিত্রে OUP ত্রিভুজের ∠OUP একটি সমকোণ।

অতএব পিথাগোরাস্ উপপাদ্য অনুযায়ী

$$OP^2 = OU^2 + UP^2 \quad \cdots\cdots \quad 1\text{-}2(1)$$

ঐ চিত্রে OTU ত্রিভুজের ∠OTU একটি সমকোণ। পুনরায়, পিথাগোরাস্ উপপাদ্য অনুযায়ী

$$OU^2 = OT^2 + TU^2 \cdots\cdots 1\text{-}2(2)$$

1.2 (1) সমীকরণ হইতে পাওয়া যাইবে,

$$OP^2 = OT^2 + TU^2 + UP^2 \quad \cdots\cdots 1\text{-}2(3)$$

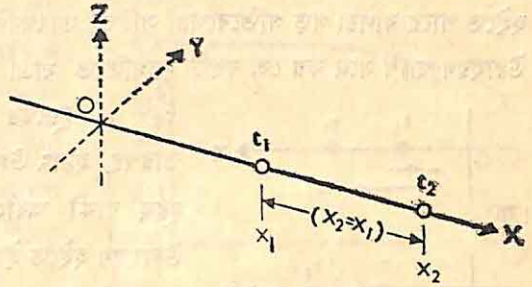
চিত্র 1·2 (vi)

কিন্তু $OT = x$, $TU = y$, $UP = z$,

অতএব $OP^2 = x^2 + y^2 + z^2$

এখন (x, y, z) এই স্থানাঙ্কে অবস্থিত P বিন্দুর O হইতে দূরত্ব হইবে $OP = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

1·3. সরণ (Displacement) **ঃ** কোন চলমান বস্তু একটি নির্দিষ্ট সময়ে একটি নির্দিষ্ট দিকে যে স্থান পরিবর্তন করে, উহাকে **সরণ** বলে। বস্তুটির গতির প্রকৃতি

যাহাই হউক না কেন, উহার প্রাথমিক (initial) ও শেষ (final) অবস্থানবিন্দু একটি সরলরেখা দ্বারা যোগ করিলে, ঐ রেখার পরিমাপ সরণের দিক্ (direction) হইবে। সরণের **পরিমাণ** ও **দিক্** আছে। মনে কর, একটি চলমান বস্তুর গতি একটি সরলরেখায় আবদ্ধ আছে। X অক্ষে এই সরলরেখা লও (1-3 (i) চিত্র)। মূলবিন্দু O হইতে ঐ বস্তুর অবস্থান X স্থানাঙ্ক দ্বারা

চিত্র 1·3 (i)

নির্ণীত হয়। t_1 সময়ে মনে কর এই স্থানাঙ্ক x_1, পরবর্তী সময় t_2 তে উহার স্থানাঙ্ক x_2। ঐ সময় (t_2-t_1) মধ্যে বস্তুটির গতি যতই জটিল হউক না কেন, ঐ সময়ে উহার সরণ হইবে x_2-x_1।

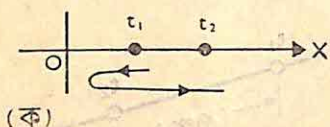
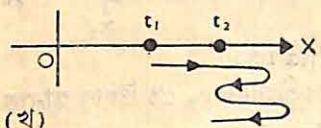
1·4. **গতিবেগ** (Velocity) **:** কোন চলমান বস্তুর সরণের হারকে উহার **গতিবেগ** বলে। একক সময়ে, বস্তুটির সরণ হইল উহার গতিবেগ। সরণের দিক্ ও পরিমাণ আছে বলিয়া গতিবেগেরও ঐ দুইটি ধর্ম থাকে।

সুষম গতিবেগ (Uniform velocity) **:** কোন চলমান বস্তুর গতি যদি একই সরলরেখায় একই দিকে থাকে এবং সময়ের ব্যবধান, উহা যতই অল্প হউক না কেন, সময়ের প্রত্যেক সমান অবকাশে একই দূরত্ব অতিক্রম করে, তবে ঐ বস্তুর সুষম গতিবেগ আছে বলা হয়। যদি গতিবেগ সুষম না হয়, অথচ একই দিক্ অভিমুখী থাকে, তখন x_2-x_1 দূরত্বকে t_2-t_1 দ্বারা ভাগ করিলে যে গতিবেগ পাওয়া যায়, তাহা **গড় গতিবেগ** (average velocity)। 1-3 (i) চিত্রে t_2 ও t_1 সময়ের ব্যবধানে

$$\text{গড় গতিবেগ} = \bar{v} = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} \quad \cdots \quad 1.3\,(1)$$

v-র উপরে দাঁড়ি চিহ্ন দ্বারা গড় গতিবেগ কথাটি বুঝান হয়।

1·5. **তাৎক্ষণিক গতিবেগ** (Instantaneous velocity) **:** চলমান বস্তুর গতিবেগ সুষম না হইয়া সময়ের সহিত পরিবর্তনশীল হইতে পারে। 1-5 (*i*) চিত্রে দেখিবে যে t_1 ও t_2 সময়ের ব্যবধানে বস্তুটির গতি ভিন্নরূপ। গড় গতিবেগ দ্বারা ঐসব গতির প্রকৃতি জানা যায় না। তাহা জানিতে হইলে ঐ ব্যবধানে প্রত্যেক মুহূর্তে ঐ বস্তুর গতিবেগ জানিতে হইবে। 1·5 (i) চিত্রে দেখ, t_1 সময়ে বস্তুটি বাঁদিকে চলে, অথচ গড় গতিবেগের দিক্ ডানদিকে। এইরূপ ভুল এড়াইতে হইলে t_2 সময় t_1 এর

খুব কাছাকাছি হওয়া প্রয়োজন, যাহাতে $t_2 - t_1$ ব্যবধানে অন্তত বস্তুটি একই দিক্ অভিমুখী থাকে। এমনকি তখনও গতিবেগের মান t_1 ও t_2 সময়ের মধ্যে পরিবর্তিত হইতে পারে বলিয়া গড় গতিবেগের সহিত তাৎক্ষণিক গতিবেগের পার্থক্য থাকিবে। উদাহরণ স্বরূপ মনে কর যে, বস্তুটি মৃদুগতিতে যাত্রা করিয়া $t_2 - t_1$ সময়ের অর্ধাংশে $x_2 - x_1$ দূরত্বের $\frac{1}{100}$ ভাগ অতিক্রম করিল। তারপর হঠাৎ উহা ত্বরান্বিত ভাবে বাকী $\frac{99}{100}$ ভাগ দূরত্ব বাকী অর্ধাংশ সময়ে লাফাইয়া গেল। এই উদাহরণ হইতে ইহা স্পষ্ট হইবে যে, এইরূপ ভুল এড়াইতে $t_2 - t_1$ অবকাশ যতদূর সম্ভব ছোট হওয়া প্রয়োজন। কিন্তু কত ছোট ? অবশ্যই উহা শূন্য মান হইতে বেশী—কত বেশী তাহা নির্ভর করিবে আমরা যে পরিমাণটুকু যথেষ্ট সূক্ষ্মতার সহিত মাপিতে পারি এবং যে উদ্দেশ্যে মাপ লওয়া হয় তাহাতে কতটুকু বেশী পরিমাণ হইলে কাজ চলে। $t_2 - t_1$ ছোট হইলে $x_1 - x_2$ দূরত্বও অনুপাতে কমিবে। অবশ্যই এই দুয়ের পরিমাণ যত ছোট হয়, পরিমাপের জটিলতাও ততই বাড়ে।

চিত্র 1·5 (i)

পরিমাপের সূক্ষ্মতার উপর বস্তুর গতির প্রকৃতি কীরূপ তাহা নির্ভর করে। উদাহরণ স্বরূপ 1·5(ii) চিত্রে একটি পোকার এক সেকেণ্ডের ব্যবধানে যে গতিপথ পরীক্ষার দ্বারা পাওয়া যায় তাহা দেখান হইল।

মনে কর, এক সেকেণ্ডের এই ব্যবধান খুব সূক্ষ্মভাবে সময় মাপার যন্ত্রে ভাগ করিয়া গড় গতিবেগের সহিত সময়ের লেখচিত্র (graph) আঁকা হইল [1·5 (ii) চিত্র]। উহার প্রাথমিক গতিবেগ ছিল 0·8 সেমি./সেকেণ্ড, 1 সেকেণ্ড ব্যবধানের পর উহার গতিবেগ 0·6 সেমি./সেকেণ্ড। যদি 0·5 সেকেণ্ড সময়ের পূর্বের গড় গতিবেগই মাপা হইত, তবে উহা 0·8 সেমি. হইত। আবার 1 সেকেণ্ডের পর গড় গতিবেগটুকু মাপিলে পুরা গতিপথের গড় গতিবেগ মনে হইত 0·6 সেমি./সেকেণ্ড, এবং উহা ডান দিকে আগাইয়া চলিয়াছে ভুলক্রমে এরূপ ধারণা হইত। কিন্তু 0·5 সেকেণ্ড পর্যন্ত উহা ডানদিকে আগাইয়া পরে বাঁদিকে চলিয়াছে, তাহা সময়ের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র খণ্ডে গতিবেগ মাপিবার ফলে ধরা পড়িয়াছে।

যে সময়-মাপক যন্ত্র ব্যবহার করিয়া এই চিত্র ধরা পড়িয়াছে, তাহার সূক্ষ্মতা আরও কিছু পরিমাণে বাড়াইয়া দিলে দেখা গেল যে, 0 সেকেণ্ডে যাত্রা আরম্ভের সময় পোকাটি কিছু ইতস্ততঃ চলিয়াছে। এই সময়ে উহার গতিবেগ যেভাবে কমিয়াছে ও বাড়িয়াছে

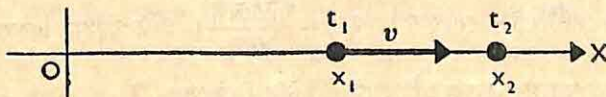
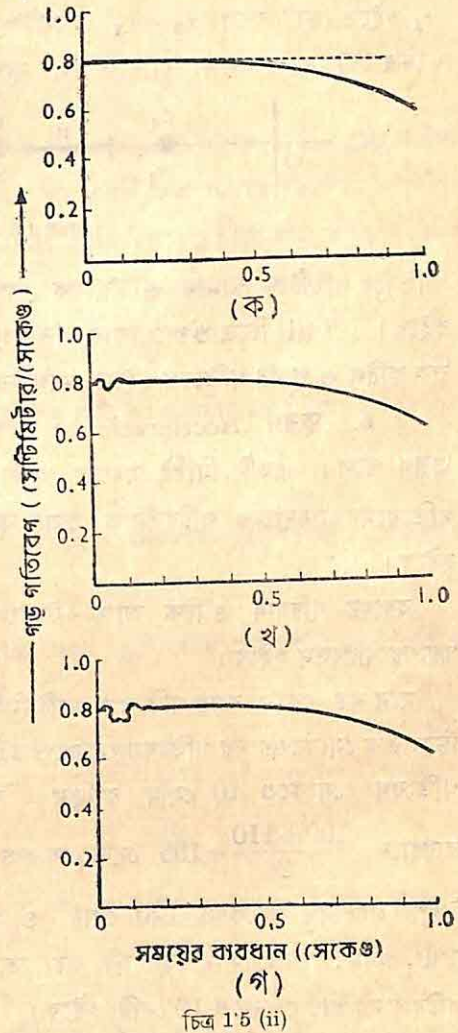
তাহাও 1-5 (ii) খ চিত্রে ধরা পড়িল। আরও সূক্ষ্মভাবে মাপিলে দেখিতে পাইবে যে [1-5 (ii) (গ)] ঐ সময়ে বাতাসের কাঁপুনিতে তাহার গতিপথ স্পষ্টতঃই কাঁপা কাঁপা হইয়াছে। গতিপথ ও বেগের এই সূক্ষ্মতা তত বেশী ধরা পড়িবে—সময় ও অবস্থানের ব্যবধান মাপিবার সূক্ষ্মতা যত বাড়াইতে পারিবে। পোকার গতিপথের প্রাথমিক পর্যায়ের এইরূপ বক্রপথের দিক কী হইবে? উহার যে বিন্দুর দিক্ জানিতে চাও, ঐ বক্ররেখার ঐ বিন্দুতে একটি স্পর্শক টানিলে, উহাই তাহার তাৎক্ষণিক গতিবেগের দিক্ নির্দেশ করিবে।

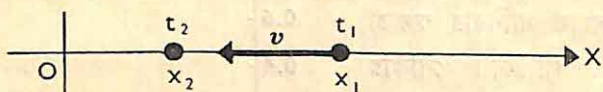
চিত্র 1·5 (ii)

এই উদাহরণ হইতে বুঝিতে পারিবে যে, বিশ্বজগতের যে দৃশ্য আমরা দেখি তাহা পর্যবেক্ষণের সূক্ষ্মতার ও নির্ভুলতার উপর নির্ভর করে। উহা যতই নির্ভুল ও সূক্ষ্মতর হইবে, ততই বিশ্বের সূক্ষ্ম স্বরূপ আমাদের কাছে ধরা পড়িবে।

তাৎক্ষণিক গতিবেগ বলিতে একটি ক্ষুদ্রতম সময়ের অবকাশে বস্তুর সরণকে ঐ সময় দিয়া ভাগ করিলে যে ভাগফল হইবে তাহাই বুঝিতে হইবে।

তাৎক্ষণিক গতিবেগ $=v=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}$, যখন t_2-t_1 এর মান যতদূর সম্ভব ছোট। এই গতিবেগ পজিটিভ বা নেগেটিভ্ হইতে পারে। 1·5 (iii) চিত্রে দেখ

t_1 v t_2
O x_1 x_2 X

চিত্র 1·5 (iii)

যে বস্তুটি যদি ডান দিকে যায় তবে x_2 দূরত্ব x_1 দূরত্ব হইতে বেশী এবং $x_2 - x_1$ পজিটিভ্। গতিবেগ $x_2 - x_1/t_2 - t_1$ও পজিটিভ। বস্তুটি বাঁদিকে গেলে x_2, x_1 হইতে ছোট, ফলে $x_2 - x_1$ নেগেটিভ্ এবং ঐ গতিবেগও নেগেটিভ্ হইবে (চিত্র 1-5 iv)। লক্ষ্য রাখিবে যে, মূলবিন্দুর ডানদিকে অক্ষের তীর চিহ্নের

চিত্র 1·5 (iv)

অভিমুখে পজিটিভ্ স্থানাঙ্ক ও বাঁদিকে নেগেটিভ্ স্থানাঙ্ক। গতিবেগও ঐরূপ ধরিতে হইবে। 1-5 (ii) চিত্রে শুঁয়াপোকার গতিবেগ পজিটিভ্ হইতে কোথায় বাঁদিকে চলিতে স্থুরু করিল ও পূর্বের গতিবেগ হইতে নেগেটিভ্ হইল তাহা লক্ষ্য করিবে।

1. 6. ত্বরণ (Acceleration) : চলমান বস্তুর গতিবেগের পরিবর্তনের হারকে **ত্বরণ** বলে। একটি নির্দিষ্ট সময়ের অন্তর অন্তর, উহা যতই ক্ষুদ্র হউক না কেন, গতিবেগের সমমানের পরিবর্তনকে **সুষম ত্বরণ** বলে। অন্যথায় ত্বরণ পরিবর্তনশীল হইবে।

ত্বরণের পরিমাণ ও দিক্ আছে—উহাদের যে কোন একটি পরিবর্তিত হইলেই ত্বরণের পরিবর্তন হইবে।

মনে কর কোন বস্তুর গতিবেগ একটি নির্দিষ্ট সময়ের আরম্ভে সেকেণ্ডে 100 সেমি. ছিল, এক সেকেণ্ডের পর গতিবেগ সেকেণ্ডে 110 সেমি. হইল। ঐ সময়ের মধ্যে উহার গতিবেগ সেকেণ্ডে 10 সেমি. বাড়িল। ফলে উহার গড় গতিবেগ ঐ সময়ের ব্যবধানে $\frac{100+110}{2} = 105$ সেমি/সেকেণ্ড হইবে। পরবর্তী একসেকেণ্ডের পর উহার গতিবেগ সেকেণ্ডে 120 সেমি. ও পরবর্তী এক এক সেকেণ্ড অন্তর যথাক্রমে 130 সেমি., 140 সেমি. ইত্যাদি হয়, তবে গতিবেগের পরিবর্তন সুষম এবং এই পরিবর্তনের হার সেকেণ্ডে 10 সেমি. হইবে। ঐ বস্তুর গড় গতিবেগ দ্বিতীয় সেকেণ্ডের পর সেকেণ্ডে 115 সেমি, তৃতীয় সেকেণ্ডের পর সেকেণ্ডে 125 সেমি. ইত্যাদি হইবে। বস্তুর গতিবেগ হইল $\frac{\text{সরণ}}{\text{সময়}}$, সরণ সেন্টিমিটারে ও সময় সেকেণ্ডে লইলে গতিবেগের একক হইবে সেন্টিমিটার/সেকেণ্ড। ত্বরণ $= \frac{\text{গতিবেগ}}{\text{সময়}}$। গতিবেগের একক সেন্টিমিটার/ সেকেণ্ড হইলে ত্বরণের একক হইবে সেন্টিমিটার/(সেকেণ্ড)^2। ঐরূপ এককে উপরের উদাহরণে বস্তুটির ত্বরণ হইবে 10 সেমি /(সেকেণ্ড)^2। এখন t_1, t_2, t_3 এই সময়ের

আরম্ভে যদি কোন বস্তুর গতিবেগ যথাক্রমে v_1, v_2 ও v_3 হয় তবে t_3-t_1 এর মান যথেষ্ট ক্ষুদ্র হইলে t_1 সময়ে উহার ত্বরণ হইবে

$$f=\frac{v_3-v_1}{t_3-t_1} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad 1{\cdot}6\ (1)$$

কোন চলমান পদার্থের গতিবেগ ক্রমশঃ হ্রাস পাইলে ঐ হ্রাসের হারকে **নেগেটিভ ত্বরণ** বা **মন্দন** (Retardation) বলে। যদি একটি দ্রুতগামী মোটরগাড়ী থামিবার এক মিনিট পূর্ব হইতে গতিবেগ সেকেণ্ডে 10 সেমি/সেকেণ্ড হারে কমিতে থাকে তবে ত্বরণ হইবে -10 সেমি./(সেকেণ্ড)^2 অথবা মন্দন $=10$ সেমি./(সেকেণ্ড)^2

1. 7. **ঋজুরেখ গতি** (Rectilinear motion).

এখন একটি সরলরেখায় কোন বস্তুর সুষম গতি সহজ সমীকরণের দ্বারা প্রকাশ করা যাইতে পারে।

সুষম গতিবেগে (Uniform velocity) **চলমান কোন বস্তু t সেকেণ্ডে যে পথ অতিক্রম করিবে :**

বস্তুটির সুষম গতিবেগ যদি v হয়, তবে বস্তুটি প্রতি সেকেণ্ডে v দূরত্ব অতিক্রম করিবে।

অতএব 2 সেকেণ্ডে মোট দূরত্ব অতিক্রম করিবে $2v$

3	”	”	”	$3v$
4	”	”	”	$4v$
t	”	”	”	tv

অতএব t সেকেণ্ডে ঐ দূরত্ব s হইলে

$$s=vt \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad 1.7\ (1)$$

উদাহরণ 1. বাতাসে শব্দের গতিবেগ সেকেণ্ডে 1100 ফুট। কোন ব্যক্তি বিদ্যুতের ঝলক দেখিবার 2 সেকেণ্ড পরে যদি বজ্রের শব্দ শুনিতে পায়, তবে কতদূরে বজ্রপাত হইয়াছে ?

আলোর গতিবেগ শব্দের গতিবেগের তুলনায় এত বেশী যে, ঐ ব্যক্তির নিকট আলো পৌছিতে যে সময় লাগে তাহা নগণ্য। অতএব বজ্রপাতের দূরত্ব

$$s=vt=1100\,\frac{\text{ফুট}}{\text{সেকেণ্ড}}\times 2 \text{ সেকেণ্ড}=2200 \text{ ফুট।}$$

উদাহরণ 2. আলোর গতিবেগ সেকেণ্ডে 3×10^{10} সে. মি./সেকেণ্ড হইলে সূর্য হইতে পৃথিবীর 1.5×10^{13} সে. মি. দূরত্বে সূর্যের আলো পৌঁছিতে কত সময় লাগিবে ?

$$t=\frac{s}{v}=\frac{1.5\times10^{13}\text{ সে. মি.}}{3\times10^{10}\text{ সে. মি/সেকেণ্ড}}=500\text{ সেকেণ্ড}=8\tfrac{1}{3}\text{ মিনিট}$$

উদাহরণ 3. একটি মোটরগাড়ী 4·5 ঘণ্টায় 135 মাইল যায়। (ক) উহার গড় গতিবেগ কত ? (খ) ঐ গতিবেগে 6 ঘণ্টায় উহা কতদূর যাইবে ? (গ) 600 মাইল যাইতে ঐ গতিবেগে কত সময় লাগিবে ?

(ক) $v=\frac{s}{t}=\frac{135\text{ মাইল}}{4.5\text{ ঘণ্টা}}=30\text{ মাইল/ঘণ্টা}$

(খ) $s=vt=\frac{30\text{ মাইল}}{\text{ঘণ্টা}}\times6=180\text{ মাইল}$

(গ) $t=\frac{s}{v}=\frac{600\text{ মাইল}}{30\text{ মাইল/ঘণ্টা}}=20\text{ ঘণ্টা}$

উদাহরণ 4. একটি মোটরগাড়ী 2 ঘণ্টা ঘণ্টাপ্রতি 40 কিলোমিটার ও পরে $1\frac{1}{2}$ ঘণ্টা ঘণ্টাপ্রতি 30 কিলোমিটার চলিল। (ক) উহা মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করিল, (খ) ঐ দূরত্ব চলিতে তাহার গড় গতিবেগ কত ছিল ?

(ক) $s=v_1t_1+v_2t_2=\frac{40\text{ কিমি}}{\text{ঘণ্টা}}\times2\text{ ঘ.}+\frac{30\text{ কিমি}}{\text{ঘণ্টা}}\times1.5\text{ ঘ.}=125\text{ কিমি}$

(খ) 125 কিমি পথ 3·5 ঘণ্টায় অতিক্রম করিলে
$\bar{v}=\frac{s}{t}=\frac{125\text{ কিমি}}{3.5\text{ ঘণ্টা}}=36\text{ কিমি/ঘণ্টা}$

1·8. ত্বরণ সহ ঋজুরেখ গতি (Rectilinear motion with acceleration)

কোন বস্তু সরলরেখায় চলিলে তাহার যদি সুষম ত্বরণ থাকে, তবে সহজ সমীকরণের সাহায্যে উহার গতিবেগ, সময়, ত্বরণ ও অতিক্রান্ত দূরত্ব প্রভৃতির পরস্পর সম্বন্ধ নির্ণয় করা যায়।

বস্তু সরলরেখায় সুষম ত্বরণের সহিত চলিলে, যদি ত্বরণ f, সময়ের ব্যবধান t, u ও v যথাক্রমে প্রাথমিক ও শেষ গতিবেগ হয় এবং ঐ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব s হয় তবে,

(ক) $v=u+ft$ 1·8 (1)

(খ) $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$ 1·8 (2)

(গ) $v^2=u^2+2fs$ 1·8 (3)

1·8. **(ক)** মনে কর T সময়ের প্রারম্ভে বস্তুর প্রাথমিক গতিবেগ u, সুষম ত্বরণ f হইলে, প্রতি সেকেণ্ডে বস্তুর গতিবেগ f সেমি./সেকেণ্ড বাড়িয়া যায়।

1 সেকেণ্ডের পর গতিবেগ হয় $u+f$

2 ,, ,, ,, $u+2f$

3 ,, ,, ,, $u+3f$

t ,, ,, ,, $u+tf$

অতএব শেষ গতিবেগ $v=u+ft$ 1·8 (1)

প্রাথমিক গতিবেগ u হইতে যে গতিবেগ বাড়ে তাহা ত্বরণ × সময় এই গুণফলের সমান।

তাই, এই সমীকরণ হইতে পাওয়া যায় $v-u=f\times t$

অথবা $f=\frac{v-u}{t}$ 1 8 (4)

কোন বস্তু স্থির অবস্থা হইতে চলিতে থাকিলে তাহার প্রাথমিক গতিবেগ $u=0$, তখন 1·8 (1) সমীকরণ হইবে

$v=ft$ 1·8(5)

উদাহরণ 1. একটি স্থির মোটরগাড়ী চলিয়া 10 সেকেণ্ডে 40 মিটার গতিবেগ পাইল। (i) উহার ত্বরণ কত? (ii) উহার ত্বরণ সুষম হইলে 15 সেকেণ্ড পরে উহার গতিবেগ কত হইবে?

(i) $f=\frac{v}{t}=\frac{40 \text{ মি./সে.}}{10 \text{ সে.}}=4\text{মি./সে.}$

(ii) $v=ft=4\text{মি./সে}\times 15 \text{ সে.}=60 \text{ মি./সে.}$

উদাহরণ 2. (i) একটি মোটরগাড়ীর গতিবেগ 1·5 সেকেণ্ডে 20 কি./ঘ. হইতে 30 কি./ঘ. বাড়িলে উহার ত্বরণ কত? (ii) ঐ একই ত্বরণে মোটরগাড়ীর গতিবেগ 30 কি/ঘ. হইতে কী পরিমাণ সময়ে 36 কি./ঘ. হইবে?

(i) $f=\frac{v-u}{t}=\frac{30 \text{ কি/ঘ.}-20 \text{ কি/ঘ.}}{1·5 \text{ সে.}}=6·7 \text{ (কি./ঘ.)/সে.}$

(ii) $t=\frac{v-u}{f}=\frac{36 \text{ কি./ঘ.}-30 \text{ কি./ঘ.}}{6·7 \text{ (কি./ঘ)/সে.}}=0 9 \text{ সেকেণ্ড।}$

1·8. (খ) আমরা 1·7(i) সমীকরণ হইতে পাই

$$s=\bar{v}t$$

কোন চলমান বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের t ব্যবধানে যে গড় গতিবেগ থাকে, তাহা জানিলে s এর মান পাওয়া সহজ হইবে। মনে কর বস্তুটির ত্বরণ f সুষম, ফলে প্রাথমিক গতিবেগ u হইতে বস্তুটির সুষমহারে গতিবেগ সময়ের সহিত বাড়িতেছে। অতএব গড় গতিবেগ

$$\bar{v}=\frac{u+v}{2}$$

এখানে প্রাথমিক গতিবেগ u ও শেষ গতিবেগ $u+ft$; অতএব

$$\bar{v}=\frac{u+u+ft}{2}=u+\tfrac{1}{2}ft$$

অতিক্রান্ত দূরত্ব $s=\bar{v}t=ut+\frac{1}{2}ft^2$ 1·8 (2)

বস্তুটি স্থির অবস্থা হইতে চলমান হইলে $u=0$

$$s=\tfrac{1}{2}ft^2 \qquad 1\cdot8\ (6)$$

উদাহরণ 1. একটি গাড়ী সুষম ত্বরণ 8মি./(সেকেণ্ড)^2। (i) স্থির অবস্থা হইতে উহা কত সময়ে 24 মি/সে গতিবেগ পাইবে ? (ii) ঐ সময়ে গাড়ীটি কত পথ অতিক্রম করিবে ?

(i) $t=\frac{v}{f}=\frac{24\text{ মি /সে.}}{8\text{ মি./সে.}}=3$ সেকেণ্ড

(ii) প্রাথমিক গতিবেগ $v=0$

$$s=\tfrac{1}{2}ft^2=\tfrac{1}{2}\times 8\frac{\text{মি.}}{(\text{সে.})^2}\times(3\text{ সে.})^2=36\text{ মি.}$$

উদাহরণ 2. একটি মোটরগাড়ীর ব্রেক্ 6 মি./(সে)^2 মন্দন দ্বারা গাড়ীটি থামাইতে পারে। (i) 30 মি./সে. গতিবেগ হইতে স্থির অবস্থায় আসিতে উহার কত সময় লাগে ? (ii) ব্রেক কষিয়া সম্পূর্ণ থামাইবার সময় উহা কত পথ অতিক্রম করিবে ?

(i) $t=\frac{v}{f}=\frac{30\text{ মি /সে}}{6\text{ মি./(সে)}^2}=5$ সেকেণ্ড

(ii) এখানে u ও f এর পজিটিভ্ ও নেগেটিভ্ মান লক্ষণীয়।

$u=+30$ মি./সে., $f=-6$ মি./(সে.)^2

$$s=ut+\tfrac{1}{2}ft^2=30\frac{\text{মি.}}{\text{সে.}}\times 5\text{ সে.}-\tfrac{1}{2}\times 6\frac{\text{মি.}}{(\text{সে.})^2}\times(5\text{ সে.})^2$$

$=75$ মিটার

1·8. (গ) এখন প্রমাণ করা যায় যে $v^2=u^2+2fs$

1·8 (4) সমীকরণ হইতে পাওয়া যায় $t=\frac{v-u}{f}$;

t এর মান সমীকরণে বসাইলে

$$s=u\left(\frac{v-u}{f}\right)+\tfrac{1}{2}f\left(\frac{v-u}{f}\right)^2$$

$$=\frac{uv-u^2}{f}+\frac{v^2-2v+u^2}{2f}$$

$$=\frac{v^2-u^2}{2f}$$

উভয় পার্শ্বকে $2f$ দিয়া গুণ করিলে $2fs=v^2-u^2$

উভয় পার্শ্বে u^2 যোগ করিলে $v^2=u^2+2fs$ ... 1·8 (3)

কোন বস্তু স্থির অবস্থা হইতে চলিলে $u=0$

$v^2=2fs$ ...... 1·8 (7)

উদাহরণ 1. একটি বস্তু স্থির অবস্থা হইতে 10 মি./(সে.)^2 ত্বরণে যাত্রা করিল। (i) 0·5 সে. উহা কত পথ যাইবে ? (ii) 0·5 সেকেণ্ডের পর উহার গতিবেগ কত হইবে ?

(i) $s=\frac{1}{2}ft^2=\frac{1}{2}\times 10$ মি./(সে.)$^2\times$(0·5 সে.)^2=1·25 মিটার

(ii) $v=\sqrt{2fs}=\sqrt{2\times 10 \text{ মি./(সে.)}^2\times 1{\cdot}25 \text{ মি.}}$=5 মি/সে.

1·9. ভরবেগ (Momentum): কোন বস্তু সরলরেখায় চলিলে তাহার ভর ও গতিবেগের গুণফলকে ঐ বস্তুর **ভরবেগ** বলে।

ভরবেগ p হইলে m ভরের বস্তুর v গতিবেগে উহার রৈখিক (linear) ভরবেগ হইবে, $p=m\times v$ ...... 1·9 (1)

গতিবেগের দিক্ ও পরিমাণ, উভয়ই আছে বলিয়া ভরবেগেরও ঐ দুইটি ধর্ম আছে।

গতিবিদ্যার গণনায় কয়েকটি বিষয়ে লক্ষ্য রাখা দরকার। ত্বরণ, গতিবেগ, ভরবেগ ইত্যাদি সংখ্যার দিক্ ও পরিমাণ আছে বলিয়া উহা পজিটিভ্ বা নেগেটিভ্ যে কোনটিই হইতে পারে।

মনে কর, f নেগেটিভ্ ও u পজিটিভ্—এখানে উহারা পরস্পর বিপরীতমুখী হইবে। ফলে বস্তুটি মূলবিন্দুর ডানদিকে গিয়া একসময় গতিবেগ শূন্য হইবে ও উল্টাদিকে চলিতে থাকিবে। গতিবেগ উল্টা হওয়ার পর মূলবিন্দু হইতে x সরণ মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব অপেক্ষা কম হইবে। গতিবিদ্যার প্রধান সমীকরণগুলি ব্যবহার করিতে হইলে কোন গণনায় উহাদের মধ্যে u, v, f, t, প্রভৃতি সংখ্যার কোন একটি অজানা

সংখ্যা গণনার প্রশ্ন থাকিবে। তখন এমন একটি সমীকরণ বাছিয়া লইতে হইবে যাহাতে জানা সংখ্যাগুলির সঙ্গে অজানা সংখ্যা থাকে এবং অন্য কিছু না থাকে।

প্রশ্নাবলী

1. পরমগতি ও আপেক্ষিকগতি ব্যাখ্যা কর। আমাদের নিকট কোন্‌টি বেশী প্রয়োজনীয় ও কেন ?

2. ঋজুরেখায় কোন বিন্দুর ত্বরণ বলিতে কী বুঝায় ? প্রমাণ কর যে, ঋজুরেখায় সুষম ত্বরণ বিশিষ্ট বস্তুর গতিবেগ প্রতি পরবর্তী সেকেণ্ডে সমান্তর প্রগতি (arithmetic progression) মানিয়া চলে।

3. প্রমাণ কর $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$ ।

4. একটি ট্রেন কোন ষ্টেশন হইতে রওয়ানা হইয়া স্থির অবস্থা হইতে গতিবেগ বাড়িয়া 2 মিনিটে সর্বোচ্চ সুষম গতিবেগ 60 মা./ঘ. হইল। পরিবর্তনশীল গতিবেগে ট্রেনটি কত দূরত্ব অতিক্রম করিল ? [উঃ 5280 ফুট]

5. একটি গাড়ী 30 মি/সে গতিবেগ কমিয়া 6 সেকেণ্ডে থামিয়া গেল। উহার মন্দন কত ? গাড়ীটির গতিবেগ 40 মি./সে. হইলে একই মন্দনে গাড়ীটি থামিতে কত সেকেণ্ড লাগিত ? [উঃ 5 মি./সে.^{2} ; 8 সেকেণ্ড]

6. কোন বস্তুর তাৎক্ষণিক গতিবেগ শূন্য হইলে উহার তাৎক্ষণিক ত্বরণ কি অবশ্যই শূন্য হইবে ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।

7. কোন বস্তু মূলবিন্দু হইতে 15 সেমি/সেকেণ্ড গতিবেগে যাত্রা করিল। উহার ত্বরণ না থাকিলে x স্থানাঙ্কে 3 সেকেণ্ড পরে উহার অবস্থান নির্ণয় কর। [উঃ 45 সেন্টিমিটার]

8. একটি বস্তু X অক্ষে 5 সেমি/সেকেণ্ড গতিবেগে সুষম ত্বরণসহ মূলবিন্দু অতিক্রম করিল। 2 সেকেণ্ড পরে উহার X স্থানাঙ্ক 6 সেন্টিমিটার। উহার ত্বরণের মান ও দিক্ নির্ণয় কর। [উঃ -2 সেমি/(সেকেণ্ড)^2 ; নেগেটিভ্ X দিক্]

9. সাধারণ অবস্থায় শব্দের গতিবেগ 1130 ফু./সে.। এই গতিবেগ (ক) মি /সে, (খ) মাইল/সে., (গ) মাইল/ঘণ্টা তে কত হইবে ? [উঃ (ক) 345, (খ) ·214, (গ)770]

10. জনৈক ব্যক্তি 2·1 মাইল দূরে একটি বাড়ীতে বিদ্যুৎ ঝলক দেখিল। বজ্রের শব্দ শুনিতে তাহার কত সময় অপেক্ষা করিতে হইবে ? [উঃ 9·4 সেকেণ্ড]

11. একটি বস্তু সুষমত্বরণসহ 10 মিঃ/(সে)^2 স্থির অবস্থা হইতে যাত্রা করিল। (ক) 0·5 সেকেণ্ডে উহা কতদূর যাইবে ? (খ) 0·5 সেকেণ্ড পরে উহার গতিবেগ কত হইবে ? [উঃ (ক) 1·25 মিটার, (খ) 5 মি./সে.]

স্কেলার ও ভেক্টর (Scalars and Vectors)

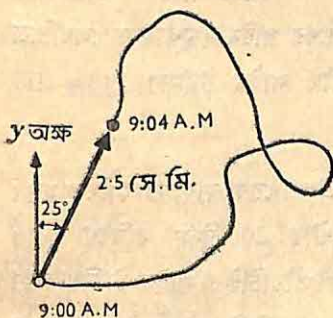
[**Syllabus :** Scalars and Vectors, composition and resolution of vectors, Representation of vector by co-ordinates. Addition of vectors by geometrical and analytical methods. Relative velocity and accleration.]

1·10. স্কেলার ও ভেক্টর :

ত্রিমাত্রিক দেশে (Three-dimensional space) এমন অনেক রাশির পরিমাপের প্রয়োজন হয় যাহাদের পরিমাণ ও একটি নির্দিষ্ট দিক্ উভয়ই আছে। এইরূপ রাশিকে **ভেক্টর** (vector) বলে। সরণ, গতিবেগ, ত্বরণ, ভরবেগ—উহারা ভেক্টর।

উদাহরণস্বরূপ দীঘা হইতে হাওড়া হইয়া বর্দ্ধমান 225 কিলোমিটার পথ, কিন্তু দীঘা হইতে উত্তরে 225 মিটার গেলে তুমি বর্দ্ধমান পৌছিবে না। তোমাকে নির্দিষ্ট দিকে 225 কিমি. যাইতে হইবে। দীঘা হইতে বর্দ্ধমানের এই দূরত্ব বা সরণ একটি ভেক্টর রাশি। ইহার পরিমাণ ও দিক্ উভয়ই আছে।

ভেক্টরের দ্বিতীয় উদাহরণ হইল গতিবেগ। বাস্তব দিক্ হইতে ভাবিলে দেখিবে যে, পূর্বদিকে 60 কিমি./ঘণ্টা গতিবেগে চলা ও ঠিক ঐ বেগে পশ্চিমদিকে চলার মধ্যে যথেষ্ট পার্থক্য আছে। বস্তুর গতিবেগ বুঝাইতে একটি নির্দিষ্ট সময়ে উহা কত দূরত্ব অতিক্রম করে, শুধু ইহা বলিলে চলিবে না, উহার সহিত বস্তুটির গতি কোন্‌দিকে তাহাও বলিতে হইবে।

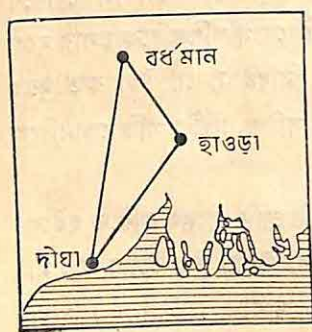
গতিবেগ বলিতে তাই উহার পরিমাণ ও দিক্ উভয়ই উল্লেখ করিতে হইবে। **দ্রুতি** (speed) বলিতে আমরা শুধু বেগের পরিমাণ বলি, উহার দিক্ উল্লেখ করি না। যে রাশির পরিমাণ আছে অথচ দিক্ নাই উহাকে **স্কেলার** (scalar) বলে। অতএব দ্রুতি একটি স্কেলার রাশি। গড় গতিবেগ ও গড় দ্রুতি নির্ণয়ের নিয়ম সমান কিন্তু বস্তুর সঠিক গতিপথ নির্ণয় করিতে, ও তাৎক্ষণিক গতিবেগ নির্ণয় করিতে গতির দিক্ জানা একান্ত প্রয়োজন।

চিত্র 1·10 (i)

কোন বস্তু যে হারে কোন সরলপথ ও বক্রপথ অতিক্রম করে তাহাকে **দ্রুতি** বলে। তাই দ্রুতি হইতে আমরা গতির পরিমাণটুকুই জানিতে পারি, দিক্ নহে।

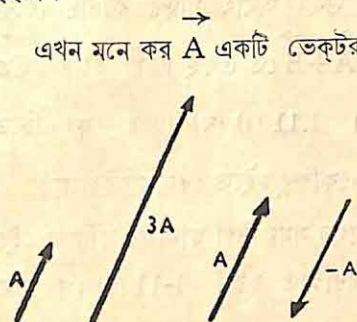
1·10 (i) চিত্রে একটি শুঁয়া পোকার 4 মি. সময়ের ব্যবধানে বক্র গতিপথ দেখান হইয়াছে। একটি নির্দিষ্ট দিক হইতে 25° কোণ করিয়া একটি সরলরেখায় উহার সরণ 2·5

সেমি. ও গড় গতিবেগ 0·6 সেমি./মিনিট। বক্রপথে উহার গড় দ্রুতিও ঐ পরিমাণ হইবে। কিন্তু ঐ বক্রপথের কোন একটি বিন্দুতে গতিবেগ বলিতে ঐ বিন্দু হইতে স্পর্শক টানিলে উহার গতির দিক্ পাওয়া যাইবে ও পরিমাণ বিভিন্ন বিন্দুতে ভিন্ন হইবে।

দ্রুতি ছাড়া স্কেলার রাশির অন্যান্য উদাহরণ হইল সময়, ভর, তাপমাত্রা, বৈদ্যুতিক আধান, ঘনত্ব ও শক্তি।

সাধারণতঃ ভেক্টর রাশি বড় অক্ষরে অথবা অক্ষরের মাথায় একটি তীর চিহ্ন দিয়া দেখান হয়। যেমন গতিবেগ বুঝাইতে V বা $\vec{v}$ এবং দ্রুতি বুঝাইতে v অক্ষর ব্যবহৃত হয়। বর্দ্ধমান হইতে দীঘা পর্যন্ত সরণ দূরত্ব PR=225 কি. মি. বলিলে দীঘা যদি P বিন্দু হয়, R বিন্দু বর্দ্ধমান ও Q বিন্দু হাওড়া হয়, তবে 1·10 (ii) চিত্রে $\vec{PQ}$ ভেক্টর বলিতে দীঘা হইতে হাওড়া যাওয়ার গতি বুঝিতে হইবে। $\vec{QP}$ রাশিতে হাওড়া হইতে দীঘা [1·10 (ii)] অভিমুখে সরণ বুঝাইবে। কিন্তু দুই ক্ষেত্রেই ঐ সরণের শুধু মান বলিতে PQ স্কেলার রাশি অর্থাৎ 190 কিমি. সংখ্যাটি নির্দেশ করিবে। একটি সরল রেখায় গতি দুই দিকে হইতে পারে। তীর চিহ্ন দিয়া উহাদের একটি দিকের গতি নির্দিষ্ট করা হয়। সরণের পরিমাণ বুঝাইতে লেখচিত্রে এক মিলিমিটার সমান 10 মিটার ধরিয়া 1·9 সেমি. দীর্ঘ লাইন টানিয়া PQ=190 কিমি. দেখান যায়।

চিত্র 1·10 (ii)

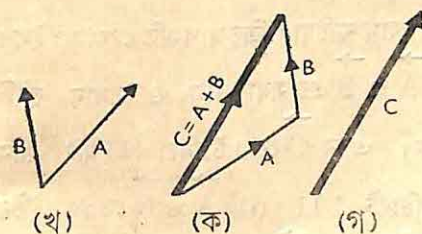
গতিবেগের ক্ষেত্রে ঘণ্টায় 100 কিমি. বুঝাইতে ঐরূপ রেখা ব্যবহার করিতে হয়। মনে কর, কোন বস্তু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে ঘণ্টায় 20 কিমি. দক্ষিণে যায়। এক মিলিমিটার সমান 10 মি. ধরিলে একটি 20 মিমি. তীরচিহ্নিত লাইন টানিয়া উহা বুঝান যায়। পরে বস্তুর গতিবেগ পূর্বদিকে ঘণ্টায় 30 কিমি. হইলে ঐ রেখার লম্ব পূর্বদিকে 30 মিটার তীরচিহ্ন লাইন টানিয়া দেখান হয়। অবশ্য সুবিধা অনুযায়ী লেখচিত্রের স্কেল ঠিক করিয়া লইতে হয়। উহা এক মিলিমিটার সমান 1 মিটার

বা 10 মিটার যাহাই লওয়া হউক না কেন, ঐ স্কেল সেই নির্দিষ্ট গণনায় একই রাখিতে হইবে।

এখন মনে কর $\vec{A}$ একটি ভেক্টর রাশি, উহার সহিত স্কেলার রাশি 3 গুণ করিলে দিক্ চিহ্নের পরিবর্তন হইবে না, কিন্তু উহার মান 3A হইবে। 1·10 (iii) চিত্রে ভেক্টর ও স্কেলারের গুণফল দেখান হইল। ভেক্টর রাশির সহিত বিয়োগচিহ্ন গুণ হইলে, ঐ রাশির পরিমাণ এক থাকিলেও উহার দিক্ সম্পূর্ণ বিপরীত হইয়া যাইবে (1.10 (iv) চিত্র)।

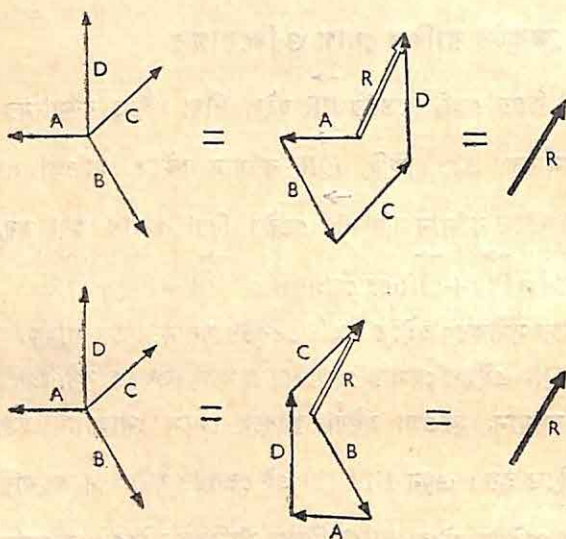
চিত্র 1·10 (iii) চিত্র 1·10 (iv)

1·11. ভেক্টর রাশির যোগ ও বিয়োগ ঃ

1·10 (ii) চিত্রে একটি ভেক্টর $\vec{PR}$ হইল দীঘা হইতে বর্দ্ধমানের দূরত্বের সরণ। উহার মান মনে কর 225 কিমি, $\vec{QR}$ বর্দ্ধমান হইতে হাওড়া সরণের মান 90 কিমি। দীঘা হইতে বর্দ্ধমান যদি $\vec{PR}$ ভেক্টর দিয়া প্রকাশ করা হয়, তবে ঐ দূরত্ব 225 কিমি. সরণ $= \vec{PQ} + \vec{QR}$ এর যোগফল। $\vec{PR} = \vec{PQ} + \vec{QR}$ 1·11 (1)

বীজগণিতের সমীকরণ হইতে একটি ভেক্টর সমীকরণের পার্থক্য আছে। যেমন PR=PQ+QR এইরূপ স্কেলার যোগফলের মত ভেক্টর সমীকরণ নহে। কারণ দীঘা হইতে বর্দ্ধমান, হাওড়া হইয়া ঘুরপথে গেলে সোজাপথ হইতে প্রায় 65 কিমি. বেশী যাইতে হয়। এখন 1·11 (1) এই ভেক্টর সমীকরণ অনুযায়ী $\vec{PQ}$ ও $\vec{QR}$ যুক্ত করিয়া $\vec{PR}$ পাইতে হইলে PRQ ত্রিভুজ আঁকিতে হইবে। যে কোন দুইটি ভেক্টর, তাহা ত্বরণ, গতিবেগ যাহাই হউক না কেন, যুক্ত করিতে এই পদ্ধতি কাজে লাগে। ইহা ভেক্টরের ত্রিভুজ নামে পরিচিত এবং $\vec{A} = \vec{PQ}$, $\vec{B} = \vec{QR}$ ও $\vec{C} = \vec{PR}$ হইলে, 1·11 (i) চিত্রে দেখ, ত্রিভুজের $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি সন্নিহিত বাহুর ভেক্টর যোগফল তৃতীয় বাহু C এর সমান $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.

চিত্র 1·11 (i)

লক্ষ্য কর যে, ত্রিভুজের উপাংশ A ও B ভেক্টর দুইটির তীরচিহ্ন ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে কিন্তু লব্ধি C ভেক্টরের তীরচিহ্ন উল্টা অর্থাৎ ঘড়ির কাঁটার দিকে। দীঘা হইতে বর্দ্ধমান সোজা পথে $\vec{C}$ বা ঘুরপথে $\vec{A}+\vec{B}$ তে একই ক্রিয়া হয়। $\vec{C}$কে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ উপাংশের **লব্ধি** (resultant) বলে। 1.11 (i) (খ) চিত্রে (ক) চিত্রের ত্রিভুজের $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ বাহুর সমান্তরাল দুইটি রেখা একবিন্দু হইতে দেখান হইয়াছে।

সাধারণ নিয়ম হইল ভেক্টরের যোগ বিয়োগের সময় উহা স্থানান্তর করিতে হইলে ঠিক উহার সমান্তরাল ও সমান রেখা টানিয়া সরাইতে হয়। 1·11 (i) (গ) চিত্রে ত্রিভুজের $\vec{C}$ বাহুর সমান্তরাল ও সমান $\vec{C}$ লব্ধি ভেক্টর পৃথক্ ভাবে দেখান হইল।

চিত্র 1·11 (ii)

1·11 (*i*) চিত্রে দুইটি যে কোন ভেক্টর যোগ করিবার ত্রিভুজ পদ্ধতি দেখান হইল। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি ভেক্টর যোগ করিতে হইলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর সমান্তরাল ও সমান দুইটি রেখা টানিয়া ত্রিভুজের সংলগ্ন দুইটি বাহু আঁক। এখন $\vec{C}$ রেখা টানিয়া ত্রিভুজটি এমন ভাবে সম্পূর্ণ কর যেন $\vec{C}$ ভেক্টরের তীরচিহ্নটি 1·11 (i) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দুইটির বিপরীতমুখী থাকে। এখন $\vec{C}$ লব্ধি ভেক্টরটি ত্রিভুজের $\vec{C}$ বাহুর সমান ও সমান্তরাল একটি রেখা অন্যত্র টানিয়া দেখাইতে পার। $\vec{A}+\vec{B}$ এর পরিবর্তে $\vec{C}$ বা $\vec{C}$ এর

পরিবর্তে $\vec{A}+\vec{B}$ ব্যবহার করিতে পার, কিন্তু উহাদের মান ও দিক্ অপরিবর্তিত রাখিতে হইবে।

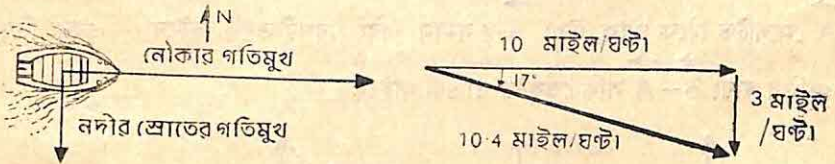
একই পদ্ধতিতে দুইয়ের অধিক ভেক্টরও যুক্ত করা হয়। 1-11 (ii) চিত্রে $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$ এই চারিটি ভেক্টর একটি বহুভুজের দ্বারা যুক্ত করিয়া লব্ধি ভেক্টর $\vec{R}$ বাহির করা হইয়াছে।

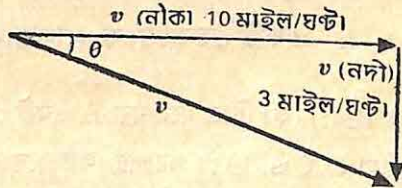
লক্ষ্য কর যে, উপাংশ ভেক্টরগুলি যেকোনক্রমে বহুভুজে সাজাও না কেন, $\vec{R}$ একই হইবে—ফলের কোন পরিবর্তন হইবে না।

অর্থাৎ, $\vec{A}+\vec{B}\rightarrow\vec{B}+\vec{A}$ 1·11(2)

ভেক্টর অঙ্কনের দ্বারা গতিবেগ সংক্রান্ত প্রশ্নের কিভাবে মীমাংসা করা যায় তাহা উদাহরণ দিয়া বুঝিতে পারিবে।

উদাহরণ 1. একটি নৌকা 10 মাইল/ঘণ্টা গতিবেগে পূর্বদিকে অগ্রসর হইল। নদীর স্রোত 3 মাইল/ঘণ্টা গতিবেগে দক্ষিণ দিকে বহিতেছে। ফলে পৃথিবীর সহিত আপেক্ষিকভাবে নৌকার গতিবেগ কী হইবে?

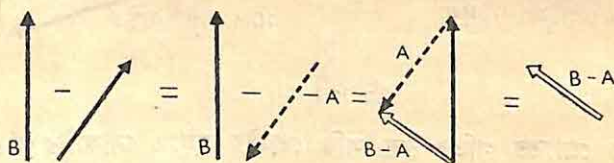
1·11 (iii) চিত্রে ভেক্টরের সাহায্যে এই প্রশ্নের সমাধান দেখান হইল। সাধারণ গণনার জন্য মাপকাঠি ও প্রোট্রাক্টর-এর সাহায্যে ভেক্টর অঙ্কন হইতে নৌকার প্রথম

চিত্র 1·11 (iii)

গতি ও নদীর স্রোতের গতির যুক্ত লব্ধি ভেক্টর হইতে নৌকাটির গতিবেগ কী হইল এবং উহা কতটা বাঁকিল তাহা বুঝিতে পারিবে। আরও সূক্ষ্মভাবে গণনা করিতে হইলে ত্রিকোণমিতির সাহায্য লইতে হইবে। 1·11 (iv) চিত্রে ঐ পদ্ধতি দেখান হইল। নৌকার গতিবেগ v_1 স্রোতের গতিবেগ v_2র লম্ব বলিয়া পিথাপোরাস্ উপপাদ্য অনুযায়ী [চিত্র 1·11 (iv)] নৌকার আপেক্ষিক গতিবেগ $v=\sqrt{v_1{}^2+v_2{}^2}=\sqrt{100+9}$ মাইল/ঘণ্টা $=10·4$ মাইল/ঘণ্টা।

চিত্র 1·11 (iv)

v_1 ও v_2 এর সন্নিহিত কোণ θর মান পাইতে হইলে ত্রিকোণমিতি অনুযায়ী $\tan\theta$ $=\frac{v_2}{v_1}=\frac{3 \text{ মাইল/ঘ.}}{10 \text{ মাইল/ঘ.}}=0{\cdot}3$

কোণ θ	সাইন	কোসাইন	ট্যানজেণ্ট
14°	·242	·970	·249
15°	·259	·966	·268
16°	·276	·961	·287
17°	·292	·956	·306
18°	·309	·951	·325
19°	·326	·946	·344
20°	·342	·940	·364

ত্রিকোণমিতি সারণীর উপরের অংশটি দেখিলে বুঝিতে পারিবে যে, 17° কোণের ট্যানজেণ্ট 0·3 এর কাছাকাছি, কারণ $\tan 17°=0{\cdot}306$, ডিগ্রীতে $\theta=17°$ বলা যাইতে পারে। ফলে নৌকার আপেক্ষিক গতিবেগ দাঁড়াইল উত্তর-পূর্ব 17° কোণে 10·4 মাইল/ঘণ্টা।

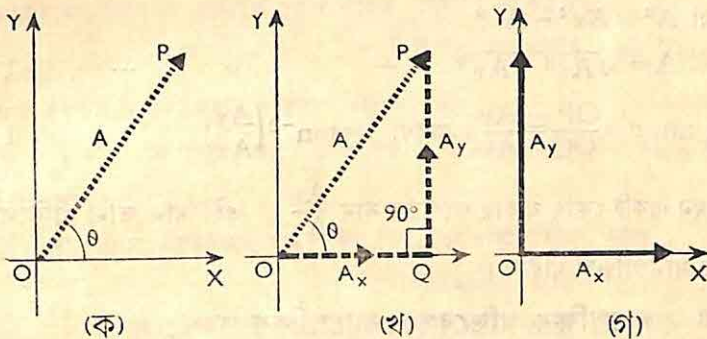
$\vec{B}$ ভেক্টর হইতে $\vec{A}$ ভেক্টর বিয়োগ করিতে হইলে 1·11 (v) চিত্রের মত $\vec{A}$ নেগেটিভ দিকে আঁক, উহা $\vec{A}$-র সমান এবং বিপরীতমুখী হইবে। এখন ত্রিভুজ পদ্ধতির দ্বারা $\vec{B}-\vec{A}$ লব্ধি ভেক্টর পাওয়া যাইবে।

চিত্র 1·11 (v)

1·12. একটি ভেক্টরকে আয়তাকার উপাংশে বিশ্লেষণ :

1·12 (i) (ক) চিত্রে মনে কর $\vec{A}$ একটি ভেক্টর। ঐ ভেক্টরের মূলবিন্দুকে মূলবিন্দু O ধরিয়া OX ও OY পরস্পর লম্বভাবে দুইটি অক্ষ টান। মনে কর OX ও $\vec{A}$ র সন্নিহিত কোণ θ। $\vec{A}$ অপর দিক হইতে OX এর উপর PQ লম্ব টান। $\angle PQO=90°$। এখন 1·12 (i) খ চিত্রের মত ত্রিভুজ হইল।

এখন $\vec{OP}=\vec{OQ}+\vec{QP}$ ··· ··· ··· 1·12(1)

অথবা $\vec{A}=\vec{A_x}+\vec{A_y}$ ··· ··· ··· 1·12(2)

এখন 1·12 (*i*) গ চিত্রে দেখ $\vec{A}$ ভেক্টর সরাইয়া $\vec{A_x}$ ও $\vec{A_y}$ যথাক্রমে আয়তাকার দুইটি বিশ্লেষিত x ও y-মুখী উপাংশ পাওয়া গেল।

চিত্র 1·12 (i)

OPQ ত্রিভুজে

$$\cos\theta=\frac{OQ}{OP}=\frac{A_x}{A},\ \text{অতএব}\ A_x=A\cos\theta \quad \cdots \quad \cdots \quad 1{\cdot}12(3)$$

$$\text{এবং}\ \sin\theta=\frac{QP}{OP}=\frac{A_y}{A},\ \text{অতএব}\ A_y=A\sin\theta \quad \cdots \quad \cdots \quad 1{\cdot}12(4)$$

মূল $\vec{A}$ ভেক্টরের পরিমাণ ও θ কোণ দেওয়া থাকিলে নিচের দুইটি সূত্র দিয়া উহার আয়তাকার উপাংশ পাওয়া যাইবে।

$A_x=A\cos\theta$ ··· ··· 1·12(5)

$A_y=A\sin\theta$ ··· ···· 1·12(6)

θ কোণ জানা থাকিলে, $\cos\theta$ ও $\sin\theta$ জানিবার জন্য ত্রিকোণমিতি সারণীর সাহায্য লইতে হইবে।

উদাহরণ 1. একটি এরোপ্লেন 200 মিটার/সেকেণ্ড গতিবেগে অনুভূমিক দিকের সহিত 20° কোণ করিয়া উপরে উঠিতেছে। উহার উল্লম্ব ও অনুভূমিক গতিবেগ কত?

অনুভূমিক উপাংশ $=200\cos 20^\circ$

উল্লম্ব উপাংশ $=200\sin 20^\circ$

ত্রিকোণমিতি সারণীতে দেখ যে,

$\cos 20^\circ=0{\cdot}9397$ এবং $\sin 20^\circ=0{\cdot}3420$

অতএব অনুভূমিক উপাংশ $200\times0{\cdot}9397=187{\cdot}94$ মিটার/সেকেণ্ড

উল্লম্ব উপাংশ $200\times0{\cdot}3420=68{\cdot}40$ মিটার/সেকেণ্ড

লক্ষ্য কর যে, 187·94 এবং 68·40 এর যোগফল 200 নহে—$(187·94)^2 + (68·40)^2 = 200^2$

দুইটি আয়তাকার উপাংশের লব্ধি (resultant) ভেক্টর নির্ণয় :

1·12 (i)খ চিত্রের OPQ ত্রিভুজ হইতে পিথাগোরাস উপপাদ্য অনুযায়ী পাওয়া যায় $OP^2 = OQ^2 + QP^2$ … … … 1·12(7)

অথবা $A^2 = Ax^2 - Ay^2$

$A = \sqrt{Ax^2 + Ay^2}$ … … … 1·12(8)

এবং $\tan\theta = \frac{OP}{OQ} = \frac{Ay}{Ax}$ অথবা $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{Ay}{Ax}\right)$ 1·12(9)

θ এমন একটি কোণ যাহার স্পর্শকের মান $\frac{Av}{Ax}$। এই মান জানা থাকিলে সারণী হইতে θর মান পাওয়া যাইবে।

1·13 আপেক্ষিক গতিবেগ ও আপেক্ষিক ত্বরণ :

সাধারণতঃ কোন একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর পরিপ্রেক্ষিতে গতিবেগ ধরা হয়। কোন কোন ক্ষেত্রে একটি চলমান বস্তুর গতিবেগের আপেক্ষিকে অন্য একটি চলমান বস্তুর গতিবেগ নির্ণয় করিতে হয়।

যখন দুইটি চলমান বস্তু তাহাদের মধ্যের দূরত্বের মান বা দিক্ বা উভয়ই পরিবর্তন করে, তখন একটির সহিত অন্যটির অপেক্ষিক গতিবেগ থাকে। Aর সহিত Bর আপেক্ষিক গতিবেগ Bর গতিবেগের সহিত Aর সমমান অথচ বিপরীতমুখী গতিবেগ যুক্ত করিয়া পাওয়া যাইবে।

যখন A ও B যথাক্রমে u ও v গতিবেগে একই দিকে চলে তখন Aর তুলনায় Bর আপেক্ষিক গতিবেগ $(v-u)$। উহারা বিপরীত দিকে চলিলে ঐ আপেক্ষিক গতিবেগ $v-(-u)$ অর্থাৎ $(v+u)$।

ভেক্টর সমীকরণের সাহায্যে এইরূপ আপেক্ষিক গতিবেগ ও আপেক্ষিক ত্বরন নির্ণয় করা যায়।

প্রশ্নাবলী

1. ভেক্টর V উত্তর-পূর্ব দিকে 30 মি/সে. গতিবেগ নির্দেশ করে। নিম্নলিখিত ভেক্টরগুলির মান ও দিক্ নির্ণয় কর : (ক) 5V (খ) − V (গ) − 3V (ঘ) 3V − V (ঙ) V + 2V (চ) V − 2V [উঃ (ক) 150 মি/সে. উত্তর-পূর্ব (খ) 30 মি/সে. দক্ষিণ-পশ্চিম (গ) 90 মি/সে. দক্ষিণ-পশ্চিম (ঘ) 60 মি/সে. উত্তর-পূর্ব (ঙ) 90 মি/সে. উত্তর-পূর্ব (চ) 30 মি/সে. দক্ষিণ-পশ্চিম।

2. কোন ভেক্টরের একটি উপাংশ শূন্য না হইলে ঐ ভেক্টরের মান কি শূন্য হইতে পারে ?

3. কতিপয় ভেক্টর এক সমতলে অবস্থিত না হইয়া শূন্য লব্ধি দেখায়। সর্বনিম্ন কয়টি ভেক্টর হইলে এরূপ ঘটিতে পারে ?

4. একটি ট্রেন 50 মা./ঘ. গতিবেগে উত্তর হইতে পূর্বে 30° কোণে যাইতেছে। উহার গতিবেগ উত্তর ও পূর্বদিকে দুইটি আয়ত উপাংশে সংশ্লিষ্ট কর।

[উঃ 25 মা./ঘ পূর্ব ; 43·3 মা./ঘ উত্তর]

5. একজন ডাকহরকরার গতিপথ নিম্নরূপ

(ক) $\frac{1}{2}$ মাঃ পূর্ব (খ) $\frac{1}{2}$ মাঃ উত্তর (গ) $\frac{3}{4}$ মাইল উত্তর-পূর্ব (ঘ) $\frac{1}{3}$ মাঃ দক্ষিণ (ঙ) 1 মাঃ দক্ষিণ-পশ্চিম।

যাত্রাশেষে ঐ ডাকহরকরার যাত্রারম্ভের বিন্দু হইতে কত সরণ হইবে ?

[উঃ 0·85 মাইল, 30·2° পশ্চিম হইতে দক্ষিণ]

6. 10 সেন্টিমিটার মানের একটি ভেক্টর OX, OY, OZ এই তিনটি আয়তাকার অক্ষের সহিত সমান কোণ করিয়া অবস্থিত। উহাদের তিনটি আয়তাকার উপাংশ নির্ণয় কর।

[উঃ 5·76 সেন্টিমিটার]

7. সম্রাট নামক রণতরী 20 মা./ঘ পশ্চিমদিকে যাইতেছে। ঐ সময় দক্ষিণপূর্ব বাতাসের গতিবেগ 15 মা./ঘ। উহার চিমনীর ধোঁয়া কোন্ দিকে বাঁকিবে ?

[উঃ 40° উত্তর হইতে পূর্ব]

8. দুইটি ভেক্টর A ও B এর আয়তাকার উপাংশ যথাক্রমে Ax, Ay এবং Bx ও By। উহাদের লব্ধি $R=A+B$

প্রমাণ কর যে,

(ক) Rএর উপাংশ $(Ax+Bx)$ এবং $(Ay+By)$

(খ) $R^2=\sqrt{(Ax+Bx)^2+(Ay+By)^2}$

(গ) R এবং X অক্ষের কোণ θ হইলে

$$\tan\theta=\frac{Ay+By}{Ax+Bx}$$

(ঘ) উপরের ফল হইতে A, B, C, D যে কোন সংখ্যক ভেকটরের যোগফল নির্ণয় কর।

(ঙ) OX, OY, OZ এই ত্রিমাত্রিক অক্ষে উপরের ফল প্রয়োগ কর।

9. এক শহর হইতে অন্য শহরে যাইতে একটি গাড়ী পশ্চিমে 20 মাইল, উত্তরে 50 মাইল ও দক্ষিণ-পূর্বে 40 মাইল যায়। শহর দুইটির দূরত্ব কত ? [উঃ 94 মাইল]

তৃতীয় অধ্যায়

রৈখিক গতি (Linear motion)

[**Syllabus :** Newton's laws of motion, inertia, units of force. impulse and impulsive forces, conservation of linear momentum—elastic collisions of particles moving in the same line, jets and rockets. Friction, static and kinetic friction, co-efficient of friction.]

1.14. নিউটনের গতিসূত্র :

স্যার আইজাক্ নিউটন তিনটি মৌলিক নিয়মের প্রতিষ্ঠা করেন। এই নিয়মগুলি গতিবিদ্যা ও জ্যোতির্বিজ্ঞানের ভিত্তি বলিয়া পরিগণিত হইয়াছে। এই নিয়মগুলি স্বতঃ-সিদ্ধের মত হইলেও এই নিয়মগুলির উপর ভিত্তি করিয়া পার্থিব বস্তু ও জ্যোতিষ্কের অবস্থান ও গতি নিখুঁতভাবে প্রকাশ করা যায়।

প্রথম নিয়ম : বাহিরের কোন বল প্রযুক্ত না হইলে, প্রত্যেক বস্তু তাহার স্থির অবস্থায় থাকে অথবা সরলরেখায় সুষম গতিতে চলিতে থাকে।

দ্বিতীয় নিয়ম : গতির পরিবর্তন অর্থাৎ ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের অনুপাতী এবং ঐ পরিবর্তন প্রযুক্ত বলের দিক্ ধরিয়া ঘটে।

তৃতীয় নিয়ম : প্রত্যেক ক্রিয়ার সমমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

প্রথম নিয়মের দুইটি দিক্ আছে। প্রথম দিক্ হইল জড় পার্থিব বস্তুর ধর্ম, যাহা **জাড্যের নিয়ম** বলিয়া অভিহিত হয়। এই নিয়ম অনুযায়ী জড় বস্তুর কোন অবস্থা হইতে নড়িবার প্রবৃত্তি নাই। ঐ অবস্থা স্থির হউক অথবা সরলরেখায় গতিই হউক। প্রথম অবস্থা **স্থিতিজাড্য** ও দ্বিতীয়টি **গতিজাড্য**।

1·15. স্থিতিজাড্য : ট্রেনে অথবা ট্রামগাড়ীতে একটু আল্‌গাভাবে বসিয়া থাকিলে দেখিবে যে, ট্রেন বা গাড়ী হঠাৎ চলিতে আরম্ভ করিলে তুমি পিছন দিকে ঝুঁকিয়া পড়িবে। তাহার কারণ হইল, গাড়ীর সহিত দেহের নিচের অংশ হঠাৎ সামনের দিকে গতিশীল হয়—দেহের উপরের অংশ স্থিতিজাড্যের জন্য স্থির অবস্থায় থাকিতে চায় বলিয়া এইরূপ ঘটে।

1·16. গতিজাড্য : একটু অসাবধানে চলন্ত বাস বা ট্রামগাড়ী হইতে নামিতে গেলে সামনের দিকে আছাড় খাইয়া পড়িতে হয়—তাহার কারণ মাটিতে পা রাখামাত্রই দেহের নিচের অংশ হঠাৎ স্থির অবস্থায় আসে, অথচ উপরের অংশ গতিজাড্যের দরুণ গতিশীল থাকে, তাই আছাড় খাইয়া পড়িতে হয়।

প্রথম নিয়মের দ্বিতীয় দিক্‌টি হইল যে উহা বলের সংজ্ঞা নির্ণয় করিয়া দেয়। ঐ নিয়ম হইতে জানিতে পারা যায় যে বল যে বস্তুর উপর ক্রিয়া করে, তাহাকে গতি দেয় অথবা গতীয় অবস্থার পরিবর্তন ঘটায়।

1·17. **বল** (Force) ঃ কোন জড়বস্তু আপনা হইতে তাহার অবস্থার পরিবর্তন ঘটাইতে পারে না—তাহা স্থির বা গতিশীল অবস্থা যাহাই হউক না কেন। যে বাহিরের কারণে কোন বস্তুর স্থির বা গতিশীল অবস্থার পরিবর্তন ঘটে তাহাই **বল**। বল কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করিলে উহা বস্তুর স্থির অবস্থার সরলরেখার সুষম গতি পরিবর্তন করে বা পরিবর্তনের চেষ্টা করে।

ভরবেগের কথা পূর্বেই বলা হইয়াছে। দ্বিতীয় নিয়মে বল পরিমাপের পদ্ধতির কথা বলা হইয়াছে।

মনে কর একটি অপরিবর্তনীয় বল P, m ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। u যদি বস্তুর গতিবেগ ও f ত্বরণ হয়, তবে নিউটনের দ্বিতীয় নিয়ম অনুযায়ী,

P $\propto$ ভরবেগ $(m \times u)$ পরিবর্তনের হার

$\propto$ $m \times u$র পরিবর্তনের হার

$\propto$ $m f$

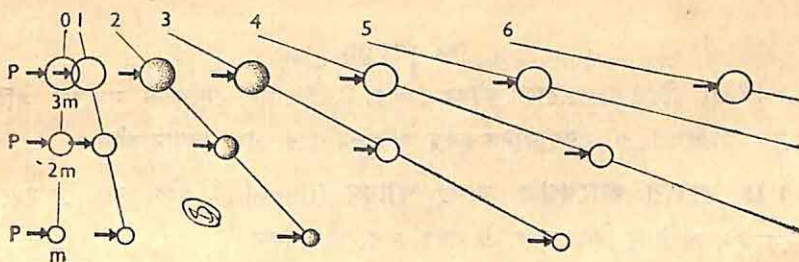
$=$ $km.f.$(k একটি নিত্য সংখ্যা) 1·17(1)

আমরা যদি বলের একক এমন ভাবে লই, যাহাতে ঐ একক বল একক ভরের উপর একক ত্বরণ উৎপাদন করে, তবে $m=1$, $f=1$.

যখন $P=1$, তখন $k=1$ হইবে, ও আমরা পাই

$$P=mf \qquad 1·17(2)$$

অতএব **বল = ভর × ত্বরণ**

1-17 (i) চিত্রে P মানের বল বিভিন্ন ভরের উপর প্রযুক্ত হইলে, ত্বরণ কীভাবে ভরের বিপরীত অনুপাতী হয় তাহা দেখান হইল। 1, 2, 3, 4, 5, 6, সেকেণ্ডে সরণ লক্ষ্য কর।

চিত্র 1·17 (i)

C. G. S. পদ্ধতিতে বলের একক **ডাইন্** (dyne)। এক গ্রাম্ ভরকে এক সেন্টিমিটার/(সেকেণ্ড)^2 ত্বরণ দিতে যে বলের প্রয়োজন তাহাই এক ডাইন্।

উদাহরণ 1. মনে কর একটি 4 কিগ্রা. ফুটবলের উপর 10^6 ডাইন্ বল প্রয়োগ করা হইল। 6 সেকেণ্ড পরে উহার গতিবেগ ও সরণ কত হইবে ?

1·17 (2) সমীকরণ হইতে পাওয়া যায়

$$P = mf$$

P ও m এর মান ধরিয়া

$$f = \frac{P}{m} = \frac{10^6 \text{ ডাইন্}}{4 \text{ কিগ্রা.}} = 2·5 \text{ মিটার/(সেকেণ্ড)}^2$$

নিউটনের দ্বিতীয় নিয়ম অনুযায়ী f ত্বরণের দিক্ P এর দিক্ অভিমুখে হইবে। 6 সেকেণ্ড পরে 1·8 (5) সমীকরণ অনুযায়ী

$$v = ft$$

$$v = 2·5 \frac{\text{মি.}}{(\text{সেকেণ্ড})^2} \times 6 \text{ সেকেণ্ড} = 15 \frac{\text{মিটার}}{\text{সেকেণ্ড}}$$

1·8 (6) সমীকরণ অনুযায়ী সরণ $s = \frac{1}{2} ft^2$

$$s = \frac{1}{2} \times 2·5 \frac{\text{মি.}}{(\text{সে.})^2} \times (6 \text{ সে.})^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 2·5 \frac{\text{মি.}}{(\text{সে.})^2} \times 36 \text{ (সেকেণ্ড)}^2$$

$$= 45 \text{ মিটার}$$

6 সেকেণ্ড পরে 4 কিগ্রা. বল 10^6 ডাইন বলের দ্বারা 45 মি. যাইবে ও উহার গতিবেগ হইবে 15 মি./সে.

চিত্র 1·17 (ii)

1·17 (*ii*) চিত্রে বলপ্রয়োগে ফুটবল t=1, 2, ইত্যাদি সেকেণ্ডে সময়ের সহিত কীভাবে গতিবেগ ও সরণ-জনিত দূরত্ব অতিক্রম করে তাহা দেখান হইল।

1·18. বলের আবেগ : বলের আবেগ (impulse) হইল বল যে সময়ের জন্য কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে, ঐ সময় ও বলের গুণফল।

1·8 (1) সমীকরণ অনুযায়ী $v = u + ft = u + \frac{p}{m}.t$

বলের আবেগ $= p \times t = m(v-u) = mv - mu$ 1·17 (3)

অতএব **বলের আবেগ = ভরবেগের পরিবর্তন**।

1·19. আবেগ প্রণোদিত বল : যে বৃহৎ বল অল্প সময়ের জন্য কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে, ফলে বলের আবেগ বেশী হইলেও বস্তুর সরণ নগণ্য হয়, তাহাকে **আবেগ প্রণোদিত বল** (impulsive force) বলে।

স্থির অবস্থায় কোন বস্তুতে আবেগ প্রণোদিত বল প্রযুক্ত হইলে 1 17 (3) সমীকরণ নিম্নরূপ হইবে

$$Pt = mv \qquad 1·19\ (1)$$

এই অবস্থায় সরণ নগণ্য হয় বলিয়া কেবল ভরবেগের পরিবর্তন হইলেই বস্তুতে আবেগের সৃষ্টি হইবে।

1·20. বলের একক : C.G.S. পদ্ধতিতে বলের একক **ডাইন্** (dyne) যাহা একগ্রাম ভরের উপর ক্রিয়া করিলে 1 সেমি./(সেকেণ্ড)^2 ত্বরণ উৎপন্ন করে।

F.P.S. পদ্ধতিতে বলের একক **পাউণ্ডাল্** (poundal) যাহা এক পাউণ্ড ভরের উপর ক্রিয়া করিলে 1 ফুট/(সেকেণ্ড)^2 ত্বরণ উৎপন্ন করে।

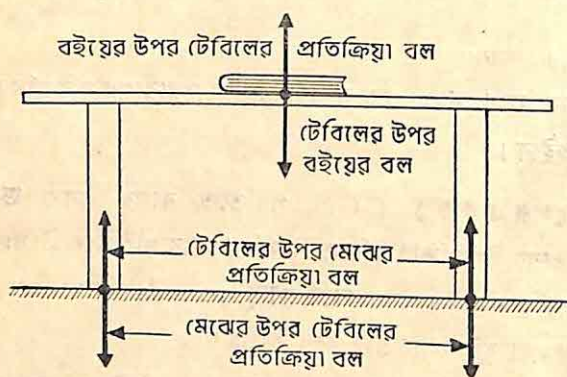
1·21. বলের ভৌত স্বাধীনতা : নিউটনের দ্বিতীয় নিয়ম অনুসারে বস্তুর গতি প্রযুক্ত বলের গতির দিক্‌মুখী হয়। যদি দুই বা অধিক বল একযোগে কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করে তবে প্রত্যেক বলই অন্যনিরপেক্ষভাবে তাহার ক্রিয়া করিবে। অতএব উহাদের মিলিত ক্রিয়া প্রত্যেক বলের ক্রিয়া পৃথকভাবে গণনা করিয়া ঐ ক্রিয়ার যোগফলের সমান হইবে। ইহা **বলের ভৌত স্বাধীনতা** নামে অভিহিত হয়।

সার্কাসে দেখিয়া থাকিবে যে, ঘোড়সওয়ার ছুটন্ত ঘোড়ায় হঠাৎ উপরের দিকে লাফাইয়া উঠে। কিন্তু তাহার অনুভূমিক গতিবেগ ঘোড়ার গতিবেগের সমান ও অপরিবর্তিত থাকে এবং তাহার উল্লম্ব গতিবেগের উপর ঐ অনুভূমিক গতিবেগ নির্ভর করে না। সেই কারণে সওয়ার কিছুক্ষণের পর আবার ঘোড়ায় চড়িয়া বসিতে পারে—পিছাইয়া পড়ে না।

1·22. নিউটনের তৃতীয় নিয়ম : একটি বস্তু দ্বিতীয় কোন বস্তুর উপর যদি বল প্রয়োগ করে তবে দ্বিতীয় বস্তুটিও বিপরীত দিকে যে সমমানের বল প্রয়োগ করিবে, তাহাকে **প্রতিক্রিয়া** বলে। দুই বস্তুর মধ্যবর্তী এই অন্যোন্য বলকে **পীড়ন** (stress) বলে। তাই নিউটনের তৃতীয় নিয়ম **প্রতিক্রিয়ার নিয়ম** অথবা **পীড়নের নিয়ম** নামে অভিহিত হয়।

অভিজ্ঞতা হইতেই এই নিয়মের তাৎপর্য বুঝা যায়। দুইটি বস্তুর ক্রিয়া অন্যোন্যভাবে জড়িত। বস্তু দুইটি স্থির অথবা গতিশীল যাহাই হউক না কেন এবং উহারা পরস্পর স্পৃষ্ট হউক বা দূর হইতে ক্রিয়া করুক, এই নিয়ম সবক্ষেত্রেই খাটে। যেহেতু প্রত্যেক

বলই সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া লইয়া চলে, প্রকৃতির সব বলই বস্তুর অংশগুলিতে পীড়নের সৃষ্টি করে।

1. মনে কর টেবিলে একটি বই আছে। বইটির ওজন W নীচের দিকে চাপ দিতেছে। যেহেতু বইটি নিচে চলিয়া যায় না, তাই প্রমাণ হয় যে, ঐ গতি টেবিলের

চিত্র 1·22 (i)

ঊর্দ্ধমুখী সমমানের বল কর্তৃক প্রতিরোধ পাইয়া আটকাইয়া আছে। এই ঊর্দ্ধমুখী বল W-র ক্রিয়ার একই সরলরেখায় বিপরীত দিকে ক্রিয়া করিতেছে। [চিত্র 1·22 (i)]।

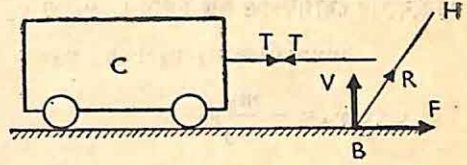
2. মাটিতে হাঁটিবার সময় আমরা যখন একটি পা পিছনের দিকে ফেলি, তখন মাটি সামনের দিকে সমান প্রতিক্রিয়া করে। এই সামনের প্রতিক্রিয়াতে আমরা হাঁটিয়া আগাইতে পারি। আমাদের পায়ের পিছনের গতি মাটিতে সামনের দিকে প্রতিক্রিয়া সৃষ্টি করে। [চিত্র 1·22 (ii)]। মাটির আপেক্ষিক বৃহত্তর ভরের জন্য উহার গতি ধরা পড়ে না। কিন্তু আমাদের পায়ের উপর মাটির প্রতিক্রিয়া আমাদের হাঁটাতে বাধা দেয় না, তাহার কারণ ক্রিয়া প্রতিক্রিয়ার জোড়া বল পৃথক্ বস্তুর উপর ক্রিয়া করে।

চিত্র 1·22 (ii)

3. ঘোড়ার গাড়ী ও ঘোড়া : মনে কর C গাড়ীটি H ঘোড়া টানিতেছে [চিত্র 1·22 (iii)]। ঘোড়া দড়ি দিয়া গাড়ীর সহিত বাঁধা আছে। ঘোড়া গাড়ী C সামনে টানিবার সময় দড়িতে যে টান (tension) হয় তাহাই ক্রিয়া এবং ঘোড়ার উপর

গাড়ীর পশ্চাৎমুখী টান হইল প্রতিক্রিয়া শক্তি। T টান ক্রিয়ার সমান ও বিপরীতমুখী হইলেও গাড়ী সামনে চলে, তাহার কারণ হইল ঘোড়ার পা মাটিতে নিচের দিকে যখন তির্যক ভাবে পড়ে, তখন মাটিও ঘোড়ার পায়ে সমান ও বিপরীত ক্রিয়া R সৃষ্টি করে। এই প্রতিক্রিয়া R-এর উল্লম্ব উপাংশ ঘোড়ার ওজন ধরিয়া রাখে এবং অনুভূমিক উপাংশ

চিত্র 1·22 (iii)

F ঘোড়াকে সামনে আগাইয়া লয়। F যথেষ্ট বেশী হইলে যদি চাকা ও মাটির ঘর্ষণবল fকে ছাড়াইয়া যায়, তবে গাড়ী চলিতে থাকে।

T, F ও f এর সম্পর্ক হইল

$$F - T = mx, \qquad 1{\cdot}22\,(1)$$

$$T - f = Mx, \qquad 122\,(2)$$

x= ঘোড়া ও গাড়ীর সাধারণ ত্বরণ, m= ঘোড়ার ভর, M= গাড়ীর ভর।

1·22 (1) ও 1·22 (2) যোগ করিয়া পাওয়া যায়

$$F - f = (m + M)x \qquad 1{\cdot}22\,(3)$$

লক্ষ্য রাখা প্রয়োজন যে, ক্রিয়া যতক্ষণ থাকিবে, প্রতিক্রিয়াও ততক্ষণ থাকিবে। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া একই বস্তুর উপর প্রযুক্ত হইলে তাহা সাম্যাবস্থায় থাকে, কিন্তু ঘোড়া ও গাড়ীর বেলায় ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বিভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় বলিয়া গাড়ী চলিতে পারে।

1·23. রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা ঃ (Conservation of linear momentum) রৈখিক ভরবেগ সম্পর্কে আমরা পূর্বে আলোচনা করিয়াছি। দুই বা ততোধিক বস্তু তাহাদের অন্যোন্য প্রতিক্রিয়ায়, বাহিরের বল প্রযুক্ত না হইলে, তাহাদের যে কোন দিকে রৈখিক বেগ নিত্য থাকিবে।

বাহিরের কোন শক্তির প্রয়োগ না হইলে ভরবেগ $m\,v$ পরিবর্তিত হইতে পারে না কিন্তু উহার উপাদান বস্তুকণাগুলির ভরবেগ বাহিরের শক্তি ছাড়াও পরস্পরের মধ্যে পুনর্বণ্টিত হইতে পারে। কিন্তু এই পুনর্বণ্টনের সর্ত এই যে মোট ভরবেগ পরিবর্তিত হইবে না। এই নীতি হইল **রৈখিক ভরবেগের নিত্যতাবাদ** অর্থাৎ বাহিরের কোন শক্তি বস্তুকণা সমষ্টির কোন তন্ত্রের (system) উপর যে ক্রিয়া করে তাহার পরিমাণ শূন্য হইলে, ঐ তন্ত্রের মোট রৈখিক ভরবেগ নিত্য থাকিবে।

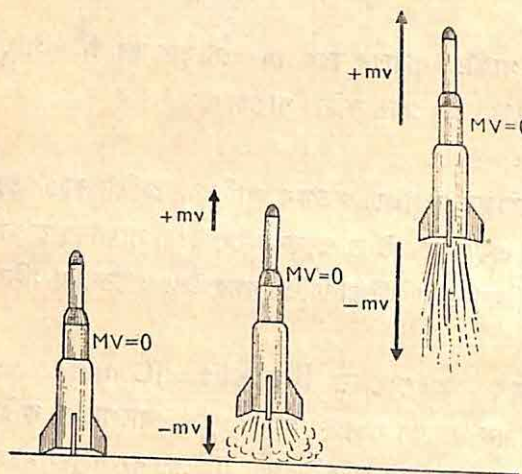
মনে কর m ভরের একটি বস্তুকণা স্থির অবস্থায় আছে। উহা হঠাৎ বিস্ফোরিত হইয়া m_1 ও m_2 ভরের দুইটি কণিকায় বিভক্ত হইয়া একে অপরের হইতে দূরে সরিয়া

গেল। বাহিরের কোন শক্তি ছাড়াই, আভ্যন্তরীণ শক্তিতে এই বিস্ফোরণ ঘটিয়াছে। যেহেতু m এর ভরবেগ বিস্ফোরণের পূর্বে শূন্য ছিল, বিস্ফোরণের পর m_1 ও m_2 এর ভরবেগের যোগফলও শূন্য হইবে। v_1 ও v_2 উহাদের শেষ গতিবেগ হইলে

$$mv = 0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \qquad 1\cdot23\ (1)$$

এবং $v_2 = -\dfrac{m_1}{m_2} v_1$ $\qquad$ 1·23 (2)

1·23 (2) হইতে দেখা যায় যে উহাদের গতিবেগের দিক্ বিপরীতমুখী।

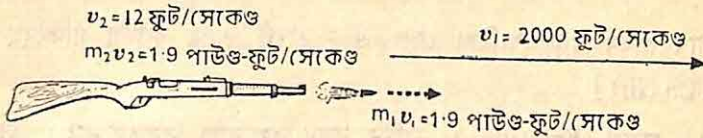
রকেটের গতি ভরবেগের নিত্যতার নিয়মের উপর প্রতিষ্ঠিত। রকেট জ্বালাইলে উহার বহির্নিগত গ্যাস্ উচ্চ গতিবেগে নিচের দিকে ছুটিয়া চলে, ঐ গ্যাসের ভরবেগ তুল্যমূল্য করিতে রকেট উপরে উঠিয়া যায়। রকেটের স্থির অবস্থায় উহার ভরবেগ নাই। 1-23 (i) চিত্রে রকেটের গতিতে ভরবেগের তুল্যমূল্যতা দেখা যাইবে।

চিত্র 1·23 (i)

জেট্ প্লেনে বহির্নির্গত গ্যাস্ উচ্চ গতিবেগে নির্গত হয়। রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা অনুযায়ী গ্যাসের ভরবেগের বিপরীত দিকে ঐ মানের ভরবেগ লইয়া জেটটি চালিত হইবে।

উদাহরণ 1. একটি 5 পাউণ্ড ওজনের রাইফেল হইতে ·03 পাউণ্ড ওজনের গুলি 2000 ফুট/সে. গতিবেগে নির্গত হয়, রাইফেলের প্রতিঘাত গতিবেগ কত হইবে ?

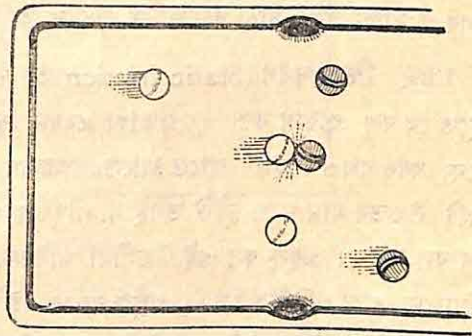
বুলেটের ভর $m_1 = \dfrac{\cdot03 \text{ পাঃ}}{g}$, বন্দুকের ভর $m_2 = \dfrac{5 \text{ পাঃ}}{g}$ [g = অভিকর্ষ জনিত ত্বরণ, m_1 ভরের ওজন $m_1 g$ ও m_2 ভরের ওজন $m_2 g$]

1·23 (2) সমীকরণ হইতে দেখা যাইবে যে,

$$\text{প্রতিঘাত গতিবেগ } v_2 = -\frac{0\cdot03 \text{ পাঃ}/g}{5 \text{ পাঃ}/g} \times 2000 \text{ ফুট/সে} = -12 \text{ ফুট/সেকেণ্ড}$$

চিত্র 1·23 (ii)

লক্ষ্য কর যে, g এর মান কাটাকাটি হওয়ায়, ওজনের অনুপাত ও ভরের অনুপাত সমান হইয়াছে।

1-23 (ii) চিত্রে বন্দুক ও গুলির ভরবেগ ও গতিবেগের পরিমাণ এবং দিক্ দেখান হইল। প্রতিঘাত গতিবেগের নেগেটিভ চিহ্ন হইতে উহার দিক্ বুঝিতে পারিবে।

একই সরলরেখায় দুই বা ততোধিক বস্তুর পরস্পর সংঘাত ক্রিয়ায় রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা বজায় থাকে। মনে কর একটি বল্ টেবিলের উপর গড়াইয়া অন্য একটি অনুরূপ স্থির বল্‌কে আঘাত করিল। প্রথম বলটি থামিয়া গেল এবং দ্বিতীয় বল্‌টি প্রথমটির গতিবেগে ঐ একই দিকে গড়াইয়া গেল। প্রথম বল্‌টির প্রাথমিক ও শেষ গতিবেগ যথাক্রমে v_1 ও v'_1

চিত্র 1·23 (iii)

এবং দ্বিতীয়টির প্রাথমিক ও শেষ গতিবেগ যথাক্রমে v_2 ও v'_2 হইলে রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা অনুযায়ী সংঘাতের পূর্বে ও পরে ঐ ভরবেগ সমান থাকিবে।

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2 \qquad 1\cdot23(3)$$

সংঘাতের পূর্বে   পরে

যেহেতু বল্ দুইটির $m_1 = m_2$ ও দ্বিতীয় বল্ স্থির অবস্থায় ছিল, $v_2 = 0$।

1·23 (3) সমীকরণ হইতে

$$v_1 = v'_1 + v'_2, \qquad 1\cdot23(4)$$

এই সমীকরণ সমাধান করিতে হয় v'_1 অথবা v'_2 কে শূন্য ধরিতে হইবে। যদি v'_2 শূন্য হয়, তবে প্রথম বল্‌টি দ্বিতীয় বল্‌টির মধ্য দিয়া চলিয়া গেল মনে হইবে—কিন্তু উহা অসম্ভব। অতএব

$$v'_1=0 \text{ এবং } v'_2=v_1$$

অর্থাৎ প্রথম বল্‌টি থামিয়া গেল ও দ্বিতীয়টি প্রথম বল্‌টির গতিবেগ পাইল। [চিত্র 1·23 (iii)]

1·24. ঘর্ষণ (Friction) : কঠিন বস্তুর তল সম্পূর্ণ সমতল নহে। উহা অল্প-বিস্তর অমসৃণ। তাই ভিজা নহে এরূপ দুইটি কঠিন তল পরস্পর সংস্পর্শে আসিলে এবং একটি আর একটির উপর গড়াইয়া লইতে হইলে ঐ গতি বাধাপ্রাপ্ত হয়। ঐ বাধাকে **ঘর্ষণ** বলে। বস্তুর দুইটি তলের অণুগুলির পারস্পরিক আকর্ষণ ও তলের উঁচু-নিচুতে আটকাইয়া যাওয়া হইতে ঘর্ষণের উৎপত্তি হয়।

দুইটি তলের আপেক্ষিক গতির বিপরীতে সংস্পর্শের একই তলে ঘর্ষণকে একটি বল মনে করা যাইতে পারে।

টেবিলে একটি বই টানিয়া লইতে, মাটিতে একটি বাক্স টানিতে এইজন্য কিছু বলের প্রয়োজন হয়—যাহা ঘর্ষণজনিত বাধাকে অতিক্রম করিতে পারে।

1·25. স্থিত ঘর্ষণ (Static friction) : একটি তলে অন্য একটি তল গড়াইয়া লইতে যে বল প্রয়োগ করা হয়, তাহা যেমন শূন্য হইতে আস্তে আস্তে বাড়িতে থাকে, ঘর্ষণ বলও সেইরূপ আস্তে আস্তে অনুরূপভাবে বাড়িয়া চলে। প্রযুক্ত বলের একটি উচ্চতম মান পর্যন্ত দুইটি তলই সাম্যাবস্থায় থাকে। এই অবস্থায় প্রযুক্ত বল ও ঘর্ষণ বল সমান। প্রযুক্ত বল এই উচ্চসীমা অতিক্রম করিলে, বল যে তলটির উপর ক্রিয়া করিতেছে, তাহা গতিশীল হয়। প্রযুক্ত বলের এই উচ্চতম মানই স্থিত ঘর্ষণের প্রান্ত মান এবং উহাকে উক্ত দুইটি তলের **সীমান্ত ঘর্ষণ বল** (Limiting friction) বলে।

বিসর্প ও আবর্ত ঘর্ষণ (Kinetic friction) : একটি তলের উপর আর একটি তল গড়াইয়া লওয়ার আরম্ভে যে বল প্রয়োজন, তাহা গড়াইয়া চলিতে থাকিলে যে বলের প্রয়োজন হয়, তাহা অপেক্ষা বেশী। তাই গড়াইয়া চলার শক্তি বা আবর্ত ঘর্ষণ (Rolling friction) সীমাস্থ ঘর্ষণ অপেক্ষা কম।

একটি বল মাটিতে গড়াইয়া যাওয়া আবর্ত ঘর্ষণের উদাহরণ। একটি তলের উপর কোন বস্তুকে টানিয়া লইলে, বস্তুর গতিশীল অবস্থায় যে ঘর্ষণবল ক্রিয়া করে, উহাকে **বিসর্প ঘর্ষণ** (Sliding friction) বলে। ঐ বলও সীমাস্থ ঘর্ষণ অপেক্ষা কম। আবর্ত ঘর্ষণ বিসর্প ঘর্ষণ অপেক্ষা কম মানের হয় বলিয়া যন্ত্রপাতিতে যেখানে অপেক্ষাকৃত

মসৃণ গতির প্রয়োজন, যেমন সাইকেলে বল্‌বেয়ারিং (ball bearing) এবং ভারী যন্ত্রপাতিতে রোলার বেয়ারিং ইত্যাদিতে আবর্ত ঘর্ষণ কাজে লাগান হয়।

1·26. সীমাস্থ ঘর্ষণের নিয়ম :

1. ঘর্ষণ গতিকে সর্বদাই বাধা দেয়।

2. ঘর্ষণ বল সংস্পৃষ্ট দুইটি তলের স্বাভাবিক প্রতিক্রিয়ার অনুপাতী।

3. ঘর্ষণ বল সংস্পৃষ্ট তল দুইটির আয়তনের পরিমাপের উপর নির্ভর করে না, উহাদের ধর্ম ও অবস্থার উপর নির্ভর করে।

ঘর্ষণ গুণাঙ্ক (Coefficient of friction) : যদি দুইটি সংস্পৃষ্ট কঠিন তলের স্বাভাবিক প্রতিক্রিয়া R এবং সীমাস্থ ঘর্ষণ বল F হয়, তবে F/R একটি নিত্যসংখ্যা এবং ইহাকে ঘর্ষণের গুণাঙ্ক μ বলা হয়। $\mu = F/R$ 1·26 (1)

যে কোন সংস্পৃষ্ট দুইটি তলের μ সর্বদাই এক হইতে কম অর্থাৎ ভগ্নাংশ।

নিচের সারণীতে কয়েকটি বস্তুর μ এর মান দেওয়া হইল।

সারণী-১ : স্থিত ঘর্ষণের গুণাঙ্ক (μ)	
কাঠ ও কাঠ	0·3 হইতে 0·5
ধাতু ও কাঠ	0·2 হইতে 0·6
চামড়া ও ধাতু	0·3 হইতে 0·6
শুষ্ক কংক্রীট রাস্তা ও রাবারের চাকা	0·7
ভিজা কংক্রীট রাস্তা ও রাবারের চাকা	0·5

প্রশ্নাবলী

1. নিউটনের প্রথম নিয়ম হইতে বস্তুর জাড্যধর্ম প্রমাণ কর।

2. নিউটনের দ্বিতীয় নিয়ম কি বল। উহা হইতে কীভাবে বলের পরিমাপ করা হয় বুঝাও।

3. নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র লিখ ও গতিবেগের সমান্তরাল আয়তক্ষেত্রের নিয়ম হইতে বলের সমান্তরাল আয়তক্ষেত্রের নিয়ম কীভাবে পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।

4. নিউটনের প্রথম গতিসূত্র হইতে বলের সংজ্ঞা ও দ্বিতীয় গতিসূত্র হইতে বলের পরিমাণ কীভাবে পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।

5. 200 টন ভরের একটি ট্রেন 45 মা/ঘ গতিবেগ হইতে 2 মিনিটে 30 মা/ঘ গতিবেগে কমিল। (ক) উহার ভরবেগ কত পরিমাণ কমিবে ? (খ) মন্দীভূত বলের গড়মান কত ? [উঃ 9856000 FPS একক ; 1·145 টন ওয়েট্]

7. সাধারণত ব্যবহার করা হয়, বলের এইরূপ এককগুলি কি ?

8. ভরবেগ ও বলের আবেগ কাহাকে বলে ? উদাহরণসহ ভরবেগের নিত্যতা ব্যাখ্যা কর।

9. 10 গ্রাম্ ভরের একটি গুলি অবাধে নড়িতে পারে এরূপ 1 কিগ্রা ভরের বন্দুক হইতে ছোড়া হইল। ঐ গুলি 990 গ্রাম্ ভরের কাষ্ঠখণ্ডে ঢুকিল। গুলির গতিবেগ 500 মি/সে হইলে বন্দুকের প্রতিঘাতবেগ ও কাষ্ঠখণ্ডে যোজিত গতিবেগ কত হইবে ?

[উঃ 5 মি/সে. ; 5 মি/সে]

10. ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বলের মান সমান ও দিক্ পরস্পরের বিপরীত। তাহা হইলে কোন বস্তুর ত্বরণ কীভাবে সম্ভব হয় ?

11. 1000 মেট্রিন টন (1 মেট্রিকটন = 1000 Kg) ভরের একটি ট্রেনকে স্থির অবস্থা হইতে 2 মিনিটে 6 মি/সে ত্বরণ দিতে কত বল লাগিবে ?

[উঃ 5×10^9 ডাইন্]

12. 6400 lb ট্রাকের 5 সেকেণ্ডে 20 ফু/সে হইতে 30 ফু/সে গতিবেগ বাড়াইতে (ক) কত বল লাগে ? (খ) এই সময়ে ট্রাক্‌টি কতদূর যাইবে ?

[উঃ (ক) 400 lb, (খ) 125 ফুট]

13. একটি ক্যাঙারু মাটি হইতে লাফাইতে প্রথম 2 ফুটে যে স্থির বল প্রয়োগ করে তাহাতে সে 6 ফুট উঁচুতে লাফাইতে পারে। একটি বাচ্চা ক্যাঙারু কোলে লইয়া উহা একই বলের দ্বারা $5\frac{1}{2}$ ফুট উঁচুতে লাফাইতে পারে। বাচ্চা কাঙারুর ওজন কত ?

[উঃ 5·33 lb]

14. 240 lb ওজনের একটি কাঠের বাক্স মসৃণ কাঠের মেজেতে অনুভূমিক দিকে সরাইতে নিম্নতম কত বল প্রয়োজন ?

[উঃ 72 lb]

15. 5 গ্রাম ভরের বস্তুতে 3·2 সেমি/(সেকেণ্ড)^2 ত্বরণ উৎপন্ন করিতে কত বলের প্রয়োজন ?

[উঃ 16 ডাইন্]

16. একটি আনততলে কোন বস্তু গড়াইয়া যাইবার মুখে তলের নতিকোণের স্পর্শক ঘর্ষণের গুণাঙ্কের সমান—প্রমাণ কর।

17. ঘর্ষণের গুণাঙ্ক 0·25 হইলে 30° নতিকোণের আনততলে কোন বস্তুর ত্বরণ কত ?

[উঃ 9·14 ফুট/(সেকেণ্ড)^2]

18. একটি বস্তু 30° নতিকোণ বিশিষ্ট আনততলে গড়াইয়া 76 ফুট অতিক্রম করিলে উহার গতিবেগ কত হইবে ? (ঘর্ষণ গুণাঙ্ক = 0·2) [উঃ 40 ফুট/সেকেণ্ড]

স্থিতিবিদ্যা (Statics)

[**Syllabus** : Statics ; Centre of mass, centre of gravity. Conditions of equilibrium of a system of particles.]

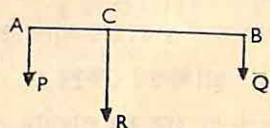
বিভিন্ন বল প্রযুক্ত হইলেও যে বস্তু স্থির থাকে উহার অবস্থা যে শাস্ত্রে পর্যালোচনা করা হয় তাহাকে **স্থিতিবিদ্যা** বলে। ঐ সব বলের পরস্পর সম্পর্ক দৃঢ় বস্তুকে (rigid body) স্থির অবস্থায় রাখে।

যখন কতকগুলি বল কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হইয়া ঐ বস্তুকে স্থির রাখে তখন ঐ বলগুলি **সাম্যাবস্থায়** (equilibrium) থাকে।

1·28. ভরের ভ্রামক (Moment of mass) **:** একটি নির্দিষ্ট বিন্দু বা তলের চারিদিকে ভরের ভ্রামক বলিতে ঐ বিন্দু বা তল হইতে দূরত্বের সহিত ঐ ভরের গুণফল বুঝায়।

দৃঢ় বস্তুর উপর একাধিক বলের লব্ধি

(ক) সমমুখী সমান্তরাল বল :

কোন দৃঢ় বস্তুর উপর একাধিক সমমুখী সমান্তরাল বল প্রযুক্ত হইলে এই বলগুলিকে সর্বদাই একটি লব্ধি দ্বারা প্রকাশ করা যায়। এই লব্ধির দিক্ সমমুখী বলগুলির অভিমুখে হয়। দুইটি সমমুখী [চিত্র 1·28(i)] সমান্তরাল বলের লব্ধির মান ও অবস্থান বিন্দু নির্ণয় করিতে 1·28 (i) চিত্রের মত P ও Q দুইটি সমান্তরাল বল উহাদের ক্রিয়ামুখের সহিত লম্ব AB দ্বারা যুক্ত কর।

চিত্র 1·28 (i)

উহাদের লব্ধির অবস্থান বিন্দু হইবে AB রেখায় C বিন্দু এবং $P\times AC=Q\times CB$

1·28(1)

অথবা $$\frac{AC}{CB}=\frac{Q}{P}\qquad 1{\cdot}28(2)$$

অর্থাৎ C বিন্দু AB রেখাকে উহার অভ্যন্তরে বলের বিপরীত অনুপাতে ছেদ করে।

এখন $$\frac{AC}{AC+CB}=\frac{Q}{Q+P}\qquad 1{\cdot}28(3)$$

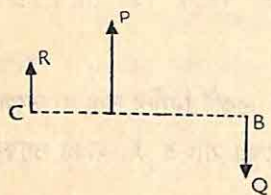
অথবা $$\frac{AC}{AB}=\frac{Q}{Q+P}$$ অথবা $$AC=\frac{Q}{Q+P}\times AB \quad \cdots\ \cdots\ 1{\cdot}28(4)$$

1·28(1) সমীকরণে P, Q ও AB জানা থাকিলে C বিন্দুর অবস্থান জানা যায়।

লব্ধি $R=P+Q$

তৃতীয় একটি সমমুখী সমান্তরাল বলও যুক্ত হইলে একই উপায়ে তিনটি বলের লব্ধি পাওয়া যায়। এইভাবে যে কোন সংখ্যক সমান্তরাল সমমুখী বলের লব্ধি নির্ণয় করা হয়। অভিকর্ষ কেন্দ্র নির্ণয়ে এই নিয়মের প্রয়োগ করা হইয়া থাকে।

(খ) বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল:

কোন দৃঢ় বস্তুর উপর দুইটি সমান্তরাল বল বিপরীত মুখে ক্রিয়া করিলে উহাদের লব্ধি নির্ণয় করিতে P ও Qর ক্রিয়ামুখের সহিত লম্ব AB আঁক। ধর $P > Q$। এখন BA রেখা C পর্যন্ত বিস্তৃত কর, যাহাতে $CA \times P = CB \times Q$ ... 1·28 (5)

চিত্র 1·28 (ii)

এখন 1·28 (ii) চিত্রে দেখ, C বিন্দু AB রেখাকে বাহিরে বল দুইটির বিপরীত অনুপাতে ছেদ করে। C দুইটি বলের লব্ধির অবস্থান বিন্দু, উহার দিক্ বৃহত্তর বল P-এর অভিমুখে এবং উহার মান $R = P - Q$. 1·28 (6)

দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল সমান হইলে উহাকে **দ্বন্দ্ব** (couple) বলে। (বৃত্তীয় গতি দ্রষ্টব্য)।

ভরকেন্দ্র (Centre of mass)**:** কোন বস্তুর বা দৃঢ় সংবদ্ধ বস্তুসমষ্টির ভরকেন্দ্র এমন একটি বিন্দু যাহার মধ্য দিয়া একটি সমতল প্রবিষ্ট করাইলে ভর সমষ্টির একপার্শ্বের ভ্রামক ঐ বিন্দুর অন্যপার্শ্বের ভর সমষ্টির ভ্রামকের সমান হইবে। নিয়তাকার বস্তুর ভরকেন্দ্র ও তাহার জ্যামিতিক কেন্দ্র একই হইবে।

অভিকর্ষ কেন্দ্র (Centre of gravity)**:** অভিকর্ষের নিয়ম অনুযায়ী পৃথিবী-পৃষ্ঠে প্রত্যেক বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হয়। ঐ বস্তুর সমস্ত উপাদানের উপর আকর্ষী শক্তির মোট পরিমাণ উহার উপর পৃথিবীর আকর্ষী শক্তির সমান অর্থাৎ বস্তুর ওজনের সমান। অতএব বস্তুর উপাদান কণাগুলির ওজন নিম্নাভিমুখে পৃথিবীর ব্যাসার্দ্ধ বিবেচনায় সমান্তরাল বলসমষ্টি ধরা যাইতে পারে।

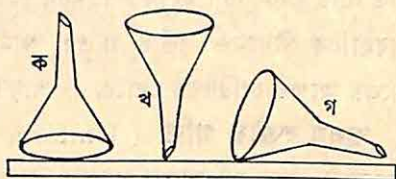
এই সমান্তরাল বলসমষ্টি বস্তুর যে নির্দিষ্ট বিন্দুতে লব্ধি বলরূপে ক্রিয়া করে বিবেচনা করা হয় তাহাই **অভিকর্ষ কেন্দ্র**।

1. যদিও বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্রের মধ্য দিয়া তাহার ওজন সরলরেখায় ক্রিয়া করে, তথাপি বস্তুর মধ্যে ঐ কেন্দ্র নাও থাকিতে পারে। যেমন, একটি বৃত্তাকার আংটার অভিকর্ষ কেন্দ্র তাহার জ্যামিতিক কেন্দ্র এবং উহা ফাঁকা জায়গা।

2. বস্তুর আকারের পরিবর্তন হইলে, তাহার অভিকর্ষ কেন্দ্রও পরিবর্তিত হয়। যেমন, একটি সোজা তারের অভিকর্ষ কেন্দ্র তাহার মধ্যবর্তী বিন্দু, কিন্তু উহাকে বৃত্তাকার করিলে তাহার জ্যামিতিক কেন্দ্রের ফাঁকা জায়গায় ঐ কেন্দ্র পরিবর্তিত হয়।

3. অভিকর্ষ কেন্দ্রের মধ্য দিয়া বস্তুর ওজন নিম্নাভিমুখে ক্রিয়া করে। বিপরীত দিকে ঐ এক বিন্দুতে কোন বল ক্রিয়া করিলে উহা সাম্যাবস্থায় থাকে।

বস্তুর সাম্যাবস্থা (Equilibrium of a body) **:** কোন বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল এক বা একাধিক বলের পরিণতি শূন্য হইলে, অথবা উহাকে পাক দেওয়ার মত কোন ভ্রামক না থাকিলে বস্তুটি সাম্যাবস্থায় থাকে।

কোন বস্তু তাহার সাম্যাবস্থা হইতে সামান্য সরাইলে তাহার উপর ক্রিয়াশীল বল যখন তাহাকে সাম্যাবস্থায় ফিরাইয়া আনিতে চায় তখন বস্তুটির অবস্থাকে **স্থায়ী সাম্যাবস্থা** বলে। একটি ঘনক এক পার্শ্বে স্থির ভাবে বসান থাকিলে, একটি কাচের ফানেলের মুখের দিক্‌টায় বসাইলে উহারা স্থায়ী সাম্যাবস্থায় থাকে। কোন বস্তু তাহার সাম্যাবস্থা হইতে সামান্য সরাইলে, উহার উপর ক্রিয়শীল বল উহাকে যখন আরও সরাইতে চায়, এই অবস্থা বস্তুর **অস্থায়ী সাম্যাবস্থা**। একটি কাচের ফানেল তাহার নলের দিকটা স্থির বসান থাকিলে অস্থায়ী সাম্যাবস্থায় থাকে। যখন বস্তুকে কম বা বেশী সরাইলে উহা আগের অবস্থায় ফিরিতে বা আরও বেশী সরিতে চায় না, তখন উহাকে বস্তুর **নিরপেক্ষ অবস্থা** বলে। 1 – 28 (iii) চিত্রে ফানেলের (ক) স্থায়ী সাম্যাবস্থা (খ) অস্থায়ী সাম্যাবস্থা ও (গ) নিরপেক্ষ সাম্যাবস্থা দেখান হইল।

চিত্র 1·28 (iii)

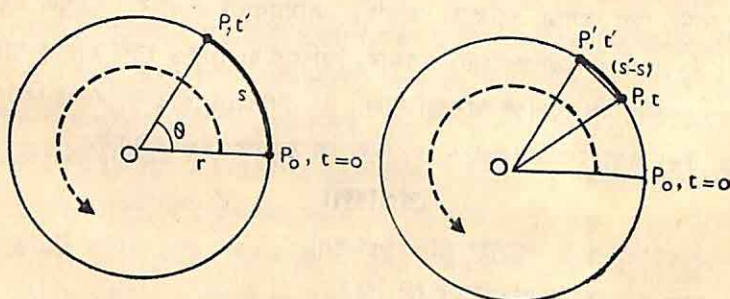
প্রশ্নাবলী

1. ভরের ভ্রামক ও ভরকেন্দ্র কাহাকে বলে ?
2. বস্তুর সাম্যাবস্থায় অবস্থানের সর্ত কি ?
3. বস্তুর স্থায়ী, অস্থায়ী ও নিরপেক্ষ সাম্যাবস্থা কি উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।
4. কতিপয় সমমুখী সমান্তরাল অসমান বলের লব্ধি নির্ণয় কর ও ঐ পদ্ধতিতে কীভাবে কোন বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।
5. একটি দ্বন্দ্ব বলিতে কী বুঝায় ব্যাখ্যা কর।

বৃত্তীয় গতি (Circular motion)

[**Syllabus** : Dynamics of circular motion. Rotational motion of a particle, angular velocity, angular acceleration, relation between angular velocity and linear velocity, angular momentum, moment of a force, about a point and about an axis, torque (statement only), couples, centripetal force, centrifugal force (as a pseudo force].

1·29. **বৃত্তীয় গতি** (Circular motion) **ঃ** গতিশীল বস্তু স্বভাবতঃ বক্রপথে চলিতে চায়। পৃথিবী ও গ্রহগুলির সূর্যের চারিদিকে গতি ও চন্দ্রের পৃথিবীর চারিদিকে গতি প্রায় বৃত্তাকার। মহাকর্ষের নিয়ম হইতে তোমরা উহা জানিতে পারিবে। আমাদের ব্যবহারিক জীবনেও বৃত্তীয় গতির অনেক উদাহরণ পাইবে। একটি লাটিম যখন নিজের অক্ষের চারিদিকে ঘোরে, ঐ আবর্তন জনিত গতিও বৃত্তাকার।

সুষম বৃত্তীয় গতি (Uniform circular motion) **ঃ** কোন বস্তু যখন বৃত্তাকারে সুষম গতিবেগে আবর্তন করে, 1-29 (i) চিত্রে দেখ যে ঐ বৃত্তপথের ব্যাসার্দ্ধ r, ইহার কেন্দ্র O এবং বস্তুটি মনে কর গতিশীল হওয়ার প্রারম্ভে শূন্য সময়ে P_0 অবস্থানে আছে, তখন $t=0$.

চিত্র 1·29 (i)

t সেকেণ্ডের পর বস্তুটি P বিন্দুতে সরিয়াছে এবং বৃত্তের পরিধি ধরিয়া উহা s দূরত্ব সরিয়াছে। এই সময়ে ব্যাসার্দ্ধ OP, θ কোণ সরিয়াছে। θ রেডিয়ান্ এককে পরিমাপ করা সুবিধাজনক। θ রেডিয়ান্ হইল উহার বৃত্তচাপ ও ব্যাসার্দ্ধের ভাগফল।

$$\theta_{rad}=\frac{s}{r} \qquad 1·29\ (1)$$

লক্ষ্য কর যে বস্তুটি একবার পুরা বৃত্তটি আবর্তন করিলে, OP 360° ঘোরে এবং s তখন বৃত্তের পুরা পরিধি, $2\pi r$। অতএব রেডিয়ানে

$$\theta=\frac{s}{r}=\frac{2\pi r}{r}=2\pi \text{ (পুরা একটি আবর্তনের জন্য)}$$

অতএব $360^\circ = 2\pi$ রেডিয়ান্
$180^\circ = \pi$ রেডিয়ান্
$90^\circ = \frac{\pi}{2}$ রেডিয়ান্

1 রেডিয়ান্ $= \frac{360^\circ}{2\pi} = 57{\cdot}3^\circ$র কাছাকাছি হইবে।

যদি বস্তুটি সুষম হারে চলে, তবে OP ব্যাসার্দ্ধ যে কোণ অঙ্কন করে তাহা সময়ের অনুপাতী

$$\theta = \omega t \qquad 1{\cdot}29\ (2)$$

ω একক সময়ে অঙ্কিত কোণ ও উহাই **কৌণিক গতিবেগ** (Angular motion)। উহা রেডিয়ান্/সেকেণ্ড এককে প্রকাশ করা হয়।

1·29 (1) সমীকরণ হইতে

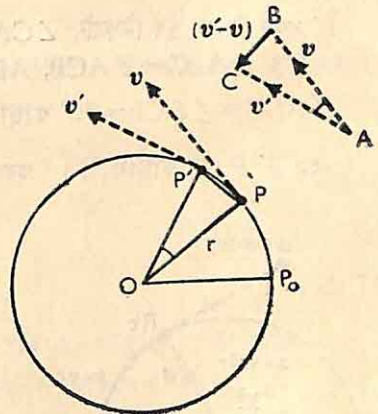
$$s = r\theta = r\omega t \qquad 1{\cdot}29\ (3)$$
$s = vt$ ($v \rightarrow$ রৈখিক গতিবেগ) 1·29 (4)
$$v = \omega r \qquad 1{\cdot}29\ (5)$$

এই সমীকরণ হইতে রৈখিক গতিবেগ ও কৌণিক গতিবেগের সম্পর্ক বুঝা যাইবে। বৃত্তের পরিধি বরাবর বস্তুটির গতিবেগ v।

স্বভাবতই ভুল হইতে পারে যে, বস্তুটি যখন বৃত্তপথে সুষম গতিতে চলে তখন উহার ত্বরণ নাই। কিন্তু গতিবেগ একটি ভেক্টর রাশি, তাই যদিও ইহার মানের পরিবর্তন হইতেছে না, কিন্তু উহার দিক্ বৃত্তপথে অবিরাম পরিবর্তিত হইতেছে। বৃত্তটি একবার ঘুরিয়া আসিতে এই ভেক্টর 360° ঘোরে। দিক্ পরিবর্তনের জন্য যে ত্বরণ তাহা গতিবেগের মান পরিবর্তনের মতই ঘটিয়া থাকে। 1·29 (ii) চিত্রে দেখ, P হইতে P′ বিন্দুতে সরিতে গতিবেগের দিক্ কীভাবে পরিবর্তিত হয়। ABC ভেক্টর ত্রিভুজ দ্বারা P বিন্দুতে প্রাথমিক গতিবেগ v ও P′ বিন্দুতে v' গতিবেগ দেখান হইয়াছে। এখন v

চিত্র 1·29 (ii)

ভেক্টরে $v' - v$, যোগ করিলে v' পাওয়া যাইবে। $v' - v$, $t - t'$ সময়ে গতিবেগের পরিবর্তন ও গড় ত্বরণ $\frac{v' - v}{t' - t}$। যখন $t' - t$ অবকাশ অত্যন্ত ক্ষুদ্র, তখন P′ ও P খুব কাছাকাছি আসে এবং আমরা বস্তুটির P বিন্দুতে তাৎক্ষণিক গতিবেগ পাইতে পারি।

গতিবেগ ভেক্টর O সর্বদা ব্যাসার্দ্ধের সহিত লম্বভাবে থাকে। অতএব OP ও v

একে অপরের লম্ব হইয়া দুইটি শক্ত রডের মত পরস্পরকে জুড়িয়া চলে। যখন OP কোনো কোণে আবর্তন করে, তখন ভেক্টর v-ও সেই একই কোণে আবর্তন করে।

অতএব $\angle POP' = \angle BAC$। $OP = OP'$ এবং $AB = AC$, কারণ গতিবেগ আবর্তনকালে পরিবর্তিত হয় না।

অতএব POP' এবং BAC দুইটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।

$$\frac{BC}{AB} = \frac{PP'}{OP} \quad \text{অথবা} \quad \frac{BC}{v} = \frac{PP'}{r} \qquad 1{\cdot}29\ (6)$$

যখন P' A-এর খুব কাছাকাছি থাকে, PP' জ্যা তখন PP' বৃত্তচাপের প্রায় সমান।

$$PP' = v(t' - t) \qquad 1{\cdot}29(7)$$

$$\frac{BC}{v} = v(t' - t)/r \qquad 1{\cdot}29(8)$$

$$BC = v^2(t' - t)/r \qquad 1{\cdot}29(9)$$

P বিন্দুতে ত্বরণের মান

$$a = \frac{BC}{t' - t}, \quad (\text{যখন } t' - t \text{ খুবই ছোট মাপের হয়})$$

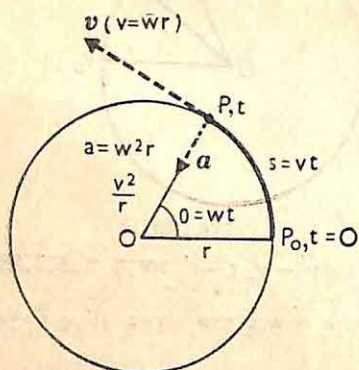
$$= \frac{v^2\ (t' - t)}{r\ (t' - t)}$$

অর্থাৎ $a = \dfrac{v^2}{r}$ $\qquad 1{\cdot}29(10)$

যেহেতু $v = \omega r$

$$a = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r \qquad 1{\cdot}29(11)$$

P' যখন P এর খুব নিকটে, $\angle CAB$ 0° হইতে সামান্য বেশী।
যেহেতু $\angle ABC = \angle ACB$, ABC ত্রিভুজের তিনটি কোণ সমান 180° হইবে।
$\angle ABC = \angle ACB = 90^\circ$ কাছাকাছি, $\qquad 1{\cdot}29(12)$

যখন P' P এর কাছাকাছি। ত্বরণের দিক্ $\overrightarrow{BC}$, v এর উপর লম্ব।

চিত্র 1·29 (iii)

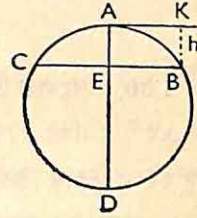
যেহেতু v, বৃত্তের P বিন্দুর স্পর্শক রেখায় প্রকাশ করা যায়, ত্বরণ হইবে ব্যাসার্দ্ধের অভিমুখী। লক্ষ্য কর যে, ত্বরণ বৃত্তের কেন্দ্রের অভিমুখী [চিত্র 1-29 (iii) দেখ]।

যখন কোন বস্তু ω সুষম কৌণিক গতিবেগে এবং v সুষম রৈখিক গতিবেগে বৃত্ত পথে চলে, উহার ত্বরণ ব্যাসার্দ্ধ ধরিয়া কেন্দ্রের দিকে থাকে এবং উহার পরিমাণ

$$a = \omega^2 r \qquad 1{\cdot}29(13)$$

অথবা $a = v^2/r$ $\qquad 1{\cdot}29(14)$

$a=v^2/r$ বিকল্প প্রমাণ :

পৃথিবীর চারিদিকে আবর্তনরত চন্দ্রের ত্বরণ কত হইবে তাহা পাইতে হইলে চন্দ্রের কক্ষ একটি বৃত্ত আঁক। ধর, চন্দ্র v গতিবেগে A হইতে B বিন্দুতে যায়। A বিন্দুতে একটি স্পর্শক টান এবং K বিন্দু হইতে চন্দ্রের B বিন্দুতে পতনের দূরত্ব h ধর। অভিকেন্দ্র বল না থাকিলে চন্দ্র B তে না গিয়া একই সময়ে K বিন্দুতে পৌছিত। 1-29 (iv) চিত্র অনুযায়ী CB জ্যা ও AD ব্যাসার্দ্ধ আঁক। জ্যামিতি হইতে প্রমাণ পাওয়া যায় যে একটি বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পর ছেদ করিলে ইহাদের প্রত্যেকের অংশ দুইটির গুণফল অন্য জ্যার দুইটি অংশের গুণফলের সমান। E বিন্দু CB ও AD জ্যাদ্বয়ের ছেদবিন্দু।

চিত্র 1·29 (iv)

অতএব $h\,(2R-h)=x^2 \quad [x=EB]$ 1·29 (15)

$$h=\frac{x^2}{2R-h} \qquad 1{\cdot}29(16)$$

$2R-h$ সংখ্যায় 2R, h হইতে অনেক বড় হওয়ায় এই সংখ্যায় h নগণ্য ধরা যাইতে পারে।

অতএব $h=x^2/2R$ 1·29(17)

এখন AK ও AB জ্যাকে বস্তুত সমান ধরিয়া চন্দ্রের AB সরণ CB জ্যাতে $EB=x$ এই সরণের সমান।

$x=vt \quad \therefore\; h=\dfrac{(vt)^2}{2R}=\frac{1}{2}\,(v^2/R)t^2$ 1·29(18)

এখন $h \quad =\frac{1}{2}at^2$ [1·8 (6) দেখ]

অতএব $a=v^2/R$ 1·29(14)

উদাহরণ 1. সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর গতি ও মহাকাশে সূর্যের গতি গণ্য না করিয়া বিষুবরেখায় অবস্থিত কোন বস্তুর কৌণিক গতিবেগ, রৈখিক বেগ ও ত্বরণ গণনা কর।

পৃথিবীর ব্যাসার্দ্ধ$=6{\cdot}37\times10^8$ সেমি.। ঐ ব্যাসার্দ্ধের বৃত্তে বস্তুটি আবর্তিত হয়। 2π রেডিয়ান ঘুরিতে উহার সময় লাগে $24\times60\times60$ সেকেণ্ড

কৌণিক বেগ $\omega=\dfrac{2\pi}{24\times60\times6}=7{\cdot}27\times10^{-5}$ রেডিয়ান/সেকেণ্ড

রৈখিক বেগ $v=\omega r$
$$=7{\cdot}27\times10^{-5}\times6{\cdot}37\times10^{8}$$
$$=4{\cdot}64\times10^{4}$$ সেমি./সেকেণ্ড

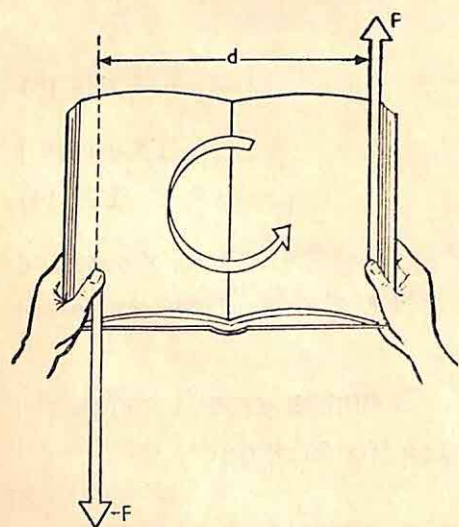
কেন্দ্রমুখী ত্বরণ $a=\frac{v^2}{r}=(4{\cdot}64\times10^4)^2/6{\cdot}38\times10^8$
$$=3{\cdot}37$$ সেমি./(সেকেণ্ড)^2

1·30. বলের ভ্রামক (Moment of a force)

একটি নির্দিষ্ট বিন্দুর চারিদিকে একটি বলের ভ্রামক হইল বলের সহিত ঐ নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে উহার ক্রিয়ার দিকের সহিত লম্বের গুণফল। ঐ লম্বের দৈর্ঘ্য বলের ভ্রামকের বাহু। অতএব যতক্ষণ ভ্রামকের বাহু শূন্য না হয় অথবা বলটি অন্তর্হিত না হয় ততক্ষণ এই ভ্রামক অন্তর্হিত হইবে না।

নিউটনের সূত্র অনুযায়ী, বল বস্তুর উপর ক্রিয়া করিলে উহার স্থির অবস্থা বা গতির পরিবর্তন হয়। এই গতি বৃত্তীয় বা সরলরেখায় হইতে পারে। এখন প্রশ্ন উঠিবে যে বাহিরের বল প্রয়োগ করিলে বস্তুর গতি সরলরেখায় বা বৃত্তীয় কী হইবে।

কি ধরণের গতি হইবে উহা বস্তুর অবস্থা ও উহার উপর বলের প্রয়োগ যে বিন্দুতে হয় তাহাদের উপর নির্ভর করিবে। বস্তুটি যদি মুক্ত অবস্থায় থাকে এবং বলের ক্রিয়ার অভিমুখ যদি অভিকর্ষ কেন্দ্র হয়, তবে বস্তুর গতি সরলরেখায় হইবে। বলের ক্রিয়ার অভিমুখ যদি অভিকর্ষ কেন্দ্র না হয় তবে বস্তুটি সরলরেখায় গতির সহিত বৃত্তীয় পথে চলিবে।

1·31. দ্বন্দ্বের ভ্রামক বা টর্ক (Moment of a couple or Torque)

চিত্র 1·31 (i)

একখানি খোলা বইয়ের ডানদিকের কোণ ডানহাতে ও বাঁ দিকের কোণ বাঁ হাতে ধর। ডানহাতে বইটিকে তোমার বিপরীত দিকে ঠেলিয়া রাখ ও সঙ্গে সঙ্গে বাঁ হাতে বইটিকে তোমার দিকে টানিয়া রাখ। বাঁ হাতে প্রযুক্ত বল ডান হাতের বলের সমান ও বিপরীত দিকে হওয়া প্রয়োজন [চিত্র 1.31 (i)]। যেহেতু দুই হাতে প্রযুক্ত বল সমান, তাই বইয়ের উপর লব্ধি বল শূন্য, ত্বরণও শূন্য। তাই বইটি তোমা হইতে দূরে নড়িবে না। কিন্তু বইটি ঘড়ির

কাঁটার বিপরীতে ঘুরিবে। কারণ বল দুইটি সমান ও বিপরীত হওয়ায় তাহারা পার্শ্বের দিকে একে অন্য হইতে সরিয়া যাইবে এবং ঘূর্ণন ক্রিয়ার সৃষ্টি করিবে।

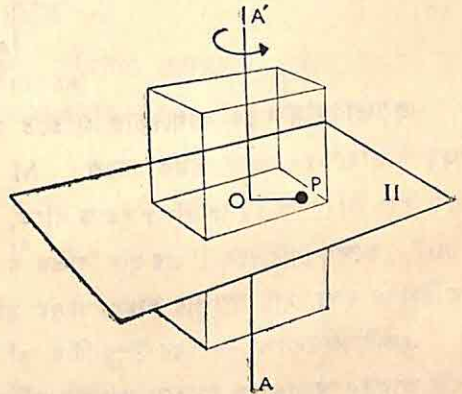
সমান ও বিপরীত জোড়া বল পাশের দিকে একটি অন্যটি হইতে সরিয়া গেলে উহাকে **দ্বন্দ্ব** (couple) বলে।

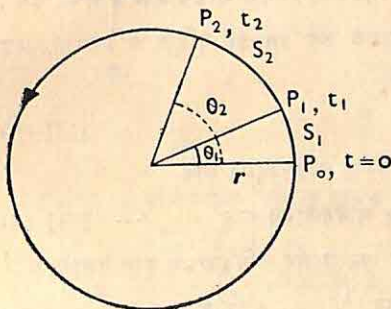
যদি দুইটি বলের পরিমাণ F হয় ও দূরত্ব d হয় তবে ঐ দ্বন্দ্বের ভ্রামক হইবে

$$\Upsilon = F.\, d. \qquad 1\cdot31\ (1)$$

ঐরূপ ভ্রামক **দ্বন্দ্ব কর্তৃক সৃষ্ট টর্ক** (Torque) নামে অভিহিত হয়।

সরলরেখার গতিতে বলের ভূমিকা ও বৃত্তীয় গতিতে টর্কের ভূমিকা একই।

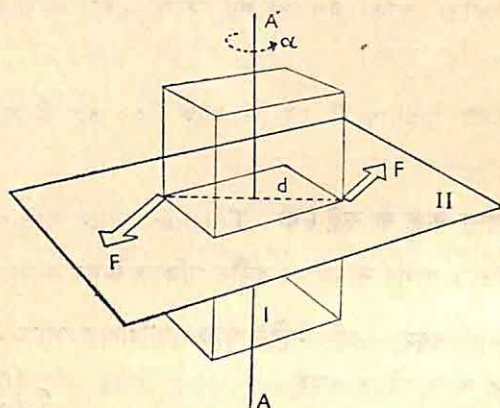
কোন দৃঢ় পদার্থ যখন একটি নির্দিষ্ট অক্ষের চারিদিকে আবর্তন করে তখন উহার বিভিন্ন পরমাণু একে অপর হইতে একই দূরত্বে থাকে। পৃথিবী একটি অক্ষের চারিদিকে দৈনিক আবর্তিত হয়, মোটরগাড়ীর চাকা রেখাকার অক্ষের চারিদিকে ঘোরে। লাট্টুর ঘূর্ণনও ঐরূপ। এইরূপ আবর্তন গতিতে যে কোন আকৃতির দৃঢ় বস্তুর যে কোন ক্ষুদ্র অংশ P উহার আবর্তন অক্ষের সহিত লম্ব একটি সমতলে আবর্তনের দ্বারা একটি বৃত্ত অঙ্কন করে [চিত্র 1·31 (ii)]।

চিত্র 1·31 (ii)

1-31 (iii) চিত্রে এই বৃত্তীয় গতি দেখান হইল। এই চিত্র হইতে P র θ_2 ও θ_1 কোণের দুইটি অবস্থানের মধ্যে সময়ের পার্থক্য $t_2 - t_1$ হইলে,

$$\text{কৌণিক গতিবেগ } \omega = \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{(t_2 - t_1)},$$

যখন $t_2 - t_1$ যথেষ্ট ক্ষুদ্র মানের হইয়া থাকে। 1-31 (2)

চিত্র 1·31 (iii)

পূর্বে উল্লিখিত বৃত্তীয় গতির মত এই আবর্তনের গতিতেও ত্বরণ আছে— কারণ কৌণিক গতিবেগের মান সুষম হইলেও P বিন্দুর দিক্ পরিবর্তিত হইতেছে

বলিয়া উহার কৌণিক ত্বরণ আছে। $t_2 - t_1$ সময়ের ব্যবধান যথেষ্ট অল্প হইলে কৌণিক ত্বরণ $\alpha = \frac{(\omega_2 - \omega_1)}{(t_2 - t_1)}$ [চিত্র 1·31 (iv)] 1·31 (3)

চিত্র 1·31 (iv)

জড়তা ভ্রামক ঃ সরলরেখার গতিতে ভরের যে ভূমিকা থাকে, কৌণিক গতিতে জড়তা ভ্রামকেরও একই ভূমিকা থাকে। M ভরের দৃঢ় বস্তুটির P অংশের ভর যদি m হয় এবং উহা অক্ষ হইতে যদি r দূরত্বে থাকে, তবে ঐ অংশের জড়তা ভ্রামক হইবে mr^2। অক্ষের চারিদিকে P এর মত বিভিন্ন অংশ ধরিয়া উহাদের প্রত্যেকের mr^2 যোগ করিয়া ঐ বস্তুর মোট জাড্যের ভ্রামক পাওয়া যাইবে।

একটি দ্বন্দ্ব কোনো দৃঢ় বস্তুর উপর ক্রিয়া করিয়া উহাকে আবর্তিত করিলে, ঐ দ্বন্দ্বের বল আবর্তন অক্ষের লম্ব সমতলে অবস্থান করিবে এবং আবর্তনে ত্বরণ α সৃষ্টি করিবে।

এখন $\Upsilon = I\alpha$ ... ... 1·31 (4)

অর্থাৎ টর্ক = জড়তা ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ 1·31 (4)

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্রে সরল গতির সহিত কৌণিক গতির সাদৃশ্য লক্ষ্য কর ; $P = mf$। টর্ক বল P এর সহিত, জড়তা ভ্রামক ভর m এর সহিত ও ত্বরণ f, αর সহিত তুলনা করা যাইতে পারে।

এখন কৌণিক ভরবেগ $= I\omega$ 1·31 (5)

যেহেতু $\Upsilon = I\alpha = I \times \omega$র সময়ের সহিত পরিবর্তনের হার

= সময়ের সহিত $I\omega$র পরিবর্তনের হার ... ... 1·31 (6)

অতএব টর্ক বলিতে সময়ের সহিত কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার বুঝাইবে।

উদাহরণ 1. একটি ঘূর্ণ্যমান টেবিলের ভর M ও ব্যাসার্দ্ধ R ; উহা ঘর্ষণহীন বেয়ারিং-এর সাহায্যে ω_0 কৌণিকবেগ ঘুরিতেছে। m ভরের একটি মাকড়সা উল্লম্ব অবস্থায় উহার প্রান্তে আসিয়া পড়িল।

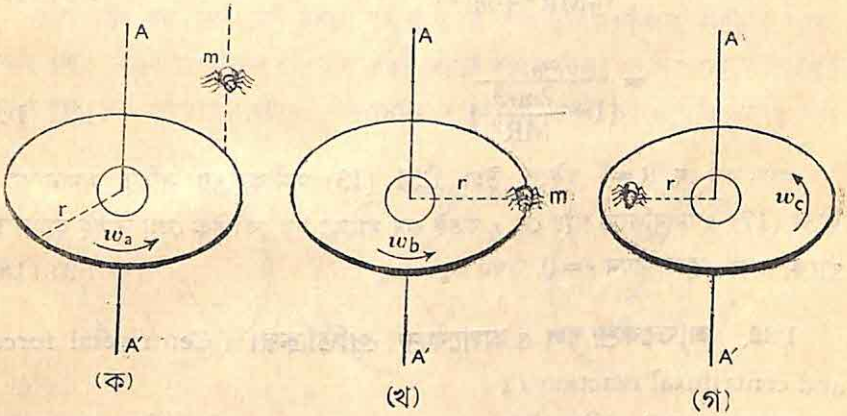
এখন টেবিলের কৌণিক বেগ কী হইবে? পরে মাকড়সাটি টেবিলের কেন্দ্রের দিকে আগাইয়া গেল। কেন্দ্র হইতে r ব্যাসার্দ্ধের দূরত্বে মাকড়সাটি পৌঁছিলে টেবিলের কৌণিক গতিবেগ ω_c কত হইবে? মাকড়সার ঐ ব্যাসার্দ্ধ ধরিয়া সামান্য গতিবেগ ছাড়া টেবিলের সহিত অন্য কোন আপেক্ষিক গতিবেগ নাই—ইহা ধরিয়া লইতে হইবে।

মাকড়সা ও টেবিলের মিলিত অবস্থায় গতিবেগ বিবেচনা কর। বাহিরের কোন দ্বন্দ্ব টেবিলে আরোপিত হয় নাই, কারণ বাতাসের বাধা বা ঘর্ষণ বল নাই। ফলে কৌণিক ভরবেগ পরিবর্তিত হইবে না। 1-31 (v) (ক) চিত্র দেখ। AA′ অক্ষের চারিদিকে মাকড়সার টেবিলে পড়ার আগে কোন কৌণিক বেগ ছিল না। উহার জাড্যের ভ্রামক

$$I_t = \tfrac{1}{2}MR^2 \qquad 1{\cdot}31\ (7)$$

এবং কৌণিক ভরবেগ $A = I_t\omega_a = \frac{1}{2}MR^2\omega_a$ 1·31 (8)

1·31 (v) (খ) চিত্র দেখ। মাকড়সা টেবিলের একপ্রান্তে পড়ার পর উহার গতিবেগ ও টেবিলের গতিবেগ একই থাকে ও উহার মান ω_b হয়। মাকড়সার ভ্রামক

$$I_{sb} = mR^2 \qquad 1{\cdot}31\ (9)$$

চিত্র 1·31 (v)

টেবিল ও মাকড়সার মিলিত ভ্রামক

$$\begin{aligned} I_b &= I_t + I_{sb} \\ &= \tfrac{1}{2}MR^2 + mR^2 \\ &= \tfrac{1}{2}(M+2m)R^2 \end{aligned} \qquad 1{\cdot}31\ (10)$$

কৌণিক ভরবেগ $A = I_b\omega_b = \frac{1}{2}(M+2m)R^2\omega_b$ 1·31 (11)

কৌণিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র প্রয়োগ করিয়া এবং মাকড়সা টেবিলে নামিবার আগে ও পরে টেবিলের কৌণিক ভরবেগের সমীকরণের সাহায্যে পাওয়া যায়,

$$\tfrac{1}{2}(M+2m)R^2\omega_b=\tfrac{1}{2}MR^2\omega_a \qquad 1{\cdot}31\ (12)$$

$$w_b=\frac{M}{M+2m}\ \omega_a \qquad 1{\cdot}31\ (13)$$

মাকড়সা যখন কেন্দ্র হইতে r দূরত্বে আছে, টেবিল ও মাকড়সার কৌণিক বেগ তখন ω_c ধরা হইল।

মাকড়সার ভ্রামক

$$I_{sc}=mr_2$$

মোট জড়তা ভ্রামক $I_c=I_t+I_{sc}=\tfrac{1}{2}MR^2+mr^2$

কৌণিক ভর বেগ $A=(\tfrac{1}{2}MR^2+mr^2)\omega_c$ 1·31 (14)

কৌণিক ভর বেগের নিত্যতার সূত্র অনুযায়ী

$$(\tfrac{1}{2}MR^2+mr^2)\omega_c=\tfrac{1}{2}MR^2\omega_a$$

$$\omega_c=\frac{\tfrac{1}{2}MR^2}{(\tfrac{1}{2}MR^2+mr^2)}\times\omega_o \qquad 1{\cdot}31\ (15)$$

$$=\frac{\omega_a}{\left(1+\frac{2mr^2}{MR^2}\right)} \qquad 1{\cdot}31\ (16)$$

লক্ষ্য কর যে, $R=r$ হইলে উহা 1·31 (13) সমীকরণের সহিত সমান হয়। 1·31 (17) এখন বুঝিতে পার যে, r যতই কম মানের হয় কৌণিক বেগ ততই বাড়িতে থাকে, এবং কেন্দ্রে যখন $r=0$, তখন $\omega_c=\omega_a$ 1·31 (18)

1·32. অভিকেন্দ্র বল ও অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া (Centripetal force and centrifugal reaction) :

আমরা আগেই বৃত্তীয় গতির আলোচনা করিয়াছি। বৃত্তীয় গতিতে বস্তু তাহার দিক্ সর্বদাই পরিবর্তন করে। নিউটনের প্রথম সূত্র অনুযায়ী, কোন বস্তু স্থির নহে অথচ সরলরেখায় সুষম গতিতে চলে না এবং বৃত্তীয় গতিতে গতি সুষম হইলেও বস্তুর দিক্ পরিবর্তনের জন্য উহার ত্বরণ আছে, তাই একটি অভিকেন্দ্র বল বা **কেন্দ্রানুগ বল** (Centripetal force) আছে যাহা বস্তুটিকে সোজাপথে চলিতে না দিয়া বৃত্তাকারে আবর্তিত করে।

মনে কর তুমি একটি ঢিল দড়িতে বাঁধিয়া মাথার উপর ঘুরাইতেছ। দড়ি দিয়া তুমি

ঐ ঢিলের উপর অভিকেন্দ্র বল প্রয়োগ করিতেছ। দড়িটি ছিঁড়িয়া গেলে ঢিলটি বৃত্ত-পথের স্পর্শক ধরিয়া ছুটিয়া যাইবে। নিউটনের প্রথম সূত্র অনুযায়ী ইহা তখন সুষম সরল গতি লাভ করিবে। [1·32 (i) চিত্র]

চিত্র 1·32 (i)

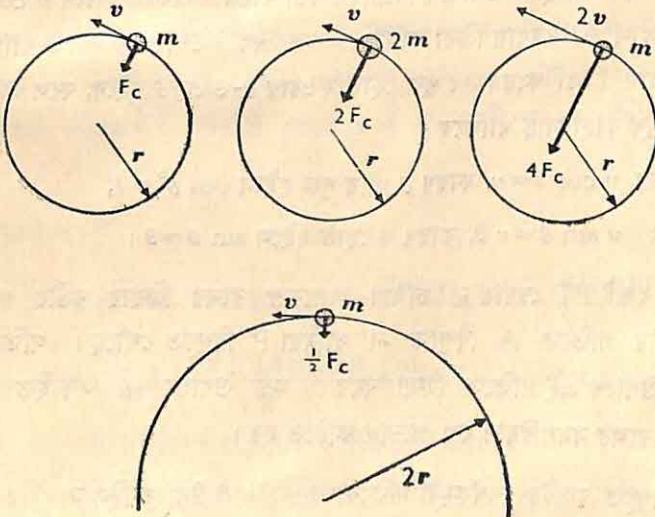
নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হইতে আমরা পাই

বল = ভর × ত্বরণ

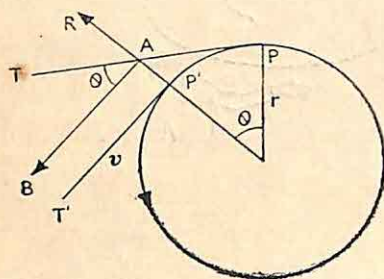
অতএব 1·29 (14) সমীকরণ হইতে দেখা যাইবে

অভিকেন্দ্র বল $F_c = \frac{mv^2}{r}$ 1·32 (1)

(m = বস্তুর ভর, v = সুষম গতি, r = বস্তু যে বৃত্তপথে প্রদক্ষিণ করিতেছে উহার ব্যাসার্দ্ধ)

ফলে বস্তুর ভর দ্বিগুণ বেশী হইলে বস্তুকে একই সুষম বৃত্তীয় গতিতে রাখিতে অভি-কেন্দ্র বলও দ্বিগুণ বাড়াইতে হইবে। একই ভরের বস্তুকে দ্বিগুণ বেগে ঘুরাইতে চারগুণ অভিকেন্দ্র বল প্রয়োজন হইবে। ব্যাসার্দ্ধ বাড়াইলে একই ভর ও গতিবেগের জন্য

চিত্র 1·32 (ii)

অভিকেন্দ্র বল কম হইবে। F_c ব্যাসার্দ্ধ, ভর ও গতিবেগের উপর কীভাবে নির্ভর করে তাহা 1-32 (ii) চিত্রে দেখান হইল।

নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী অভিকেন্দ্র বলের প্রতিক্রিয়াকে অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া বলে। এই প্রতিক্রিয়া বল বৃত্তীয় গতিপথে কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে ক্রিয়া করে। এই প্রতিক্রিয়াকে **অপকেন্দ্র বল** (Centrifugal force) বলা হইলেও ইহা ভ্রান্তবল (Pseudo force)। একটি ঢিল দড়িতে বাঁধিয়া মাথার উপর ঘুরাইলে উহা বৃত্তীয় পথে ঘুরিতে থাকে। 1-32 (iii) চিত্রে লক্ষ্য কর যে, ঐ বৃত্তীয় পথের কেন্দ্র O, ব্যাসার্দ্ধ r এবং ঢিলটির সুসম গতিবেগ v। ঐ পথের যে কোন P বিন্দুতে গতিবেগ v স্পর্শক PT ধরিয়া ক্রিয়া করে। সময়ের ব্যবধান t খুব ছোট ধরিয়া t সময়ের পর ঢিলটির নূতন অবস্থান P′ এবং ঐ অবস্থানে v গতিবেগ P′T′ স্পর্শক ধরিয়া ক্রিয়া করিবে।

চিত্র 1·32 (iii)

PP′ যোগ করিয়া OP′ কে R পর্যন্ত বর্দ্ধিত করিলে OR রেখা PT রেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করিবে। বাহিরের কোন অভিকেন্দ্র বল উহাকে বৃত্তপথে চালিত না করিলে উহা নিজের গতিতে t সময়ে A বিন্দুতে পৌছিবে এবং সরণ $PA = vt$ হইবে। AT রেখায় v গতিবেগ দুইটি উপাংশে বিশ্লেষিত করা যায়। একটি উপাংশ $v \cos\theta$, P′T′ এর সমান্তরাল AB রেখায় ক্রিয়া করিবে। অন্য একটি উপাংশ $v \sin\theta$ বাহিরের দিকে OR রেখায় ক্রিয়া করে। t খুব ছোট হওয়ায় θ-ও ছোট হইবে, ফলে A, P, ও P′ বিন্দুগুলি খুব কাছাকাছি থাকিবে।

অতএব $v\cos\theta = v$, কারণ θ প্রায় শূন্য হইলে $\cos\theta^\circ = 1$,

এবং $v\sin\theta = v\,\theta$, কারণ θ ছোট হইলে $\sin\theta = \theta$।

এখন বস্তুটি PT রেখায় না চলিয়া অপকেন্দ্র বলের ক্রিয়ায় বৃত্তীয় পথে চলায়, উহা জড়ীয় গতিতে A বিন্দুতে না থামিয়া P′ বিন্দুতে পৌছে। গতিবেগের মাত্র $v\cos\theta$ উপাংশ এই গতিতে ক্রিয়া করে। অন্য উপাংশ $v\theta$ অন্তর্হিত করার জন্য অভিকেন্দ্র বলের সমপরিমাণ বল প্রয়োগ করিতে হয়।

P বিন্দুতে বস্তুটির স্পর্শকমুখী গতিবেগের $v\sin\theta$ উপাংশ ছিল না। t সময়ের পর ঐ উপাংশ $v\,\theta$ হইয়াছে।

অতএব বহির্মুখী গতিবেগ পরিবর্তনের হার$=\frac{v\theta}{t}$

$$=\frac{v}{t}\cdot\frac{\text{PP}'\ \text{বৃত্তচাপ}}{r}=\frac{v}{r}\cdot\frac{\text{PP}'\ \text{বৃত্তচাপ}}{t}=\frac{v^2}{r}=w^2r \quad \cdots \quad 1{\cdot}32\ (2)$$

w^2r কে **অভিকেন্দ্র ত্বরণ** বলা হয়। উহা বস্তুর জাড্য গতি হইতে উদ্ভূত ও কেন্দ্র হইতে বহির্মুখে ক্রিয়া করে। ঐ ত্বরণকে অন্তর্হিত করিয়া বস্তুকে বৃত্তীয় পথে চালিত করিতে অভিকেন্দ্র ত্বরণ w^2r ও তাহা উৎপন্ন করিতে অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন হয়।

রৈখিক গতি ও আবর্তন গতির তুলনা

রৈখিক গতি	আবর্তন গতি
1. দূরত্ব x	1. কোণ θ
2. গতিবেগ v	2. কৌণিক বেগ ω
3. ত্বরণ f	3. কৌণিক ত্বরণ α
4. ভর m	4. জড়ের ভ্রামক I $I=mr^2$ গুলির যুক্তফল
5. বল $P=mf$	5. টর্ক $\tau=I\alpha$
6. ভরবেগ $p=mv$	6. কৌণিক ভরবেগ $A=I\omega$
7. বল=সময়ের সহিত ভরবেগ পরিবর্তনের হার।	7. টর্ক=সময়ের সহিত কৌণিক ভরবেগ পরিবর্তনের হার।
8. বাহিরের বল প্রযুক্ত না হইলে রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা বজায় থাকে।	8. বাহিরের দ্বন্দ্ব প্রযুক্ত না হইলে কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বজায় থাকে।

উদাহরণ 1. একটি 80 gm. ভরের পাথরখণ্ড 100 cm. দীর্ঘ দড়ির সাহায্যে বৃত্তপথে ঘুরানো হইতেছে। পাথরটি সেকেণ্ডে 4 বার বৃত্তটি পরিক্রম করিলে দড়িতে টান কত হইবে?

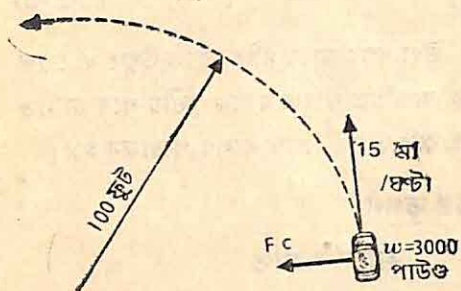
দড়ির টান $F=\frac{mv}{r}$

$$m=80\text{ gm},\ r=100\text{ cm},\ v=\frac{2\pi\times r}{t}=\frac{2\times3{\cdot}14\times100}{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore\ F=\frac{80}{100}\times\left(\frac{2\times3{\cdot}14\times100}{\frac{1}{4}}\right)=80\times100\times(32\times3{\cdot}14)^2$$

$$=80\times100\times10100=808\times10^5\text{ dynes.}$$

একটি মোটরগাড়ী বাঁক ঘুরিতে যে অভিকেন্দ্র বলের প্রয়োজন হয়, তাহা সহজেই গণনা করা যায়।

উদাহরণ 2. একটি মোটরগাড়ীর ওজন 3000 lb. wt. উহা 15 মাইল/ঘণ্টা বেগে 100 ফুট ব্যাসার্দ্ধের একটি বাঁক লইল। গাড়ীটি বাঁক ঘুরিতে যে অভিকেন্দ্র বল প্রয়োজন তাহা নির্ণয় কর এবং ঘর্ষণ গুণাঙ্ক স্থির কর।

চিত্র 1·32 (iv)

গাড়ীটির ভর $M = \frac{W}{g} = \frac{3000}{32 \text{ ফু}/(\text{সে})^2}$

$= 94$ lb.

যেহেতু 15 মাইল/ঘণ্টা = 22 ফু/সে.

অভিকেন্দ্র বল

$$F_c = \frac{94 \text{ lbs.} \times (22 \text{ ফু}/(\text{সে.})^2}{100 \text{ ফু}}$$

$= 455$ পাউণ্ড

এই 455 পা. অভিকেন্দ্র বল গাড়ীর চাকায় বাঁধানো রাস্তার ঘর্ষণ হইতে উৎপন্ন হয়। গাড়ীটি না পিছলাইয়া বাঁক লইতে যে নিম্নতম ঘর্ষণ বল প্রয়োজন তাহা হইল

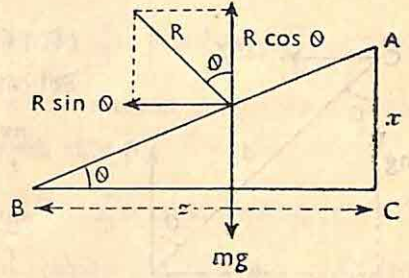
$$F_f = \mu N$$

$$\text{ঘর্ষণ গুণাঙ্ক } \mu = \frac{F_f}{N} = \frac{F_c}{W} = \frac{455 \text{ lb}}{3000 \text{ lb}} = 0{\cdot}15$$

1·27 অনুচ্ছেদে স্থিত ঘর্ষণের গুণাঙ্ক সারণীতে দেখিবে যে কংক্রীট্-বাঁধানো রাস্তায় গাড়ীর রাবার টায়ারের ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·15 হইতে বেশী থাকে। ফলে গাড়ী পিছলাইয়া পড়ে না।

উদাহরণ 3. রেল লাইনে দুই রেলের পাটাতে ট্রেন যখন বাঁক ঘুরিতে থাকে তখন উহার চাকার প্রান্ত ও পাটার মধ্যে প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল যোগান দেয়। পাটা ও চাকার মধ্যে উদ্ভূত অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বল ট্রেনের ওজনকে ধরিয়া রাখিতে ব্যয়িত হয় এবং বাঁক ঘুরিবার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল উৎপন্ন করিতে যে অধিকতর ঘর্ষণের প্রয়োজন হয়, তাহাতে পাটা দুইটি পরস্পর সরিয়া দুর্ঘটনা ঘটিবার আশঙ্কা থাকে। তাই দুর্ঘটনা রোধ করিবার জন্য ভিতরের পাটা অপেক্ষা বাহিরের পাটা একটু উঁচুতে রাখা হয়। উহাকে রেল লাইনের **ব্যাঙ্কিং** (Banking) বলা হয়। অনুভূমিক তলের সহিত পাটা দুইটির তল যে কোণ উৎপন্ন করে তাহাকে **ব্যাঙ্কিং কোণ** বলে।

1·32 (v) চিত্রে দেখ, রেল লাইনের ভিতরের পাটা B বিন্দুতে ও বাহিরের পাটা A

বিন্দুতে অবস্থিত। লাইনের প্রতিক্রিয়া বল AB রেখার অভিলম্বে ঊর্দ্ধমুখে ক্রিয়া করে। উহা ব্যাঙ্কিং কোণ θতে উল্লম্ব রেখার (vertical line) সহিত আনত থাকিবে। এই প্রতিক্রিয়া বলকে অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশে বিশ্লেষণ করিলে উল্লম্ব উপাংশ R $\cos\theta$ ট্রেনের ওজনকে ধরিয়া রাখিতে ব্যয়িত হইবে ও অনুভূমিক উপাংশ R $\sin\theta$ বাঁক ঘুরিবার প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করিবে।

চিত্র 1·32 (v)

$$R\cos\theta = mg \text{ (ট্রেনের ওজন)} \quad \cdots \quad \cdots \quad 1{\cdot}32\ (3)$$

$$R\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \quad \cdots \quad \cdots \quad 1{\cdot}32\ (4)$$

এই দুইটি সমীকরণ ভাগ দিলে

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} \quad \cdots \quad \cdots \quad 1{\cdot}32\ (5)$$

r = বাঁকের ব্যাসার্দ্ধ, v = ট্রেনের গতিবেগ

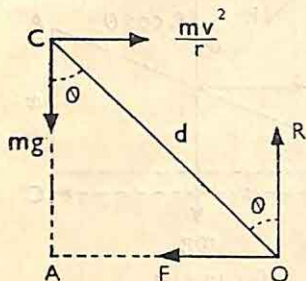
লাইন দুইটির পরস্পর দূরত্ব z হইলে ও উচ্চতার ব্যবধান x হইলে

$$\tan\theta = \frac{x}{z} \quad \therefore \quad \frac{x}{z} = \frac{v^2}{rg} \quad \text{অথবা} \quad x = \frac{v^2 z}{rg} \quad 1{\cdot}32\ (6)$$

z-এর মান ট্রেনের গতিবেগ v ও বাঁকের ব্যাসার্দ্ধ r-এর উপর নির্ভর করিবে।

উদাহরণ 2-এ আমরা মোটরগাড়ীর বাঁক ঘুরিতে যে ঘর্ষণ বলের কথা বলিয়াছি—কোন বিশেষ রাস্তা পিচ্ছিল হইলে এই বল পাওয়া যায় না। সে সব রাস্তায় বাঁকের মুখে রাস্তার ব্যাঙ্কিং করা না থাকিলে গাড়ী পিছলাইয়া পড়িতে পারে। তাই বাঁকের মুখে রাস্তা একটু হেলানো করার ব্যবস্থা থাকে।

উদাহরণ 4. সাইকেলে চড়িয়া বাঁক লইতে গেলে লক্ষ্য করিবে যে, কেন্দ্রাভিমুখী কাত হইয়া আরোহীকে সাইকেল চালাইতে হয়। তাহার কারণ হইল, বাঁক লইবার সময় অভিকেন্দ্র বলের প্রতিক্রিয়ার জন্য অপকেন্দ্র বলের টাল সামলাইতে ঐরূপ কাত হইয়া আরোহীকে একটি বিরুদ্ধ বলের সৃষ্টি করিতে হয় যাহাতে ঐ প্রতিক্রিয়া কাটান যায়।

1·32 (vi) চিত্রে দেখ উল্লম্ব রেখার সহিত সাইকেল আরোহীকে θ কোণে হেলিয়া বাঁক লইতে হয় যাহাতে অপকেন্দ্র বল $\frac{mv^2}{r}$ ও আরোহীসহ সাইকেলের ভারকেন্দ্র C হইলে CA দূরত্ব ইহাদের সমন্বয়ে যে দ্বন্দ্ব সৃষ্টি হইবে, উহা মোট ওজন mg ও AOর দ্বন্দ্বের সমান হয়।

চিত্র 1·32 (vi)

$$\frac{mv^2}{r} \times CA = mg \times AO$$

$$\frac{mv^2}{r} \times d\cos\theta = mg \times d\sin\theta$$

অথবা $\tan\theta = \frac{v^2}{gr}$ ... 1·32 (7)

ইহা হইতে দেখা যাইবে যে আরোহীর গতিবেগ বাড়াইলে নতি কোণ θ বাড়াইতে হয়। বাঁকের ব্যাসার্দ্ধ কম হইলে θ কোণও কমাইতে হয়।

প্রশ্নাবলী

1. কোনো অবস্থায় ত্বরণ ছাড়া কি বস্তুর বৃত্তীয় গতি সম্ভব ? [উত্তর না]

2. অভিকেন্দ্র ও অপকেন্দ্র বল কাহাকে বলে ?

3. অপকেন্দ্র বল যে ভ্রান্তবল তাহা উদাহরণসহ উল্লেখ কর।

4. 4 lb. ওজনের একটি লোহার বল 5 ফুট ব্যাসার্দ্ধের অনুভূমিক বৃত্তে 15 ফুট/সেকেণ্ড গতিবেগে ঘুরাইতে কত বল প্রয়োজন ? [উঃ 5·6 lb]

5. কোন ব্যক্তি এক বালতি জল উল্লম্ব তলে 3·1 ফুট ব্যাসার্দ্ধের বৃত্তে ঘুরাইলে (ক) বালতির নিম্নতম কত গতিবেগে বালতি হইতে জল পড়িবে না ? (খ) প্রত্যেক আবর্তনে ঐরূপ গতিবেগে কত সময় লাগিবে ?

[উঃ (ক) 10 ফুট/সেকেণ্ড ; (খ) 1·9 সেকেণ্ড।]

6. একটি গ্রামোফোন রেকর্ডের ব্যাস 12 ইঞ্চি, উহা মিনিটে $33\frac{1}{3}$ বার ঘোরে। (ক) উহার কিনারায় একটি বিন্দুর ফুট/সেকেণ্ড হিসাবে রৈখিক গতিবেগ কত ? (খ) ঐ বিন্দুর অভিকেন্দ্র ত্বরণ কত ?

[উঃ 1·74 ফুট/সেকেণ্ড ; 6·1 ফুট/(সেকেণ্ড)^2]

7. নিম্নতর গতিবেগ হইতে উচ্চতর গতিবেগে মোটরগাড়ী বাঁক লওয়া কেন কষ্টকর ?

[উঃ উচ্চতর গতিবেগে না পিছলাইয়া বাঁক লইতে উচ্চতর ঘর্ষণ শক্তির প্রয়োজন]

8. নিম্নলিখিত কোণগুলি ডিগ্রীতে দেওয়া হইল—ঐগুলি রেডিয়ানে প্রকাশ কর :
(ক) 30° (খ) 45° (গ) 60° (ঘ) 270°

[উঃ (ক) $\frac{\pi}{6}=0·524$, (খ) $\frac{\pi}{4}=0·785$ (গ) $\frac{\pi}{3}=1·047$ (ঘ) $3\frac{\pi}{2}=4·712$]

9. ইঞ্জিনীয়ারেরা মিনিটে আবর্তন (rpm = revolution per minute) হিসাব করেন। 100 rpm সমান কত রেডিয়ান/সেকেণ্ড হইবে ?

[উঃ $10\frac{\pi}{3}=10·45$ রেডিয়ান/সেকেণ্ড]

10. কোন বস্তু 3·5 রেডিয়ান/সেকেণ্ড কৌণিক গতিবেগে 10 সেন্টিমিটার ব্যাসার্দ্ধের বৃত্তপথে চলিলে উহার (ক) বেগ কত ? (খ) ব্যাসার্দ্ধমুখী ত্বরণ কত ?

[উঃ (ক) 17·5 সেমি./সেকেণ্ড ; 61·3 সেমি./(সেকেণ্ড)^2]

11. 12 গ্রাম্ ভরের কোন বস্তু 2 মিটার ব্যাসার্দ্ধের বৃত্তে দড়ি দিয়া ঘুরাইতে গিয়া 2000 ডাইন্ বলপ্রয়োগ করিলে দড়িটি ছিঁড়িয়া গেল। ঐ বস্তুর সর্বোচ্চ গতিবেগ কত ?

[উঃ 183 সেন্টিমিটার/সেকেণ্ড]

12. রৈখিক গতি ও কৌণিক গতি তুলনা করিয়া দেখাও যে,

$$\omega=\omega_0+at$$
$$\theta=\omega_0 t+\tfrac{1}{2}\,at^2$$
$$\omega^2=\omega_0{}^2+2a\theta.$$

13. একটি গ্রামোফোন রেকর্ড মিনিটে $33\frac{1}{3}$ বার ঘোরে। 0·2 গ্রাম ভরের একটি মাছি উহার কেন্দ্র হইতে 8 সে. মি. দূরে বসিল। মাছিটির কৌণিক ভরবেগ কত ?

[উঃ 44·6 গ্রাম (সেন্টিমিটার)^2/সেকেণ্ড]

14. 40 lb. টানে 4 ফুটের একটি দড়ি ছিঁড়িয়া যায়। (ক) ঐ দড়িতে 3 lb. ওজনের একটি পাথর সর্বোচ্চ কত গতিবেগে ঘুরানো যাইতে পারে ? (খ) সেকেণ্ডে ঐ গতিবেগে পাথরটি কত পাক ঘুরিবে ? (অভিকর্ষ নগণ্য ধরিয়া)

[উঃ 41·3 ফুট/সে. ; সেকেণ্ডে 1·64 পাক ঘুরিবে।]

ষষ্ঠ অধ্যায়

কার্য, শক্তি ও ক্ষমতা

(Work, Energy and Power)

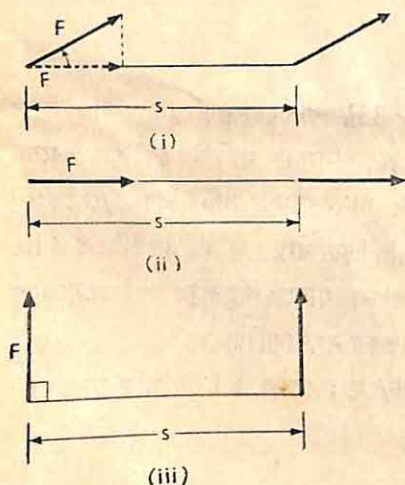
[**Syllabus** : Definition of work, relevant units, work done by and against a force. Mechanical energy—Kinetic and Potential forms. Conservation of energy—with the case of a freely falling body as an example. Power—definition, units.]

1·33. কার্য (Work)

আমরা যখন একটি ইটের দেওয়ালে ধাক্কা দিই, দেওয়ালটি নড়ে না। অথচ একটি ছোট পাথরের টুকরায় ঐরূপ আঘাত দিলে উহা কিছুদূরে গিয়া পড়ে। এই দুইটি ঘটনার পার্থক্য কি ? দেওয়ালের ক্ষেত্রে আমরা যে বল প্রয়োগ করিয়াছি তাহা বস্তুতঃ সরিয়া যায় নাই। পাথরের টুকরার বেলায় আমাদের হাতের বল গতিশীল হইয়া টুকরাটিকে দূরে সরাইয়াছে।

একটু ভাবিলেই দেখিবে যে, কোন বল বস্তুকে গতিশীল করিলে বলের সরণ হয়। কার্য (W) হইল, বল (F) ও তাহার ক্রিয়া জনিত সরণের (s) গুণফল।

$$W = Fs \qquad \cdots \qquad 1·33(1)$$

বল একটি দূরত্ব লইয়া ক্রিয়া করিলে তবে কার্য সম্পাদিত হয়।

চিত্র 1·33

দেওয়ালে ধাক্কা দিয়া উহাকে কিছুমাত্র সরাইতে না পারিলে আমরা বল প্রয়োগে ক্লান্ত হইতে পারি, কিন্তু উহাতে কোন কার্য সম্পাদিত হয় না।

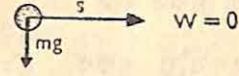
1·33 (1) সমীকরণ হইতে দেখা যাইবে যে $\vec{s}$ সরণ F বলের দিকে সমান্তরাল হইবে। কিন্তু F ও s সমান্তরাল না হইয়া θ কোণে পরস্পর আনত হইলে

$$W = Fs \cos \theta \qquad 1·33(2)$$

বল ও সরণ পরস্পর লম্ব হইলে $\theta = 90^\circ$ বা $\cos 90^\circ = 0$ হইবে। তখন কার্যও সম্পাদিত হইবে না।

1·33 চিত্রে (*i*) θ নতিকোণে, (ii) সমান্তরাল অবস্থায় ও (iii) লম্বভাবে বল ও সরণের পরস্পর সম্পর্কের সহিত কার্যের পরিমাণ দেখান হইয়াছে।

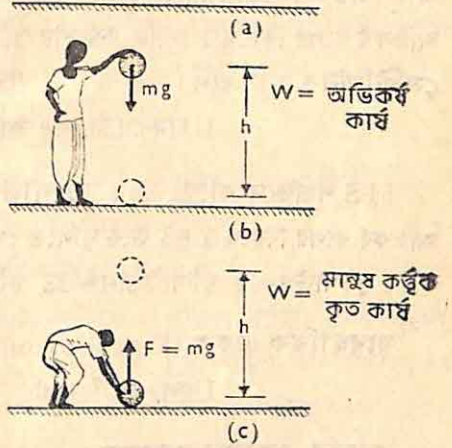
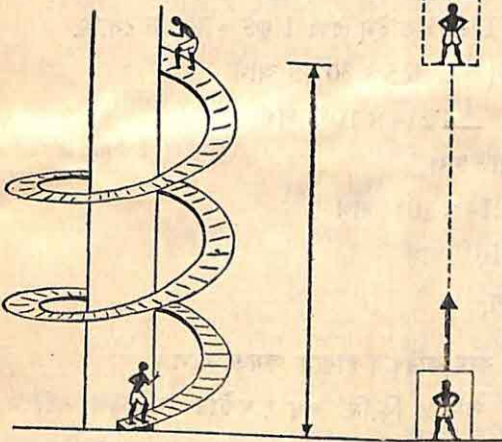
বল ও সরণ লম্বভাবে থাকিলে কার্য সম্পাদিত হয় না—উহার উদাহরণ হইল

অভিকর্ষ শক্তি। 1·33 (iv) (a) চিত্রে দেখ যে বস্তুর ওজন mg উহার অনুভূমিক সরণে কোন কার্য করে না। যখন আমরা কোন বস্তু পৃথিবীপৃষ্ঠের উপরে তুলি, তখন অভিকর্ষ শক্তির সমান্তরালে সরণ ঘটে বলিয়া কার্য সম্পাদিত হয়।

অভিকর্ষ শক্তি বস্তুকে পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখে টানিয়া রাখে। ঐ শক্তির বিরুদ্ধে বাহিরের শক্তি প্রয়োগ করিয়া m ভরের বস্তুকে h উচ্চতায় তুলিতে যে কার্য সম্পন্ন হয় তাহা

$$W = Fs = mgh$$

আবার h উচ্চতা হইতে m ভরের কোন বস্তু পৃথিবীপৃষ্ঠে পড়িলে, যে কার্য হয় উহার পরিমাণ

$$W = Fs = mgh \qquad 1·33(3)$$

1·33(iv b) ও 1·33 (ivc) চিত্রে বস্তুর অবাধ পতন ও বস্তুর উত্তোলনে কার্যের পরিমাণ দেখান হইল।

চিত্র 1·33 (iv)

m ভরের বস্তুকে অভিকর্ষ শক্তির বিরুদ্ধে h উচ্চতায় তুলিতে যে mgh কার্য সম্পন্ন হয় তাহা শুধু উল্লম্ব উচ্চতা h এর মানের উপর নির্ভর করে। 1·33 (v) চিত্রে লক্ষ্য কর যে বাঁকা বা সোজা যে পথেই বস্তুটিকে h উচ্চতায় উত্তোলন কর না কেন, কার্যের পরিমাণ সর্বদাই mgh হইবে।

চিত্র 1·33 (v)

1·34. কার্যের একক

পরম একক (Absolute units) : CGS পদ্ধতিতে কার্যের একক **আর্গ** (erg)। 1 dyne বল প্রয়োগ করিয়া বলের প্রয়োগবিন্দু যদি বলের অভিমুখে 1 সেন্টিমিটার সরানো

যায় তবে যে কার্য হয় তাহাকে **আর্গ** বলে। FPS পদ্ধতিতে 1 Poundal বল প্রয়োগে বলের প্রয়োগবিন্দু 1 ফুট সরিয়া গেলে যে কার্য করা হয় তাহাকে **ফুট পাউণ্ডাল একক** বলে।

অভিকর্ষীয় একক (Gravitational units): CGS পদ্ধতিতে কার্যের অভিকর্ষীয় একক গ্রাম্-সেন্টিমিটার (Gram-centimeter)। 1 গ্রাম্ ভরের বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে 1 সে.মি. উচ্চতায় তুলিতে যে কার্য করা হয় তাহাকে **গ্রাম-সেণ্টিমিটার কার্য** বলে।

$$1 \text{ গ্রাম-সে.মি.} = g \text{ আর্গ} = 981 \text{ আর্গ}$$

FPS পদ্ধতিতে কার্যের একক **ফুট পাউণ্ড** (Foot-Pound)। 1 lb. ভরের বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে 1 ফুট উর্দ্ধে তুলিতে যে কার্য করা হয় তাহাকে **ফুটপাউণ্ড** বলে।

$$1 \text{ ফুটপাউণ্ড} = g \text{ ফুটপাউণ্ডাল} = 32 \text{ ফুটপাউণ্ডাল্}$$

ব্যবহারিক একক (Practical units): **জুল** (Joule)

$$1 \text{ জুল্} = 10^7 \text{ আর্গ}$$

কার্যের এককের রূপান্তর:

$$1 \text{ ফুট-পাউণ্ডাল} = 1 \text{ পাউণ্ডাল} \times 1 \text{ ফুট}$$

$$1 \text{ পাউণ্ডাল্} = 13825 \text{ ডাইন্ এবং } 1 \text{ ফুট} = 30{\cdot}48 \text{ সে.মি.}$$

অতএব $1 \text{ ফুট পাউণ্ডাল্} = 13825 \times 30{\cdot}48 \text{ আর্গ}$

$$= 4{\cdot}214 \times 10^5 \text{ আর্গ}$$

$$1 \text{ ফুট-পাউণ্ড} = 32 \text{ ফুট পাউণ্ডাল}$$

$$= 32 \times 4{\cdot}214 \times 10^5 \text{ আর্গ}$$

$$\sim 1{\cdot}35 \times 10^7 \text{ আর্গ}$$

$$\sim 1{\cdot}35 \text{ জুল্}$$

1·35. ক্ষমতা (Power): কার্য করিবার হারকে ক্ষমতা বলে।

মনে কর, একটি গরুর গাড়ীতে তুমি 2 কি.মি. পথ 1 ঘণ্টায় অতিক্রম করিলে, ঘোড়ার গাড়ীতে ঐ পথ $\frac{1}{4}$ ঘণ্টায় যাইতে পারিতে। অতএব ঘোড়ার গাড়ীর কার্য করিবার হার বা ক্ষমতা গরুর গাড়ী হইতে চারগুণ বেশী। ক্ষমতা মাপা হয় কৃত কার্য W ও সময় (t) এর অনুপাত ধরিয়া—

$$\text{ক্ষমতা } P = \frac{\text{কার্য (W)}}{\text{সময় } (t)} \qquad 1{\cdot}35(1)$$

1·36 ক্ষমতার একক :

CGS পদ্ধতিতে ক্ষমতার পরম একক হইল সেকেণ্ডে এক আর্গ অর্থাৎ এক আর্গ/সেকেণ্ড।

FPS পদ্ধতিতে পরম একক এক ফুটপাউণ্ডাল্/সেকেণ্ড এবং অভিকর্ষীয় একক এক ফুটপাউণ্ড/সেকেণ্ড।

ব্যবহারিক একক : ওয়াট্ (Watt) $=1$ জুল্/সেকেণ্ড $=10^7$ আর্গ/সেকেণ্ড

কিলোওয়াট্ (Kilowatt) $=1000$ ওয়াট্

অশ্বশক্তি (Horsepower)

FPS পদ্ধতিতে ক্ষমতার ব্যবহারিক একক হিসাবে অশ্বশক্তি বহুল প্রচলিত।

এক অশ্বশক্তি (H. P.) $=33000$ ফুট-পাউণ্ড/মিনিট

$=550$ ফুট-পাউণ্ড/সেকেণ্ড

বাষ্পীয় এঞ্জিনের আবিষ্কর্তা জেমস্ ওয়াট্ একটি অশ্বের ক্ষমতা মাপিতে একটি কয়লা-খনির 220 ফুট গভীরতা হইতে একটি অশ্বের সাহায্যে 150 পাউণ্ড বস্তু উত্তোলনের পরীক্ষায় এক মিনিট সময় প্রয়োজন হয় দেখিতে পান। এই পরীক্ষার ফল হইতে অশ্বশক্তি একক প্রচলিত হয়।

1·37. ক্ষমতার এককের রূপান্তর :

(ক) 1 ফুটপাউণ্ড $=(1{\cdot}356\times10^7)$ আর্গ,

550 ফুটপাউণ্ড $=(746\times10^7)$ আর্গ,

অতএব 1 অশ্বশক্তি $=550$ ফুটপাউণ্ড/সেকেণ্ড $=746\times10^7$ আর্গ/সেকেণ্ড

$=746$ ওয়াট্

1 কিলোওয়াট্ $=\frac{1000}{746}=1{\cdot}34$ অশ্বশক্তি (H. P.).

(খ) 1 কিলোওয়াট $=1{\cdot}34$ H. P. $=(1{\cdot}34\times550)$ ফুটপাউণ্ড/সেকেণ্ড

কার্য $=$ ক্ষমতা $\times$ সময় (সেকেণ্ড)

1 কিলোওয়াট্-ঘণ্টা $=(1{\cdot}34\times550)(60\times60)$ ফুট-পাউণ্ড

$=2653200$ ফুটপাউণ্ড।

মনে রাখিতে হইবে যে, একটি সাধারণ অশ্বের ক্ষমতা 3/4 H. P.। একজন সমর্থ মানুষের ক্ষমতা 1/7 H. P.। মোটরগাড়ীর ক্ষমতা 6 হইতে 30 H. P., জীপগাড়ীর ক্ষমতা 20 হইতে 80 এবং গ্যাস্ এঞ্জিনের ক্ষমতা 1/2 হইতে 270 H. P. হইতে পারে—আবার একটি যুদ্ধ-জাহাজের ক্ষমতা একলক্ষ H. P.রও বেশী হওয়া সম্ভব।

1·38. কার্য ও ক্ষমতার সম্পর্ক ঃ

ক্ষমতা কার্যের হার প্রকাশ করে।

$$\text{ক্ষমতা (P)} = \frac{\text{কার্য (W)}}{\text{সময় } (t)}$$

$$W = P \times t \qquad 1·38\ (1)$$

অতএব **ওয়াট-ঘণ্টা** বা **কিলোওয়াট-ঘণ্টা** প্রভৃতি কার্যের একক।

উদাহরণ 1. একটি 200 কি. গ্রা. ওজনের ব্রোঞ্জমূর্তিকে তুলিতে দশহাজার জুল কার্য করা হইলে উহা কত উঁচুতে তোলা হয় ?

$$W = F.S. = mgh$$

$$h = \frac{W}{mg} = \frac{10^4 J}{200kg \times 9·8m/s^3} = 5·1 \text{ মিটার}$$

উদাহরণ 2. 150 পাউণ্ড ওজনের একজন লোক 5 সেকেণ্ডে 10 ফুট উঁচু সিঁড়ি বাহিয়া উঠে। উহার নিম্নতম ক্ষমতা অশ্বশক্তিতে প্রকাশ কর।

উক্ত লোকটি সিঁড়ি বাহিয়া উঠিতে পায়ের দ্বারা অন্তত নিজের ওজন 150 lb. বল অভিকর্ষ কেন্দ্র অভিমুখে প্রয়োগ করিবে।

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F.s}{t} = \frac{150\ lb \times 10\ ft}{5s} = 300\ \frac{ft-lb}{s.}$$

$$= \frac{300\ ft-lb/s}{(550\ ft-lb/s)/H.P.} = 0·55\ H.P.$$

1·39. শক্তি (Energy)

যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical Energy) ঃ যান্ত্রিক কার্য করিবার সামর্থ্যকে **যান্ত্রিক শক্তি** বলে। বস্তু তাহার অবস্থান, বহিরাকৃতি, গতি ইত্যাদি যে কোন অবস্থায় মোট যে কাজ করিতে পারে তাহা দিয়া ঐ বস্তুর শক্তির পরিমাপ হয়।

স্বভাবতঃ কার্যের ও শক্তির একক সমান হইয়া থাকে। অতএব আর্গ, ফুটপাউণ্ড, জুল্ প্রভৃতি কার্যের একককে শক্তির এককও ধরা হয়। নায়েগ্রা জলপ্রপাতের পতনশীল জল বিদ্যুৎ উৎপাদন করিতে ডায়নামো চালানোর মত কার্য করে—তাই ঐ জলপ্রপাতের শক্তি আছে। ঘড়ির স্প্রিংএ দম দিয়া উহাতে শক্তি সঞ্চার করা হয় বলিয়া উহা ঘড়ি চলিতে সাহায্য করে। বাতাসের শক্তি আছে, তাই উহা নৌকা চালনার কার্য করিতে পারে। কোন বস্তু যে মোট কার্য করিতে পারে তাহাই সেই বস্তুর শক্তি। সময়ের সহিত উহার কোন সম্পর্ক নাই। কিন্তু ক্ষমতা বলিতে সময়ের সহিত কার্যের হার বুঝায় কিন্তু মোট কার্যের সহিত উহার সম্বন্ধ নাই।

1·40. যান্ত্রিক শক্তির দুইটি রূপ ঃ

যান্ত্রিক শক্তির একটি রূপ হইল **স্থৈতিক** (Potential) **শক্তি** ও অন্যটি হইল **গতীয়** (Kinetic) **শক্তি**।

(ক) **গতীয় শক্তি** ঃ কোন গতিশীল বস্তুর গতিজনিত শক্তিকে গতীয় শক্তি বলে। গতিশীল বস্তু স্থিতিশীল অবস্থায় আসিবার পূর্বে বাহিরের প্রযুক্ত বলের বিরুদ্ধে যে কার্য করে তাহা দ্বারা গতীয় শক্তির পরিমাপ হয়।

রাইফেল-নির্গত গতিশীল গুলি, পতনশীল বস্তু, উহাদের গতীয় শক্তি আছে।

একটি গতিশীল বস্তুর গতিবেগ v ও ভর m হইলে, উহাকে স্থিতিশীল অবস্থায় আনিতে, মনে কর, P বলপ্রয়োগ করা হইল। বল $-f$ ত্বরণের দ্বারা বস্তুটিকে স্থির অবস্থায় লইয়া আসে, কারণ $P=mf$.

এখন বস্তুটি এই বলের প্রভাবে স্থির অবস্থায় আসিতে s দূরত্ব অতিক্রম করে।

অতএব $0=v^2+2(-fs)$ [1.9 দ্রঃ]

$\therefore \quad f.s=\frac{1}{2}v^2$ 1·40 (1)

অতএব বস্তুটির গতীয় শক্তি = স্থির হইবার পূর্বে সম্পাদিত কার্য

$=P.s=mf.s=m\frac{v^2}{2}=\frac{1}{2}mv^2$ 1·40 (2)

অতএব **কোন বস্তুর গতীয় শক্তি উহার ভর ও গতিবেগের বর্গের গুণফলের অর্ধেক**।

FPS পদ্ধতিতে m পাউণ্ডে, v ফুট/সেকেণ্ডে হইলে

গতীয় শক্তি $=\frac{1}{2}\ mv^2$ ফুটপাউণ্ডাল্ ($lb\times ft^2/sec^2=ft\times lb\times ft/sec^2=$ফুট-পাউণ্ডাল্)

$=\frac{1}{2}\ mv^2/g$ ফুটপাউণ্ড ($g=32·2$)

CGS পদ্ধতিতে m গ্রামে ও v সেন্টিমিটার/সেকেণ্ডে হইলে গতীয়শক্তি

$=\frac{1}{2}\ mv^2$ আর্গ ($gm\times cms^2/sec^2$

$=cms\times gm\times cms/sec^2=cms\times dynes=erg$)

$=\frac{1}{2}\ mv^2/g$ গ্রাম্-সেন্টিমিটার ($g=981$).

উদাহরণ 1. 1 কিলোগ্রাম ওজনের একটি বল 5 মি./সে. বেগে ছুড়িলে উহার গতীয়শক্তি $=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times 1kg.\times\left(5.\frac{m}{sec}\right)^2$

$=12·5$ জুল্

উদাহরণ 2. একটি 3200 lb ওজনের মোটরগাড়ী ঘণ্টায় 15 মাইল বেগে চলিলে উহার গতীয়শক্তি $=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\frac{w}{g}v^2$.

$$=\frac{1}{2}\ \frac{3200\ \text{lb}}{32\text{ft/sec}^2}\times\left(22\frac{ft}{sec}\right)^2=24200\ \text{ft. lb.}$$

$$=2{\cdot}4\times10^4\ \text{ft. lb.}$$

ঐ গাড়ীটি ঘণ্টায় 60 মাইল চলিলে

উহার গতীয়শক্তি $=\frac{1}{2}\frac{w}{g}v^2=\frac{1}{2}\times\frac{3200\ \text{lb}}{32ft/sec^2}\times\left(88\frac{ft}{\text{sec}}\right)^2$

$$=387200\ ft.\ \text{lb}=3{\cdot}9\times10^5\ ft\ \text{lb.}$$

গতীয়শক্তি গতিবেগের বর্গের অনুপাতী বলিয়া ঘণ্টায় 15 মাইল গতিবেগ 60 মাইলে বাড়িলে গতীয় শক্তি 16 গুণ বাড়িয়া যায়। তাই উচ্চ গতিবেগে মোটরগাড়ীর দুর্ঘটনা বেশী ভয়ঙ্কর হইয়া থাকে।

উদাহরণ 3. সাধারণ বস্তুতে ইলেক্‌ট্রন নামক যে ক্ষুদ্র বস্তুকণা থাকে, উহার ভর $9{\cdot}1\times10^{-31}$ kg ও মুক্ত ইলেক্‌ট্রন টেলিভিসন্ পর্দায় আলোর ঝলক উৎপাদন করিয়া ছবি ফুটাইয়া তোলে। ঐসব ইলেক্‌ট্রনের গতিবেগ 3×10^7 মিটার/সেকেণ্ড হইলে

উহাদের গতীয়শক্তি $=\frac{1}{2}\ mv^2=\frac{1}{2}\times9{\cdot}1\times10^{-31}\text{kg}\times\left(3\times10^7\ \frac{m}{sec}\right)^2$

$$=4{\cdot}1\times10^{-16}\ \text{জুল্}$$

ঘূর্ণমান বস্তুর গতীয়শক্তি : বৃত্তাকারে ঘূর্ণমান বস্তু যে বলের সাহায্যে গতিশীল হয় উহা টর্ক (Torque) গ্রীক অক্ষর τ দ্বারা বুঝানো হয়। রৈখিক গতির বল P এর সহিত উহা তুলনীয় ও উহার ভর M। জড়তা ভ্রামক I এবং ত্বরণ f ও কৌণিক ত্বরণ α পরস্পর অনুরূপ ধরিলে বস্তুটি স্থির (constant) কৌণিক বেগে আবর্তিত হয়।

অতএব ঐরূপ ঘূর্ণমান বস্তুরগতীয়শক্তি $=\frac{1}{2}\ I\omega^2$ 1·40 (2)

উদাহরণ 4. 1·31 অনুচ্ছেদে 1 উদাহরণে মাকড়সার গতীয়শক্তি কী হইবে দেখা যাইতে পারে। ধর, টেবিলে পড়িবার আগে মাকড়সার গতীয়শক্তি নগণ্য ছিল।

টেবিলের গতীয় শক্তি $=\frac{1}{2}\ I_t\ \omega_a{}^2=\frac{1}{4}\ MR^2\omega_a{}^2$ 1·40 (3)

মাকড়সা টেবিলে পড়ার পর টেবিলের

গতীয়শক্তি $=\frac{1}{2}\ (I_t+I_{sb})\omega_b{}^2=\frac{1}{4}(M+2m)R^2\omega_b{}^2$ 1·40 (4)

1·31 (13) সমীকরণ হইতে ω_bর মান ধরিয়া

$$E_b=\frac{1}{4}(M+2m)R^2\left(\frac{M}{M+2m}\right)^2\omega_a{}^2$$

$$=\frac{1}{4}\ MR^2\omega_a{}^2\ \left(\frac{M}{M+2m}\right)=E_a\left(\frac{M}{M+2m}\right) \qquad 1{\cdot}40\ (5)$$

E_b E_a হইতে ক্ষুদ্রতর, তাহার কারণ মাকড়সা টেবিলে পড়িবার পর উহার পায়ের বেগ হইতে টেবিলের বেগ বেশী ছিল। টেবিল ও উহার পায়ের ঘর্ষণে মাকড়সা টেবিলের সমান গতীয়শক্তি পাইল। কিন্তু যে গতীয়শক্তি হ্রাস হইল তাহা টেবিল ও মাকড়সার পায়ের পরস্পর আঘাতে তাপ উৎপাদনে ব্যয়িত হইয়াছে।

মাকড়সা যখন টেবিলের কেন্দ্র হইতে r দূরত্বে আছে, উহার গতীয়শক্তি

$$E_c=\tfrac{1}{2}\,(I\ +I_{sc})\omega_c{}^2$$
$$=\tfrac{1}{2}\,(\tfrac{1}{2}\,MR^2+mr^2)\omega_c{}^2$$
$$=\tfrac{1}{4}\,MR^2\left(1+\frac{2mr^2}{mR^2}\right)\omega_c{}^2 \qquad 1\cdot40\ (6)$$

1·31 (13) এবং 1·31 (16) সমীকরণ হইতে দেখান যায়

$$W_c=\frac{(M+2m)}{M}\,\frac{w_b}{\left(1+\dfrac{2mr^2}{MR^2}\right)} \qquad 1\cdot40\ (7)$$

অতএব,

$$E_c=\tfrac{1}{4}\,MR^2\left(1+\frac{2mr^2}{MR^2}\right)\left(\frac{M+2m}{M}\right)^2\frac{\omega_b{}^2}{\left(1+\dfrac{2mr^2}{MR^2}\right)^2}$$

$$=\tfrac{1}{4}(M+2m)R^2\omega_b{}^2\,\frac{(M+2m)}{M\left(1+\dfrac{2mr^2}{MR^2}\right)} \qquad 1\cdot40\ (8)$$

1·40 (5) সমীকরণ হইতে

$$E_c=E_b\,\frac{M+2m}{\left(M+2m\dfrac{r^2}{R^2}\right)} \qquad 1\cdot40\ (9)$$

1·40 (9) হইতে দেখা যায় যে r, R হইতে কম হওয়ায় বন্ধনীভুক্ত লব, হর হইতে বৃহত্তর ; অতএব E_c, E_b হইতে বৃহত্তর।

মাকড়সাটি কেন্দ্রের দিকে চলিলে গতীয় শক্তি বাড়ে, তাহার কারণ টেবিলে চলিতে মাকড়সা যে বল প্রয়োগ করে তাহাতে উহার গতীয় শক্তি বাড়িয়া যায়। কেন্দ্রের বিপরীত দিকে টেবিলের কিনারার দিকে চলিতে মাকড়সাকে টেবিলের গায়ে আঁকড়াইয়া থাকিতে হয় ও গতীয় শক্তির পরিমাণ যেটুকু হ্রাস হয় তাহা উহার পায়ের পেশীতে সঞ্চিত হয়।

(খ) স্থৈতিক শক্তি (Potential energy) : একটি পাথরের টুক্‌রা h উচ্চতা হইতে পৃথিবীপৃষ্ঠে পড়িলে উহা মাটিতে পড়িয়া ছিদ্রের সৃষ্টি হয়—টুক্‌রাটি ভারী ও বেশী

উচ্চতা হইতে পড়িয়া কার্য করে। তাই h উচ্চতায় অবস্থিত কোন বস্তুর কার্য করিবার সামর্থ্য আছে। আমরা জানি h উচ্চতায় m ভরের কোন বস্তুকে তুলিতে যে কার্য হয় তাহার পরিমাণ $W = mgh$ 1·40 (10)

h উচ্চতা হইয়া পড়িতে গিয়া পাথরের টুকরাটি একই পরিমাণ কার্য করে। অতএব h উচ্চতায় পাথরের স্থিত অবস্থায় যে শক্তি আছে তাহা

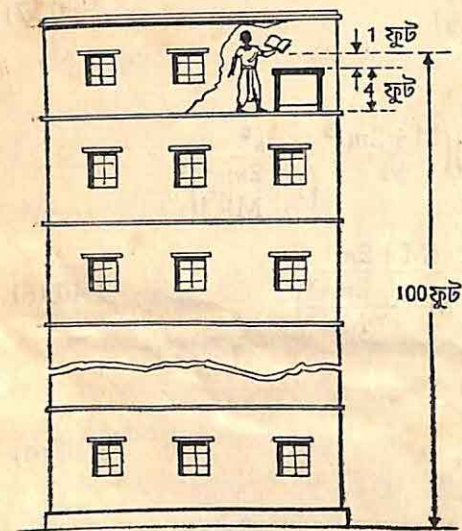
স্থৈতিক শক্তি $= mgh$ 1·40 (11)

m = বস্তুর ভর, g = অভিকর্ষীয় ত্বরণ, h = পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে অবস্থানের উচ্চতা

C. G. S. পদ্ধতিতে স্থৈতিক শক্তি $= mgh$ আর্গ ($g = 981$)

$= mh$ গ্রাম্ সেন্টিমিটার

F. P. S. পদ্ধতিতে স্থৈতিক শক্তি $= mgh$ ফুটপাউণ্ডাল্ ($g = 32·2$)

$= mh$ ফুটপাউণ্ড

চিত্র 1·40 (i)

উচ্চতা h এর উপর স্থৈতিক শক্তির মান নির্ভর করে বলিয়া $h = 0$ বিন্দুটি কোথায় ধরা হইতেছে তাহা লক্ষ্য রাখিতে হইবে। যেমন একটি 1 পাউণ্ড ওজনের বই টেবিল হইতে 1 ফুট উঁচুতে তুলিলে, ঐ টেবিল, হইতে উহার স্থৈতিক শক্তি 1 ফুটপাউণ্ড কিন্তু ঐ ঘরের মেজে হইতে উহার স্থৈতিক শক্তি 4 ফুটপাউণ্ড এবং বাড়ীর উপরের কোন তলায় 100 ফুট উঁচুতে বইটির অবস্থান হইলে পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে এই স্থৈতিক শক্তি 100 ফুটপাউণ্ড হইবে। [চিত্র 1·40 (i)]

উদাহরণ 1. একটি 0·5 কি. গ্রা. ওজনের আপেল মাটি হইতে 5 মিটার উঁচুতে গাছে ঝুলিতেছে। উহার মাটি হইতে স্থৈতিক শক্তি কত ?

স্থৈতিক শক্তি $= mgh$

$$= 0·5 \text{ kg.} \times 9·8 \frac{m}{sec^2} \times 5\, m = 24·5 \text{ J (জুল্)}$$

উদাহরণ 2. 3200 lb. ওজনের একটি গাড়ী 100 ফুট উঁচু পাহাড়ের উপর আছে। পাহাড়ের পাদদেশ হইতে উহার স্থৈতিক শক্তি কত ?

স্থৈতিক শক্তি $= wh = 3200$ lb. $\times 100$ ft. $= 320000$ ft lb.

এই স্থৈতিক শক্তি গাড়ীটির 60 মাইল/ঘণ্টা বেগে যে গতীয় শক্তি হয় তাহা অপেক্ষা কম [(ক) উদাহরণ 2 দেখ]। গাড়ীটি 60 মা/ঘ বেগে চলিয়া কোন স্থির বস্তুর সহিত ধাক্কায় যে ক্ষতি হইবে, উহা 100 ফুট উঁচু হইতে পাহাড়ের নিচে পড়িতে ক্ষতির তুলনায় বেশী।

পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে ঊর্দ্ধে উত্তোলিত বস্তু ছাড়া বস্তুর আকৃতিগত কারণে স্থৈতিক শক্তি থাকিতে পারে। ঘড়ি বা গ্রামোফোনের স্প্রিংএ দম দিলে উহাতে সঙ্কুচিত অবস্থায় স্থৈতিক শক্তি সঞ্চিত হয়। যন্ত্রটি চলিয়া ঐ শক্তি গতীয় শক্তিতে পরিণত হয় ও স্প্রিংটি সাধারণ অবস্থায় ফিরিয়া আসে।

পৃথিবীর নিজেরই সূর্যের অবস্থান হইতে স্থৈতিক শক্তি আছে। উহার আবর্তন গতি বন্ধ হইলে, উহা সূর্যপৃষ্ঠে পড়িয়া যাইবে। একটি লোহার পেরেকের নিকটবর্তী চুম্বকের অবস্থান হইতে স্থৈতিক শক্তি থাকে বলিয়া পেরেকটি আলগা করিলে উহা চুম্বকের দিকে ছুটিয়া যায়। একটি স্প্রিংএ ভারী পদার্থ ঝুলাইলে উহা দীর্ঘায়িত হয় ও তখন উহাতে স্থৈতিক শক্তি থাকে। পদার্থটি ছাড়া পাইলে স্প্রিংটি তাহার পূর্বের সঙ্কুচিত অবস্থায় ফিরিয়া আসে।

1·41. শক্তির নিত্যতা (Conservation of energy):

আমরা বাতাসে যদি একটি ঢিল নিক্ষেপ করি, আমাদের কার্য উহাকে গতীয় শক্তি দেয়; ঢিলটি যতই উপরে উঠে উহার গতীয় শক্তি কমিয়া স্থৈতিক শক্তিতে পরিণত হয়। এভাবে সর্বাধিক উচ্চতায় উহাতে শুধু স্থৈতিক শক্তিই থাকে। ঢিলটি আবার যখন অভিকর্ষ বলের সাহায্যে নিচে পড়িতে থাকে, উহাতে গতীয় শক্তি থাকে এবং মাটিতে পড়িয়াও উহা কার্য করে। এই কার্য তাপীয় শক্তির আকারে মাটিতে ছড়াইয়া পড়ে।

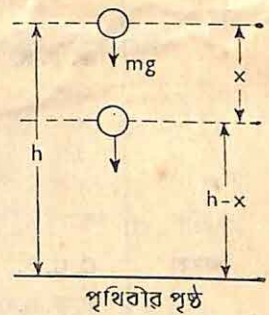
চিত্র 1·41 (i)

1·41 (i) চিত্রে দেখ, ঢিলটি h উচ্চতা হইতে x দূরত্বে পড়িলে তখন উহার স্থৈতিক শক্তি $= mg(h-x)$ 1·41 (1)

ঐ সময়ে ইহার গতীয় শক্তি $= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \times 2gx$ 1·41 (2)

অতএব, ঐ বিন্দুতে স্থৈতিক শক্তি+গতীয় শক্তি

$$= mg(h-x) + mgx = mgh \qquad 1·41\ (3)$$

1·40 (*ii*) হইতে দেখ যে h উচ্চতায় ইহাই ঢিলটির স্থৈতিক শক্তি। বাতাসের বাধা নগণ্য ধরিলে দেখা যায় যে, কোন বস্তু নিচে পড়িবার সময় উহার মোট শক্তি

একই থাকে। উহাই **শক্তির নিত্যতা**। মাটিতে পড়িয়া উহার স্থৈতিক শক্তি না থাকিলেও যে গতীয় শক্তি থাকে উহাও তাপীয় শক্তিতে রূপান্তরিত হয় অর্থাৎ শক্তি কখনোই বিনষ্ট হয় না।

বাহিরের প্রভাবমুক্ত কোন বস্তুতে একপ্রকার শক্তি অন্যপ্রকার শক্তিতে উহার মধ্যে রূপান্তরিত হইতে পারে, কিন্তু উহার মোট শক্তির পরিমাণ নিত্য থাকে—উহাকে **শক্তির নিত্যতার নিয়ম** বলে।

1·42. শক্তির রূপান্তর :

পূর্বেই বলিয়াছি, ঢিলের গতীয় শক্তি মাটিতে পড়িয়া তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। যান্ত্রিক শক্তির তাপীয় শক্তিতে রূপান্তরের ইহা একটি উদাহরণ।

যে সব বিভিন্ন শক্তি পরস্পর রূপান্তরিত হইতে পারে তাহা হইল (1) যান্ত্রিক শক্তি, (2) তাপীয় শক্তি, (3) আলো, (4) শব্দ, (5) চুম্বকীয়, (6) বৈদ্যুতিক, (7) রাসায়নিক শক্তি, (8) পরমাণুর নিউক্লীয় শক্তি।

1·43 বল, কার্য ও ক্ষমতার একক :

	পদ্ধতি	একক	ব্যবহৃত একক
বল	C. G. S.	Dyne (ডাইন্)	গ্রাম্‌ওয়েট্ = 981 dynes
	F. P. S.	Poundal (পাউণ্ডাল্)	(অভিকর্ষীয় একক)
কার্য	C. G. S.	Erg (আর্গ)	2 Joule = 10^7 erg 22 Kilowatt-hour = 36 − 10^{12} ergs 222 gm-cm = 981 ergs
	F. P. S.	Foot-poundal (ফুট্‌পাউণ্ডাল্) Foot-pound = 32 Foot-poundal (মহাকর্ষীয় একক)	
ক্ষমতা	C. G. S.	One Erg/Sec	Watt = 1 g/Sec = $\frac{10^7 \text{ ergs}}{\text{Sec}}$
	F. P. S.	One Foot-Poundal/Sec	অশ্বশক্তি (h. p.) = 550 Foot-pound/Sec

প্রশ্নাবলী

1. মিনিটে 90 লিটার হারে জল পাম্পে 20 মিটার উপরে তুলিতে কত ক্ষমতা প্রয়োজন? [উঃ 294 ওয়াট্]

2. 10 ফুট প্রত্যেক বাহু বিশিষ্ট একটি ঘনাকার জলাধার মাটি হইতে 20 ফুট উচ্চে জলে পূর্ণ আছে—উহার স্থৈতিক শক্তি কত? [উঃ $1·56 \times 10^6$ ft. lb.]

3. একটি রেলগাড়ী স্থির গতিবেগে পাহাড়ের উপরে উঁচুতে উঠিতেছে। ঐ গাড়ীর শক্তির উৎস নির্ণয় কর। শক্তির বিভিন্ন রূপান্তর এক্ষেত্রে কীভাবে ঘটে তাহা ব্যাখ্যা কর।

[সূত্র :—জ্বলন্ত কয়লা ঐ শক্তির উৎস। ঐ শক্তি পথের ঘর্ষণ, বাতাসের প্রতিরোধ ও অভিকর্ষের বিপরীতে রেলগাড়ীটিকে চালাইতেছে ও কার্য সম্পন্ন হইতেছে। কয়লার শক্তির উৎস সূর্য। সূর্যই সমস্ত শক্তির উৎস।]

4. 10 মিটার উঁচু হইতে 100 গ্রাম একটি কঠিন পদার্থ নিচে পড়িল। $g=980$ cm/sec^2 হইলে পদার্থটির গতীয়শক্তি কত? [উঃ 98×10^8 আর্গ]

5. পাউণ্ড, পাউণ্ডাল ও পাউণ্ডওয়েটের পার্থক্য কী বল।

প্রমাণ কর যে অভিকর্ষজনিত অবাধ পতনশীল বস্তুর গতীয় ও স্থৈতিক শক্তির যোগফল সর্বদাই স্থির থাকে।

6. 100 গ্রাম একটি লোহার বল 10 মিটার উঁচু হইতে পড়িল। মাটিতে ছুঁইবার সময় উহার গতিবেগ কত হইবে? $(g=980\ cm./sec^2)$

[উঃ 1400 সেন্টিমিটার/সেকেণ্ড]

7. 3200 lb. ওজনের একটি গাড়ীর গতিবেগ ঘণ্টায় 40 মাইল হইলে উহার গতীয় শক্তি কত? [উঃ $1{\cdot}72\times10^5$ ft. lb.]

8. 100 lb. বলের সাহায্যে 80 lb. ওজনের বস্তু 20 ফুট উঁচুতে তোলা হইল, (ক) ঐ বল কর্তৃক কত কার্য সম্পন্ন হইল?

(খ) ঐ ওজনের স্থৈতিক শক্তির কত পরিবর্তন হইল? (গ) ঐ ওজনের গতীয় শক্তির কত পরিবর্তন হইল?

[উঃ (ক) 2000 ft. lb. ; (খ) 1600 ft. lb. ; (গ) 400 ft. lb.]

9. 1970 খ্রীষ্টাব্দে পৃথিবীর জনসংখ্যা ছিল $3{\cdot}5\times10^9$ এবং 2×10^{20} জুল কার্য মনুষ্যজাতি কর্তৃক ঐ বৎসর সম্পাদিত হইয়াছে। মাথাপিছু ব্যবহৃত ক্ষমতার পরিমাণ হিসাব কর। $(1\ year=3{\cdot}15\times10^7\ sec.)$।

[উঃ 1800 ওয়াট অথবা 2 4 h. p.]

10. 2 গ্রাম ওজনের একটি পতঙ্গ ·4 মিটার/সে. গতিবেগে উড়িলে উহার গতীয় শক্তি কত? [উঃ $1{\cdot}6\times10^{-4}$ J]

11. টেলিভিসন্ পরদায় আমরা যে ছবি দেখি উহা ইলেক্ট্রনের আঘাতে পরদায় আলোর উৎপাদনে ছবি হইয়া ধরা দেয়। ঐসব ইলেক্ট্রনের ভর $9{\cdot}1\times10^{-31}$ kg. ও গতিবেগ 3×10^7 মিটার/সেকেণ্ড। ঐরূপ একটি ইলেক্ট্রনের গতীয় শক্তি কত?

[উঃ $4{\cdot}1\times10^{-16}$ J]

12. 100 ফুট উঁচু হইতে একখণ্ড পাথর ফেলা হইল। কত উচ্চতায় উহার অর্দ্ধেক শক্তি স্থৈতিক ও অর্দ্ধেক শক্তি গতীয় হইবে ? [উঃ 50 ফুট]

13. একটি ইলেকট্রনের গতীয় শক্তি 10^{-10} আর্গ হইলে, উহার গতিবেগ কত ?
[উঃ $4{\cdot}7 \times 10^{8}$ সেন্টি/সেকেণ্ড]

14. কোন বস্তুর ভরবেগ দ্বিগুণ বাড়িলে উহার প্রাথমিক ও শেষ গতীয় শক্তির অনুপাত কত হইবে ? [উঃ 1 : 4]

ঐ বস্তুর গতীয় শক্তি দ্বিগুণ বাড়িলে উহার প্রাথমিক ও শেষ ভরবেগের অনুপাত কত ? [উঃ 1 : $\sqrt{2}$]

2 | পদার্থের সাধারণ ধর্ম (General Properties of Matter)

প্রথম অধ্যায়

মহাকর্ষ (Gravitation)

[**Syllabus** : Gravitation : Newton's law of universal gravitation. Constant of gravitation (no experimental details on the determination of the Gravitational Constant). Gravitational attraction for extended bodies. Gravitational attraction of the earth. Laws of falling bodies. Variation of aceleration due to gravity. Simple pendulum. Motion of planets, satellites. Escape velocity (no deduction). Weightlessnes in orbitting satellites.]

2.1. নিউটনের মহাকর্ষ-সূত্র : "এই বিশ্বে, প্রতিটি বস্তুকণা একে অপরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণী বলের দিক বস্তুকণা দুইটির সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর ; এবং ইহার পরিমাণ উহাদের ভরের গুণফলের সহিত সমানুপাতিক ও উহাদের মধ্যে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।" ইহাই **মহাকর্ষ-সূত্র** (Law of Universal Gravitation).

যদি m_1 ও m_2-কে বস্তুকণা দুইটির ভর ধরা হয়, এবং উহাদের মধ্যে দূরত্ব যদি r হয়, তাহা হইলে উপরোক্ত সূত্র অনুসারে, বস্তুকণা দুইটির মধ্যে মহাকর্ষীয় বলের মাত্রা F-কে লেখা যায়,

$$F \propto m_1 m_2$$

এবং $$F \propto \frac{1}{r^2}$$

সুতরাং, $$F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

অর্থাৎ, $$F = G.\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad 2.1(1$$

G একটি ধ্রুবক, এবং ইহার পরিমাণ যে কোনও দুইটি বস্তুকণার ক্ষেত্রে একই থাকে। G-কে **নিউটনের মহাকর্ষ ধ্রুবক** (Constant of Gravitation) বলা হয়।

যেহেতু, বস্তুকণা দুইটির মধ্যে মহাকর্ষীয় বলের প্রভাব এমনই যে উহারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে, সুতরাং m_2 ভরবিশিষ্ট বস্তুকণার জন্য m_1 ভরবিশিষ্ট বস্তুকণার উপর বলকে একটি ভেক্টর রাশি হিসাবে নিম্নলিখিত ভাবে লেখা যায়,

$$\vec{F}_1 = G.\frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}, \quad |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| \equiv r. \qquad 2.1(2)$$

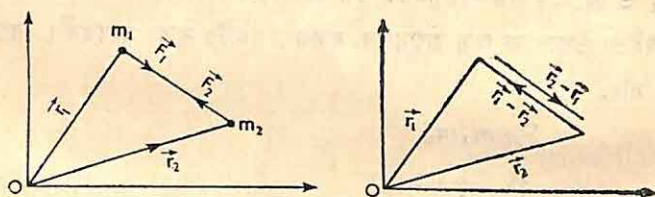
ভেক্টর $\vec{r}_1$ এবং $\vec{r}_2$ যথাক্রমে বস্তুকণা 1 এবং 2 এর অবস্থান নির্দেশ করিতেছে। অনুরূপভাবে, m_2-ভর বিশিষ্ট বস্তুকণার উপর বলকে লেখা যায়

$$\vec{F}_2 = G.\frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}, \quad |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \equiv r \qquad 2.1(3)$$

যেহেতু, $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = -(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$,

2.1(2) এবং 2.1(3) সমীকরণ দুইটি তুলনা করিয়া দেখা যায়,

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 ;$$

অর্থাৎ $\vec{F}_1$ এবং $\vec{F}_2$ বল দুইটির একটি অপরটির বিপরীতমুখী। 2.1 (i) চিত্রে $\vec{F}_1$ এবং $\vec{F}_2$ বলের দিক দেখানো হইয়াছে।

চিত্র 2.1 (i)

উপরোক্ত আলোচনা হইতে আমরা দেখিতেছি যে, মহাকর্ষের প্রভাব m_1 এবং m_2র উপরে একই সঙ্গে প্রযুক্ত দুইটি বল $\vec{F}_1$ এবং $\vec{F}_2$ দ্বারা বর্ণনা করা যায়। নিউটনের গতিবিষয়ক দ্বিতীয় সূত্র হইতে আমরা বলিতে পারি যে, এই বল দুইটির প্রভাবে বস্তুকণা দুইটির ত্বরণ হইবে। এইভাবে m_1 এবং m_2 বস্তুকণার যে গতির সৃষ্টি হইবে, তাহা মহাকর্ষের প্রভাবেই। এই ধরণের মহাকর্ষীয় গতির কিছু উদাহরণ পরবর্তী অনুচ্ছেদ গুলিতে আলোচনা করা হইবে।

নিউটনের মহাকর্ষ-সূত্র আবিষ্কার হইবার পূর্বে অনেক জাগতিক ঘটনাই রহস্যে আবৃত ছিল। পৃথিবীর সব বস্তুকেই উপরে ছুঁড়িয়া দিলে উহারা উপরে কিছুদূর গিয়া

পুনরায় পৃথিবীপৃষ্ঠে ফিরিয়া আসে। গাছ হইতে পাতা খসিয়া গেলে উহা উপরের দিকে উঠিয়া না গিয়া নিচের দিকে পৃথিবীপৃষ্ঠে আসিয়া পড়ে। এই সমস্ত ঘটনা ছাড়াও পৃথিবী কেন সূর্যের চারিদিকে কিম্বা চাঁদ কেন পৃথিবীর চারিদিকে আবর্তিত হয়, এসব ঘটনার কোন সহজবোধ্য ব্যাখ্যা ছিল না। মহাকর্ষ-সূত্র স্বীকার করিয়া লইলে উপরোক্ত এবং আরও অনেক ঘটনার মধ্যে সামঞ্জস্য আনা সম্ভব।

অবশ্য, মহাকর্ষ-সূত্র স্বীকার করিয়া লইলেও প্রশ্ন থাকিয়া যায় যে বস্তুকণার মধ্যে এই প্রকার পারস্পরিক আকর্ষণের কারণ কি? এই শতাব্দীর শুরু হইতেই আইনষ্টাইন প্রমুখ অনেক বৈজ্ঞানিকই এই প্রশ্নের উত্তর সন্ধান করিয়াছেন। এ বিষয়ে এখনও কোনও শেষ সিদ্ধান্তে আসা সম্ভব হয় নাই।

2.2. নিউটনের মহাকর্ষ ধ্রুবক (Constant of Gravitation): 2·1 অনুচ্ছেদের আলোচনা হইতে দেখা যাইতেছে যে, মহাকর্ষের প্রভাবে আকর্ষণী বলের মাত্রা জানিতে হইলে শুধু m_1, m_2 এবং r-এর মাত্রা জানিলেই চলিবে না, 'G'-এর অর্থাৎ মহাকর্ষ ধ্রুবকের মাত্রা কত তাহাও জানা প্রয়োজন। অন্য সমস্ত রাশির মতই G-এর মাত্রা জ্ঞাপক সংখ্যা উহার এককের উপর নির্ভর করে। C. G .S. একক ব্যবহার করিলে, 2.1(1) সমীকরণকে লেখা যায়,

$$F \text{ (ডাইন্স)} = G \text{ (G-এর একক)} \times \frac{m_1 m_2 \text{ (গ্রাম}^2 \text{)}}{r^2 \text{ (সে. মি.}^2 \text{)}}, \qquad 2.2(1)$$

2.2(1) সমীকরণে F, G, m_1, m_2 এবং r বল, মহাকর্ষ ধ্রুবক, ভর ইত্যাদি রাশির মাত্রা জ্ঞাপক সংখ্যা। উপরোক্ত সমীকরণের দুই দিকের একক একই করিতে হইলে, G-এর একককে, নিম্নলিখিত ভাবে ধরিতে হইবে.

$$\text{G-এর একক} \equiv \frac{\text{ডাইন (সে মি.)}^2}{\text{(গ্রাম)}^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad 2.2(2)$$

পরীক্ষাগারে পরিমাপ করিয়া দেখা গিয়াছে যে, এই এককে (অর্থাৎ, $\frac{\text{ডাইন (সে.মি)}^2}{\text{(গ্রাম)}^2}$-এ) G-এর মাত্রা জ্ঞাপক সংখ্যা হইল,

$$G = 6·6576 \times 10^{-8} \quad \cdots \quad \cdots \quad 2.2(3)$$

2.2 (1) সমীকরণে, $m_1 = m_2 = 1$, এবং $r = 1$ ধরিলে, F (ডাইনস্) = 6·6576 $\times 10^{-8}$ ডাইনস্ হয়। অর্থাৎ 1 গ্রাম ভরবিশিষ্ট দুইটি বস্তুকণা 1 সে.মি. দূরত্বে অবস্থিত হইলে, উহাদের পরস্পরের উপরে প্রযুক্ত মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বলের মাত্রা 6·6576 $\times 10^{-8}$ ডাইনস্, বা G ডাইনস্।

উদাহরণ: এক কে. জি. ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু 100 কে. জি. ভরবিশিষ্ট অপর একটি বস্তু হইতে 100 মিটার দূরত্বে অবস্থিত হইলে, প্রথম বস্তুর উপর দ্বিতীয় বস্তুর

মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বলের পরিমাণ কত ? এই বলের প্রভাবে প্রথম বস্তুটি স্থির অবস্থা হইতে শুরু করিয়া এক সে. মি. যাইতে কত সময় লইবে ? (বস্তু দুইটিকে বস্তুকণা, এবং এক সে. মি. দূরত্বের মধ্যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল বিশেষ পরিবর্তিত হয় না, ইহা ধরিয়া লইতে পারা যায়।)

উত্তর : 2.1 (2) সমীকরণ হইতে,

$$F_1 = G.\frac{10^3 \times 10^5}{(10^4)^2} \text{ ডাইনস}$$

$$= 6{\cdot}6576 \times 10^{-8} \text{ ডাইনস}$$

F_1 বলের জন্য 10^3 গ্রাম বস্তুর ত্বরণ, f, হইবে

$$f = \frac{F_1}{10^3} \frac{\text{সে. মি.}}{(\text{সেকেণ্ড})^2} = 6{\cdot}6576 \times 10^{-11} \text{ সে. মি./(সেকেণ্ড)}^2$$

অতএব স্থির অবস্থা হইতে 1 সে. মি. দূরত্ব অতিক্রম করিতে 10^3 গ্রাম বস্তুর সময় লাগিবে,

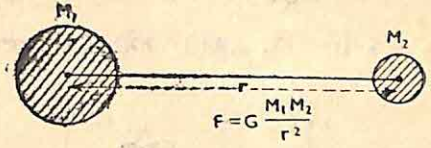
$$t = \sqrt{\frac{2 \times 1}{f}} \text{ সেকেণ্ড}$$

$$\sqrt{\frac{2}{6{\cdot}7 \times 10^{-11}}} \text{ সেকেণ্ড} \cong 10^5 \text{ সেকেণ্ড} \approx 30 \text{ ঘণ্টা।}$$

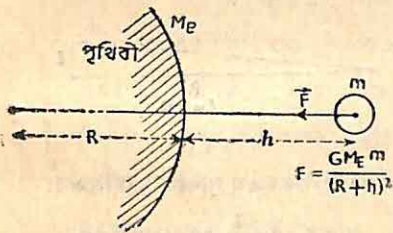
এরূপ ক্ষেত্রে, আমরা যদি 30 ঘণ্টা ধরিয়াও পর্যবেক্ষণ করি, তাহা হইলেও বস্তুটির কোনও গতি দেখিতে পাওয়া যাইবে না, কারণ F_1-এর মাত্রা, ঘর্ষণজাত প্রতিক্রিয়ার তুলনায় অনেক কম হইবে। অবশ্য, বস্তু দুইটির মধ্যে একটির ভর খুব বেশী হইলে, অপরটির উপর ইহার প্রভাব সহজেই দেখিতে পাওয়া যায়। যেমন, পৃথিবীর ভর খুব বেশী বলিয়া পৃথিবীপৃষ্ঠে ছোটখাটো বস্তুর উপর পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণের প্রভাব সহজেই দেখা যায়।

2.3. সাধারণ আকার ও আয়তন বিশিষ্ট বস্তুর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ : সাধারণ আকার ও আয়তন বিশিষ্ট বস্তুকে বস্তুকণা বলিয়া ধরা যায় না। আসলে, সাধারণ আকার ও আয়তনের সমস্বত্ব বস্তুর মধ্যে একই ভর বিশিষ্ট বহুসংখ্যক বস্তুকণা সুষমভাবে অবস্থিত, ইহাই ধরিতে হইবে। এইরূপ একটি বস্তুর মধ্যে প্রত্যেক বস্তুকণাই অপর বস্তুর প্রত্যেক বস্তুকণাকে মহাকর্ষীয় আকর্ষণী বলের দ্বারা আকর্ষণ করিবে। এই বলগুলির প্রত্যেকটিকে ভেক্টর যোগের নিয়ম অনুসারে যোগ করিলেই একটি বস্তুর উপর অপরটির প্রভাব জানা যাইবে। বস্তু দুইটি যে কোনও আকার ও আয়তনের হইতে পারে,

এবং সেক্ষেত্রে বলগুলির প্রত্যেকটিকে যোগ করা অপেক্ষাকৃত জটিল গাণিতিক পদ্ধতি ছাড়া সম্ভব নয়। অবশ্য, কতকগুলি বিশেষ ক্ষেত্রে এই যোগফলকে খুব সরলভাবে প্রকাশ করা যায়। দুইটি সমসত্ত্ব নিরেট গোলকের ক্ষেত্রে দেখানো যায় যে, ইহারা একে অপরকে এমন-

চিত্র 2.3 (i)

ভাবে মহাকর্ষীয় বলে আকর্ষণ করে যে, ইহাদের প্রত্যেকের সমস্ত ভর যেন ইহাদের কেন্দ্রে অবস্থিত ; এবং তখন ইহাদিগের প্রত্যেককে ইহাদের ভরবিশিষ্ট এক একটি বস্তু-কণারূপে কল্পনা করা যাইতে পারে। 2.3 (i) চিত্রে দুইটি নিরেট গোলকের মহাকর্ষীয় আকর্ষণের ফল দেখানো হইয়াছে।

2.4. পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ (অভিকর্ষ) : বিপুল পরিমাণ ভর বিশিষ্ট হওয়ায় পৃথিবী এবং ইহার পৃষ্ঠদেশে এবং নিকটবর্তী অঞ্চলে অবস্থিত বস্তুর মধ্যে উল্লেখযোগ্য মহাকর্ষীয় আকর্ষণী বল ক্রিয়া করে। ধরা যাউক্, পৃথিবী একটি সমসত্ত্ব নিরেট গোলক, এবং ইহার ভর M_E ; সুতরাং পৃথিবী ও অন্য একটি m ভর বিশিষ্ট বস্তুর মধ্যে নিম্নলিখিত মহাকর্ষীয় বল ক্রিয়া করিবে,

$$F = G.\frac{M_E m}{r^2} \qquad 2.4\ (1)$$

চিত্র 2.4 (i)

এখানে পৃথিবী ও অন্য বস্তুটির কেন্দ্র-দ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব r ধরা হইয়াছে। বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলের দিক পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে, 2.4 (i) চিত্র দ্রষ্টব্য।

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R ধরিলে, 2.4 (1) সমীকরণকে লেখা যায়,

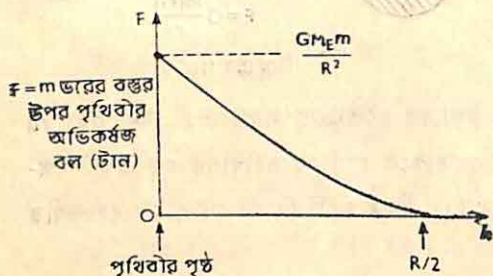
$$F = G.\frac{M_E m}{(R+h)^2} \qquad 2.4\ (2)$$

2.4 (2) সমীকরণে, h = পৃথিবী ও বস্তুর কেন্দ্রের সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে বস্তুটির কেন্দ্রের দূরত্ব।

আমরা 2.4 (2) সমীকরণকে নিম্নলিখিত পরিবর্তিত আকারে লিখিতে পারি,

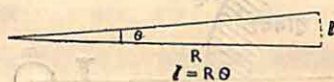
$$F = \frac{GM_E m}{(R+h)^2} = G.\frac{M_E m}{R^2\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = G.\frac{M_E m}{R^2}\left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$$

$$=G.\frac{M_E m}{R^2}\left(1-\frac{2h}{R}\right),$$ (h কে R এর তুলনায় অনেক কম ধরিয়া) 2.4 (3)

2.4 (ii) চিত্রে, 2.4.(3) সমীকরণের লেখচিত্র দেখানো হইয়াছে। সুতরাং দেখা যাইতেছে যে, কোনও একটি বস্তুর উপর পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ, বস্তুটি পৃথিবীপৃষ্ঠে থাকিলে সর্বাপেক্ষা বেশী, এবং বস্তুটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হইতে যতই উচ্চতায় লইয়া যাওয়া হয়, আকর্ষণী বল ততই কমিতে থাকে। এই উচ্চতা যখন পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক, তখন আকর্ষণী বল প্রায় শূন্য হয়।

চিত্র 2.4 (ii)

বস্তুটি নিরেট গোলক না হইলে, উহার প্রত্যেক বস্তুকণার উপর পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণী বল পৃথকভাবে বিবেচনা করিতে হইবে, এবং উহাদের যোগফল বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণের মাত্রা নির্দেশ করিবে।

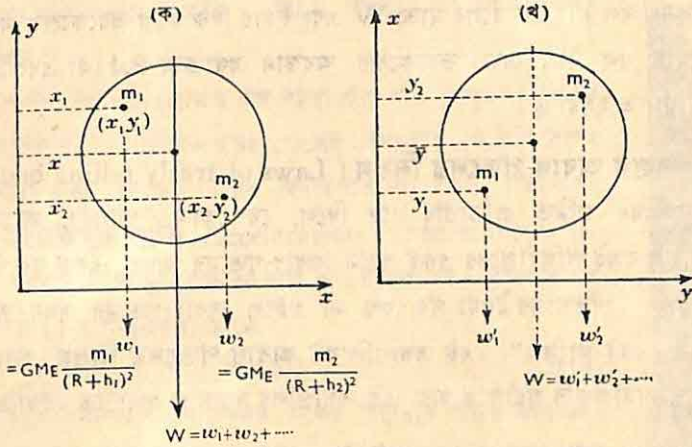
পৃথিবী-পৃষ্ঠে বা অধিক উচ্চতায় কোনও বস্তুর মধ্যস্থিত প্রত্যেক বস্তুকণার পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে দূরত্ব প্রায় R কিংবা আরও বেশী। বস্তুর দৈর্ঘ্যের তুলনায় R অনেক বেশী বলিয়া পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে প্রতিটি বস্তুকণার উপর মহাকর্ষীয় বলের দিকগুলি একে অপরের সহিত অতিশয় ক্ষুদ্র কোণে আনত হইবে। এই কোণের পরিমাণ এতই কম যে ঐ বলগুলিকে পরস্পরের সমান্তরাল ধরা যাইতে পারে [2.4 (iii) চিত্র দ্রষ্টব্য]।

θ R l $l = R\theta$

চিত্র 2·4 (iii)

বস্তুর দৈর্ঘ্যকে l এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধকে R ধরিলে, $\theta=\frac{l}{R}$ এর মান প্রায় শূন্য

এক্ষেত্রে, বস্তুটি যে কোনও সুষম আকারের হইলে এই সমান্তরাল বলগুলিকে যোগ করিয়া বস্তুটির উপর পৃথিবীর মোট মহাকর্ষীয় আকর্ষণী বলের হিসাব করা যাইতে পারে। ধরা যাউক্ 'ক' একটি চাপ্টা বৃত্তাকার বস্তু [চিত্র 2.4 (iv)]। ইহার মধ্যে m_1 ভর-বিশিষ্ট বস্তুকণার অবস্থিতি (x_1, y_1), m_2 ভর বিশিষ্ট বস্তুকণার অবস্থিতি (x_2, y_2), ইত্যাদি। সমান্তরাল বলের যোগফল বাহির করিবার নিয়ম 'গতিবিদ্যা' অধ্যায়ে আলোচিত হইয়াছে। এই নিয়মানুসারে, বস্তুটির উপর পৃথিবীর মহাকর্ষীয় বলের যোগফলের মাত্রা হইল,

$$W=w_1+w_2+\cdots\cdots \qquad 2.4\,(4)$$

এবং ইহার দিক পৃথিবীর কেন্দ্রের অভিমুখে। 'গতিবিদ্যা' অধ্যায়ে ইহাও আলোচিত হইয়াছে যে, যেকোনও একদিকে, সমান্তরাল একাধিক বলের ভ্রামকের যোগফল

চিত্র 2.4 (iv)

বলগুলির যোগফলের ভ্রামকের সমান। সুতরাং, y-অক্ষের দিকে ভ্রামক বিবেচনা করিলে আমরা পাই,

$$(w_1+w_2+\cdots)\bar{x}=w_1x_1+w_2x_2+\cdots$$

$$\therefore \quad \bar{x}=\frac{w_1x_1+w_2x_2+\cdots}{w_1+w_2+\cdots\cdots} \qquad 2.4\,(5)$$

$\bar{x}$ হইল বলগুলির যোগফলের x-অবস্থান।

এখন যদি বস্তুটিকে এবং অক্ষরেখা দুইটিকে একই সঙ্গে 90° ডিগ্রী ঘোরানো হয়, [2·4 (iv) চিত্রের 'খ' অংশ], তাহা হইলে সমান্তরাল বলগুলি x-অক্ষরেখা বরাবর ক্রিয়াশীল হইবে। সমান্তরাল বলগুলির যোগফল একই থাকিবে, এবং ইহার y-অবস্থানের মান হইবে

$$\bar{y}=\frac{w_1y_1+w_2y_2+\cdots}{w_1+w_2+\cdots\cdots} \quad \cdots \qquad 2.4\,(6)$$

$(\bar{x}, \bar{y})$ অবস্থানের বিন্দুকে বস্তুটির **ভরকেন্দ্র** বলে। সুতরাং, আমরা বলিতে পারি যে, কোনও বস্তুর উপর পৃথিবীর মোট মহাকর্ষীয় বলের দিক বস্তুর ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়া যায়। বস্তুর আয়তন পৃথিবীর ব্যাসার্দ্ধের তুলনায় কম, $(h \ll R)$, সুতরাং,

$$\bar{x}=\frac{m_1x_1+m_2x_2+\cdots}{m_1+m_2+}$$

$$\text{এবং} \quad \bar{y}=\frac{m_1y_1+m_2y_2+\cdots}{m_1+m_2+\cdots} \quad \cdots \qquad 2.4\,(7)$$

উপরের আলোচনা হইতে আমরা বলিতে পারি যে কোনও বস্তুর উপর পৃথিবীর মোট মহাকর্ষীয় বল লম্বভাবে নিচের দিকে প্রযুক্ত হয় (অর্থাৎ, ইহা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণী বল)। এই বলের মাত্রা W এবং ইহার দিক বস্তুর ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়া যায়। মোট বল W, এবং ভরকেন্দ্রের অবস্থান যথাক্রমে 2.4 (4) এবং 2.4 (7) সমীকরণে বর্ণিত হইয়াছে।

2.5. বস্তুর অবাধ-পতনের নিয়ম (Laws of freely falling bodies) **:** "বাতাসের ঘর্ষণ জনিত প্রতিরোধ বাদ দিলে, যে কোনও আকার, আয়তন বা ওজনের সকল বস্তুই পৃথিবীপৃষ্ঠের একই স্থানে অবাধ-পতনের সময় একই ত্বরণের সঙ্গে গতিশীল হয়। গতিপথের দৈর্ঘ্য খুব বেশী না হইলে অবাধ-পতনের সময় সর্বক্ষণই ত্বরণের মাত্রা একই থাকে।" এই তথ্যগুলিকেই **অবাধ-পতনের নিয়ম** বলা হয়। পরীক্ষাগারে নানাপ্রকার পরীক্ষার দ্বারা এই তথ্যগুলির যথার্থতা প্রমাণিত হইয়াছে।

পরীক্ষা : উচ্চ-গতি সম্পন্ন একটি স্ট্রবোস্কোপিক আলোক-উৎস লওয়া হইল। ইহা দ্বারা একাদিক্রমে অনেকগুলি তীব্র আলোক-ঝলক তৈয়ারী করা যায়। পরপর দুইটি আলোক-ঝলকের সময় ব্যবধান ইচ্ছামত কমানো বাড়ানোর ব্যবস্থা রাখিতে হইবে। এই আলোক-উৎসের সাহায্যে একটি গল্‌ফ্‌ বলের অবাধ-পতনের সময় ক্যামেরায় ছবি তোলা যায়। ক্যামেরার শাটার অবাধ-পতনের সময় সর্বক্ষণের জন্য খুলিয়া রাখা হয়, এবং যখনই আলোর ঝলক আসে, ঠিক সেই মুহূর্তে বলের অবস্থানের ছবি ফিল্মে উঠিয়া যায়। এই ভাবে একই ফিল্মের উপরে বলের বিভিন্ন মুহূর্তে অবস্থানের ছবি পাওয়া সম্ভব। প্রতিটি আলোক-ঝলকের স্থায়িত্ব এত অল্প সময়ের জন্য (প্রায় এক সেকেণ্ডের দশলক্ষ ভাগের একভাগ) যে দ্রুতগতি সম্পন্ন কোনও বস্তুর ছায়া-ছবিতেও কোন অস্পষ্টতা দেখা যায় না।

সমান সময়-ব্যবধানে তৈয়ারী আলোক-ঝলকগুলি বলের সমগ্র গতিকে কতকগুলি নির্দিষ্ট সমান সময় ব্যবধানে ভাগ করিয়া দেয়। সময়-ব্যবধানগুলি সমান বলিয়া, যে কোনও পরপর দুইটি আলোক-ঝলকের মধ্যে বলের গতিবেগ ফটোগ্রাফে বলের ছায়াছবির অবস্থানের পার্থক্যের সমানুপাতী। বলের গতিবেগ অবাধ-পতনের সময় সমান থাকিলে বলের ছায়াছবিগুলির মধ্যে দূরত্ব একই থাকিবে। কিন্তু দেখা যায় যে ছায়াছবিতে বলের অবস্থানের পার্থক্য ক্রমশঃ বাড়িয়া যাইতেছে। ইহা হইতে প্রমাণ হয় যে, অবাধ-পতনের সময় বলের গতিবেগ ক্রমেই বাড়িয়া যায় ; অর্থাৎ গতিবেগ ত্বরিত হয়। বলের পরপর দুইটি অবস্থান তুলনা করিয়া ঐ সময় ব্যবধানে বলের গতিবেগ কত পরিবর্তিত হইয়াছে তাহা নির্ণয় করা যায়। নিখুঁত পরিমাপের দ্বারা দেখা গিয়াছে যে, প্রতিটি সময়

ব্যবধানেই বলের গতিবেগের পরিবর্তন একই। সুতরাং, বস্তুর অবাধ-পতনের সময় সর্বক্ষণই ত্বরণের মাত্রা একই থাকে। 2.5 (i) চিত্রে উপরে বর্ণিত পরীক্ষার একটি ফটোগ্রাফের চিত্র দেখানো হইল। চিত্রে, উপরের বলটির প্রাথমিক গতিবেগ শূন্য।

এই পরীক্ষা অন্য যে কোনও বস্তু লইয়া করা যায়, কিন্তু সবক্ষেত্রেই ফল একই হইবে। যে কোনও বস্তুর ক্ষেত্রেই দেখা যায় যে গতিবেগের ত্বরণের মাত্রা একই থাকে। বস্তুর অবাধ-পতনের সময় গতিবেগের ত্বরণকে **অভিকর্ষজ ত্বরণ** (Acceleration due to gravity) বলা হয় ; এবং ইহার মাত্রা 'g' অক্ষরের দ্বারা সূচিত করা হয়। পৃথিবীপৃষ্ঠের উপর কিংবা ইহার নিকটবর্তী স্থানে,

$g=980$ সে. মি/(সেকেণ্ড)^2 2.5 (1)

চিত্র 2.5 (i)

2.4 (2) সমীকরণে অভিকর্ষজ বলের পরিমাণ সূচিত হইয়াছে। এই সমীকরণ ব্যবহার করিয়া অভিকর্ষজ বল অবাধ-পতনের সময় বস্তুর গতিবেগে কত ত্বরণ সৃষ্টি করিবে তাহা বাহির করা যায়। নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র অনুসারে, কোনও বল F, m ভরবিশিষ্ট কোনও বস্তুর উপর প্রযুক্ত হইলে, তজ্জনিত ত্বরণের পরিমাণ f হইলে

$$f=\frac{F}{m}$$

এই ক্ষেত্রে, 2·4 (2) সমীকরণ হইতে আমরা পাই,

$$g=\frac{GM_E}{(R+h)^2} \qquad 2·5\ (2)$$

2.5 (2) সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে, অভিকর্ষজ ত্বরণ 'g' বস্তুর ভর কিংবা ইহার আকার বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না। R এর তুলনায় h খুবই ছোট হইলে $g=(GM_E)/R^2$; সুতরাং পৃথিবীপৃষ্ঠে 'g' একটি ধ্রুবক।

অবাধ পতনের পরীক্ষা দ্বারা 'g' এর পরিমাপ করা যায় ; এবং নিউটনীয় মহাকর্ষ ধ্রুবক G ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এর মান ব্যবহার করিয়া 2.5 (2) সমীকরণের সাহায্যে পৃথিবীর ভর, M_E, নির্ণয় করা যায়।

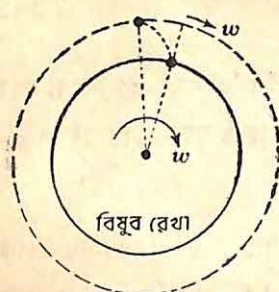
2.6. অভিকর্ষজ ত্বরণের মাত্রাভেদ :

পৃথিবীপৃষ্ঠের সর্বত্র অভিকর্ষজ ত্বরণের মাত্রা এক থাকে না। পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে উচ্চতার জন্যও অভিকর্ষজ ত্বরণের মাত্রা পরিবর্তিত হয়। অভিকর্ষজ ত্বরণের এই প্রকার মাত্রাভেদ নিম্নে আলোচিত হইল।

(A) **উচ্চতার জন্য মাত্রাভেদ :** 2.5 (2) সমীকরণে R এর তুলনায় h ছোট হইলেও, উচ্চতার পরিবর্তনের সহিত h-এর মান পরিবর্তিত হয়, 'g'-এর মানও উচ্চতার সহিত পরিবর্তিত হয়। উপরোক্ত সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে, পৃথিবীপৃষ্ঠে 'g'-এর মাত্রা সর্বাপেক্ষা বেশী এবং যত বেশী উচ্চতায় যাওয়া যায় 'g'-এর মাত্রা ততই কমিয়া যায়।

(B) **অক্ষাংশের জন্য মাত্রাভেদ :** পৃথিবীপৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে 'g'-এর মাত্রা বিভিন্ন দেখা যায়। ইহার কারণ, পৃথিবীপৃষ্ঠে বিভিন্ন স্থানে পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে দূরত্ব R একই থাকে না। পৃথিবী একটি সুষম গোলক নয়। ইহার উত্তর ও দক্ষিণ দিক কিছুটা চাপা এবং বিষুব রেখা অঞ্চল কিছুটা স্ফীত। সুতরাং বিষুবরেখা অঞ্চলে Rএর-পরিমাণ বেশী এবং ইহা অক্ষাংশের সহিত ক্রমশঃ কমিতে কমিতে মেরু অঞ্চলে সর্বাপেক্ষা কম হয়। সুতরাং 'g'-এর মাত্রা মেরু অঞ্চলে সর্বাপেক্ষা বেশী এবং বিষুবরেখা অঞ্চলে সর্বাপেক্ষা কম।

(C) **স্থানীয় কারণে 'g'-এর মাত্রাভেদ :** পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে খনিজ আকর, ভূগর্ভস্থ তৈল, ইত্যাদি থাকার জন্য ঐ সকল স্থানের ভূস্তরের বস্তুগুলির ঘনত্ব পৃথিবীর গড় ঘনত্বের তুলনায় কম বেশী হয়। ইহার ফলে অভিকর্ষজ বলের তারতম্য হইয়া 'g'-এর মাত্রার পরিবর্তন ঘটে। পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে ভূপৃষ্ঠে 'g'-এর পরিমাপ করিয়া ভূগর্ভস্থ খনিজ আকরের সন্ধান পাওয়া সম্ভব।

(D) **পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য 'g'-এর মাত্রাভেদ :** অভিকর্ষজ ত্বরণ পরিমাপ করিবার জন্য আমরা যখন বস্তুর অবাধ-পতনের পরীক্ষা করি, তখন আমরা দেখি যে, বস্তু উল্লম্বভাবে পৃথিবীপৃষ্ঠের দিকে পতিত হইতেছে। এই বস্তুকে যদি পৃথিবীপৃষ্ঠের বাহিরে মহাশূন্যের কোন স্থির অবস্থান হইতে দেখা হইত তাহা হইলে দেখা যাইত যে, পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে উল্লম্ব ভাবে গতি ছাড়াও বস্তুটি পৃথিবীর সহিত শূন্যে একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে [2.6(i) চিত্র দ্রষ্টব্য]।

চিত্র 2.6 (i)

সুতরাং অভিকর্ষজ বল, অর্থাৎ

$$F = G\frac{M_E m}{R^2}$$

যে ত্বরণ সৃষ্টি করিতেছে তাহাকে দুই ভাগে ভাগ করিয়া কল্পনা করা যায়।

(i) বৃত্তাকার পথে গতিশীল হওয়ার জন্য ত্বরণ, যাহার পরিমাণ

$$a = rw^2, \quad \ldots \quad \ldots \qquad 2.6(1)$$

w হইল পৃথিবীর ও বস্তুটির কৌণিক গতিবেগ ; এবং

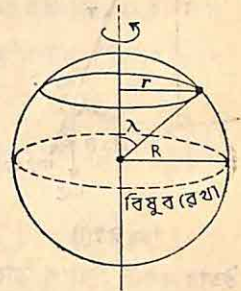
(ii) পৃথিবীর সহিত ঘূর্ণায়মান পর্যবেক্ষক, পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে বস্তুর যে ত্বরণ পরিমাপ করিতেছে তাহা। ইহার পরিমাণ হইল 'g'। সুতরাং

$$G\frac{M_E}{R^2} = g + rw^2 \qquad 2.6(2)$$

$G\frac{M_E}{R^2}$ কে g_0 লিখিয়া 2.6 (2) সমীকরণ হইতে লেখা যায়,

$$g = g_0 - rw^2 \quad \ldots \quad \ldots \qquad 2.6(3)$$

সুতরাং আমরা দেখিতেছি যে পৃথিবীপৃষ্ঠে যে 'g' আমরা পরিমাণ করি, তাহা g_0 হইতে rw^2 পরিমাণ কম। 2.6(2) সমীকরণে r হইল বস্তুর মহাশূন্যে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ। কোন স্থানের অক্ষাংশ λ হইলে, বস্তুর বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ r_λ এবং 2.6 (ii) চিত্রানুসারে,

$$r_\lambda = R \sin \lambda।$$

চিত্র 2.6(ii)

$r\lambda$ যে সমতলে অবস্থিত, উহা ঐ স্থানের (λ অক্ষাংশ) পৃথিবীপৃষ্ঠের উপর উল্লম্ব তলের সহিত (90-λ) ডিগ্রী কোণে আনত। সুতরাং r অভিমুখী ত্বরণের উল্লম্ব উপাংশ$= rw^2 \sin\lambda$।

2.6(3) সমীকরণকে এক্ষেত্রে লেখা যায়,

$$g = g_0 - rw^2 \sin\lambda$$

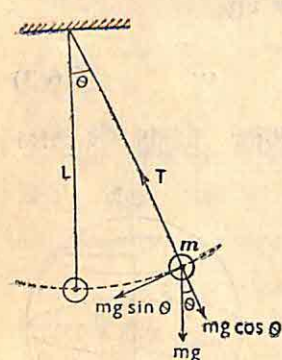
$$= g_0 - Rw^2 \sin^2\lambda \quad \ldots \qquad 2.6\ (4)$$

2.6(4) সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে, কেবলমাত্র মেরুদ্বয়ে ($\lambda = 0$), g-এর পরিমাণ g_0-এর সমান, এবং অন্য যেকোনও স্থানে ইহা g_0-এর চেয়ে কম।

নিম্নের সারণীতে 'g' এর মান অক্ষাংশ ও পৃথিবীপৃষ্ঠ (সমুদ্রতল) হইতে উচ্চতার সহিত কিভাবে পরিবর্তিত হয়, তাহার উদাহরণ দেওয়া হইল।

বিভিন্ন স্থানে g-এর পরীক্ষালব্ধ মান।

স্থান	অক্ষাংশ (উত্তর-গোলার্ধ)	সমুদ্রতল হইতে উচ্চতা (মিটার)	অভিকর্ষজ ত্বরণ সে.মি /(সেকেণ্ড)^2
জ্যামাইকা	18°	0	978·591
বার্মুডা	32°	0	979 806
ডেনভার	40°	1638	979·609
গ্রানল্যাণ্ড	70°	0	982·534

2.7 সরল দোলক (Simple Pendulum) **:** কোন স্থানে 'g'-এর পরিমাপ করিবার জন্য সরল দোলক ব্যবহার করা যাইতে পারে। 2.7(i) চিত্রে একটি সরল দোলক দেখানো হইয়াছে। একটি ভারহীন, অপ্রসারণশীল তারের একপ্রান্তে একটি বস্তু-কণিকাকে সংযুক্ত করিয়া তারটিকে একটি স্থির ও অনমনীয় বিন্দু হইতে উল্লম্বভাবে ঝুলাইয়া সরল দোলক তৈয়ারী করা হয়। দোলককে উল্লম্ব দিক হইতে θ রেডিয়ান কোণ স্থানান্তরিত করিলে বস্তুকণিকার (বা দোলকপিণ্ডের) সাম্যাবস্থা হইতে অবস্থান-দূরত্ব $L\theta$, L হইল দোলকের দৈর্ঘ্য। দোলক পিণ্ডের ভর m হইলে ইহার উপর এই অবস্থায় উল্লম্ব অভিকর্ষজ বলের পরিমাণ mg। এই উল্লম্ব বলকে দুইটি উপাংশে ভাগ করা যায়।

চিত্র 2·7(i)

ইহার একটি উপাংশ তারের দৈর্ঘ্য বরাবর এবং অপরটি তারের দৈর্ঘ্যের উল্লম্বদিকে। এই উপাংশ দুইটি যথাক্রমে $mg \cos \theta$ এবং $mg \sin \theta$। $mg \cos \theta$ উপাংশ তারের মধ্যে দৈর্ঘ্য বরাবর টানের সৃষ্টি করে এবং $mg \sin \theta$ উপাংশ দোলকপিণ্ডকে ইহার সাম্যাবস্থার দিকে গতিশীল করে এবং এই গতির ত্বরণ $g \sin \theta$. θ-র পরিমাণ কম হইলে $\sin \theta = \theta$ এবং ত্বরণের মাত্রা হয় $g\theta$. অর্থাৎ দোলকপিণ্ডের গতির ত্বরণ $g\theta$, ইহার অবস্থানের উপর নির্ভরশীল।

সুতরাং দোলকপিণ্ডের গতি অবাধ-পতনের গতির ন্যায় নির্দিষ্ট এক ত্বরণশীল গতি নয়, ইহার ত্বরণ গতির বিভিন্ন পর্যায়ে বিভিন্ন হইয়া থাকে। এই জন্য, দোলকপিণ্ডের গতি কিছুটা জটিল ; কিন্তু θ খুব ছোট হইলে, দোলকপিণ্ড সরল সুষম পর্যায়বৃত্ত গতিতে গতিশীল হয়।

গাণিতিক পদ্ধতিতে দেখানো যায় যে, এই পর্যায়বৃত্ত গতির পর্যায়, T, হইলে

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad 2.7\,(1)$$

2.7 (1) সমীকরণের যথার্থতা পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করা যায়। সরল দোলকের ক্ষেত্রে পরীক্ষা করিয়া দেখা যায় যে,

(A) দোলকের দোলনকাল (পর্যায়) দোলকের দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতী ; এবং (B) দোলকের দোলনকাল দোলকপিণ্ডের ভরের উপর নির্ভর করে না। (A) এবং (B) তে বর্ণিত পরীক্ষালব্ধ তথ্যগুলিকে **সরল দোলকের নিয়ম** (Laws of Simple Pendulum) বলে। প্রথম নিয়ম অনুসারে,

$$T \propto \sqrt{L}. \qquad 2.7.(2)$$

সুতরাং $T = K\sqrt{L}$, 2.7.(3)

K একটি ধ্রুবক।

বিভিন্ন দৈর্ঘ্যের দোলক লইয়া একই স্থানে উহাদের দোলনকাল পরিমাপ করিয়া K-এর মান নির্ণয় করা যায়, এবং 2.7(1) সমীকরণের সহিত তুলনা করিয়া 'g'-এর মাত্রা নির্ণয় করা যায়।

দোলকের দৈর্ঘ্য মাপিবার সময় দোলক যে স্থান হইতে ঝুলানো হইয়াছে, সেই বিন্দু হইতে দোলক-পিণ্ডের ভর-কেন্দ্র পর্যন্ত দৈর্ঘ্য মাপিতে হইবে। দোলকের সাহায্যে 'g' পরিমাপ করিলে নিম্নলিখিত কারণে সংশোধন প্রয়োজন :

(1) 2.7(1) সমীকরণ নির্ভুল, যদি $\theta < 4°$। প্রকৃত পরীক্ষায় θ বেশী হওয়ায় 2.7.(1) সমীকরণের কিছু সংশোধন প্রয়োজন,

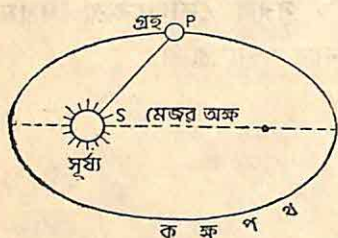
(2) তারের ওজন ও সম্প্রসারণশীলতার জন্য সংশোধন,

এবং (3) যে বিন্দু হইতে দোলক ঝুলানো হইয়াছে, তাহা বস্তুতঃ দোলকের ওজনের জন্য স্থির না থাকিয়া কিছুটা নামিয়া আসে। ইহার জন্যও সংশোধন প্রয়োজন।

কৌণিক বিস্তার, θ, কম থাকিলে সরল দোলকের পর্যায় উহার কম্পনের কৌণিক বিস্তারের উপর নির্ভর করে না ; পর্যায় শুধুমাত্র দোলকের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল। সুতরাং উপযুক্ত দৈর্ঘ্যের সরল দোলক লইয়া উহা দ্বারা ঘড়ির কাঁটার গতি নিয়ন্ত্রিত করিয়া দোলক ঘড়ি (Pendulum Clock) নির্মাণ করা হয়। ঘড়ি চলিবার সময় দোলকের কৌণিক বিস্তার কিছু কম-বেশী হইলেও দোলকঘড়ি ঠিক সময় দেখাইবে।

পূর্বেই উল্লেখ করা হইয়াছে যে দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ-ত্বরণের পরিমাপ করা হয়। ভূগর্ভস্থ খনিজ আকরের সন্ধানে পৃথিবীপৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ-ত্বরণের নিখুঁত পরিমাপ করিবার জন্য উন্নত ধরণের দোলক আবিষ্কৃত হইয়াছে। এই প্রকার দোলকের সাহায্যে 'g' এর খুব অল্প পরিমাণ পরিবর্তনও ধরা পড়ে।

2.8. গ্রহ ও উপগ্রহের গতি (Motion of planets and satellites) : জ্যোতির্বিদ্‌দের বহু শতাব্দীর পর্যবেক্ষণের ফল বিবেচনা করিয়া কেপ্‌লার (Kepler) সূর্যের চারিদিকে গ্রহের গতির নিম্নোক্ত বৈশিষ্ট্যগুলি আবিষ্কার করেন।

(1) সূর্য হইতে কোন গ্রহের সংযোগকারী সরলরেখা, SP, গ্রহের গতিকালে সমান সময়ের মধ্যে সমান পরিমাণ আয়তক্ষেত্র অতিক্রম করে [2.8. (*i*) চিত্র দ্রষ্টব্য]।

চিত্র 2·8 (i)

(2) গ্রহগুলি সূর্যকে ফোকাসে রাখিয়া উহার চারিদিকে উপবৃত্তাকার পথ অতিক্রম করে।

(3) বিভিন্ন গ্রহের ক্ষেত্রে, একবার সূর্য প্রদক্ষিণের সময়-এর বর্গ গ্রহটির গতিপথের মেজর অক্ষের ঘন-এর সমানুপাতী।

উপরোক্ত বৈশিষ্ট্যগুলি **কেপলারের গ্রহ-সূত্র** নামে বিখ্যাত।

গ্রহগুলি উপবৃত্তাকার পথে গতিশীল বলিয়া, উহাদের গতি ত্বরণশীল। এবং কেপ্‌লারের গ্রহ-সূত্র বিশ্লেষণ করিলে দেখা যায় যে,

(A) ত্বরণের দিক, গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী সরলরেখা বরাবর ;

(B) ত্বরণের পরিমাণ সূর্য হইতে গ্রহের দূরত্বের বর্গের বিষমানুপাতী ;

এবং (C) ত্বরণ ও সূর্য হইতে গ্রহের দূরত্বের বর্গের বিষম-অনুপাতাঙ্ক সকল গ্রহের ক্ষেত্রে একই।

বিশ্লেষণের ফল, (A), (B), (C) হইতে নিউটন 2.1 অনুচ্ছেদে বর্ণিত মহাকর্ষীয় সূত্রের অবতারণা করেন। নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্র এবং নিউটনের গতি-সূত্রের উপর ভিত্তি করিয়া সূর্যমণ্ডলের গ্রহগুলির গতির খুঁটিনাটি বৈশিষ্ট্য গাণিতিক পদ্ধতিতে বিশ্লেষণ করা হইয়াছে এবং এই বিশ্লেষণের ফল জ্যোতির্বিজ্ঞানের বহু সংখ্যক নিখুঁত পরীক্ষার দ্বারা সত্য বলিয়া প্রমাণিত হইয়াছে।

গ্রহের চতুর্দিকে পরিভ্রমণশীল উপগ্রহের গতিও উপরোক্ত পদ্ধতিতে বিশ্লেষণ করা হইয়াছে। উদাহরণ স্বরূপ, পৃথিবীর চারিদিকে চাঁদের গতি সংক্রান্ত একটি উদাহরণ এখানে বর্ণিত হইল।

ধরা যাউক, চাঁদ পৃথিবীর অভিকর্ষজ বলের প্রভাবে পৃথিবীর চারিদিকে a ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে স্থির গতিতে ঘুরিতেছে। পৃথিবী এবং চাঁদের মধ্যে মহাকর্ষজ বলের জন্য ত্বরণ, চাঁদের বৃত্তাকার পথে গতির ত্বরণের সমান। সুতরাং

$$a_m = \frac{v^2}{a} = \frac{4\pi^2 a}{T^2} \qquad 2.8.(1)$$

v = চাঁদের গতিবেগ, T = চাঁদের পৃথিবীকে একবার পরিভ্রমণের সময় কাল, এবং a_m = চাঁদের গতির ত্বরণ।

পৃথিবীপৃষ্ঠে, অর্থাৎ পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে R (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ) দূরত্বে অভিকর্ষজ ত্বরণকে 'g' ধরিলে, কেপ্‌লারের গ্রহসূত্রের বিশ্লেষণের (B) ফল ব্যবহার করিয়া আমরা পাই,

$$\frac{g}{a_m}=\frac{a^2}{R^2}, \qquad 2.8.(2)$$

অতএব, 2.8.(1) এবং 2.8.(2) সমীকরণ একত্র করিয়া

$$g=a_m \ \frac{a_2}{R_2}=\frac{4\pi^2a^3}{R^2T^2} \qquad 2.8(3)$$

ইহা জানা আছে,

T = 27 দিন 7 ঘন্টা 43 মিনিট = 39,343 মিনিট

$2\pi R=4\times10^7$ মিটার

$a=60$ R.

উপরোক্ত তথ্য ব্যবহার করিয়া 2.8(3) সমীকরণ হইতে পাওয়া যায়,

$$g=\frac{2\pi 60^3\times4\times10^7 \text{ মিটার}}{(39{,}343\times60 \text{ সেকেণ্ড})^2}\approx974 \text{ সে.মি./(সেকেণ্ড)}^2$$

এইভাবে পৃথিবীর চারিদিকে চাঁদের গতি পর্যবেক্ষণ করিয়া 'g'-এর পরিমাপ করা যায়। পৃথিবীপৃষ্ঠে অবাধ-পতনের পরীক্ষা দ্বারা বা দোলকের সাহায্যে দেখা যায় $g=980$ সে.মি./(সেকেণ্ড)^2, এবং এই দুই পরিমাপের মধ্যে পার্থক্য এতই কম যে, ইহাকে নিউটনের মহাকর্ষ-সূত্রের একটি সুদৃঢ় প্রমাণ হিসাবে ধরা যাইতে পারে।

কৃত্রিম উপগ্রহ ঃ আমরা আগেই দেখিয়াছি যে পৃথিবীর অভিকর্ষজ বলের প্রভাবে পৃথিবীর উপগ্রহ উহার চারিদিকে উপবৃত্তাকার পথে ঘুরিবে। বিশেষ অবস্থায় কক্ষপথ উপবৃত্তাকার না হইয়া বৃত্তাকার হইতে পারে। আমরা এইরূপ বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণরত পৃথিবীর উপগ্রহের গতি বর্ণনা করিব। এইরূপ অবস্থায় পৃথিবীর অভিকর্ষজ বল উপগ্রহকে বৃত্তাকার পথে ঘুরাইবার জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রানুগ বল যোগাইবে।

যদি কক্ষপথের ব্যাসার্ধ r, উপগ্রহের ভর m এবং পৃথিবীর ভর M_E হয়, তবে উপগ্রহের উপর অভিকর্ষজ বলের পরিমাণ হইবে,

$$F_1=G.\ \frac{M_E m}{r^2} \qquad 2.8(4)$$

এবং বৃত্তাকার পথে উপগ্রহের গতিবেগ v হইলে, কেন্দ্রানুগ বলের পরিমাণ হইবে,

$$F_2 = \frac{mv^2}{r} \qquad 2.8(5)$$

যেহেতু, এক্ষেত্রে $F_1 = F_2$, উপরের সমীকরণ দুইটি হইতে আমরা পাই,

$$v^2 = \frac{GM_E}{r} \qquad 2.8.(6.)$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে, উপগ্রহের গতিবেগ উহার ভরের উপর নির্ভর করে না। উপগ্রহের বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ বেশী হইলে গতিবেগ কম হইবে।

পৃথিবীর আহ্নিক গতি উপেক্ষা করিলে পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিমাণ

$$g_o = \frac{GM_E}{R^2}$$

সুতরাং, 2.8.(6) সমীকরণে GM_E-র পরিবর্তে g_oR^2 লিখিলে,

$$v^2 = g_o\frac{R^2}{r} \qquad 2.8(7)$$

উদাহরণ: পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে 100 কিলোমিটার উপরে পৃথিবীর চারিদিকে বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণরত উপগ্রহের গতিবেগ এবং উহার পৃথিবী প্রদক্ষিণের সময় কত? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ=6500 কিলোমিটার)

এক্ষেত্রে, উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ r পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R এর প্রায় সমান। সুতরাং 2.8.(7) সমীকরণ হইতে,

$$v^2 = g_oR. \qquad 2.8(8)$$

অতএব,

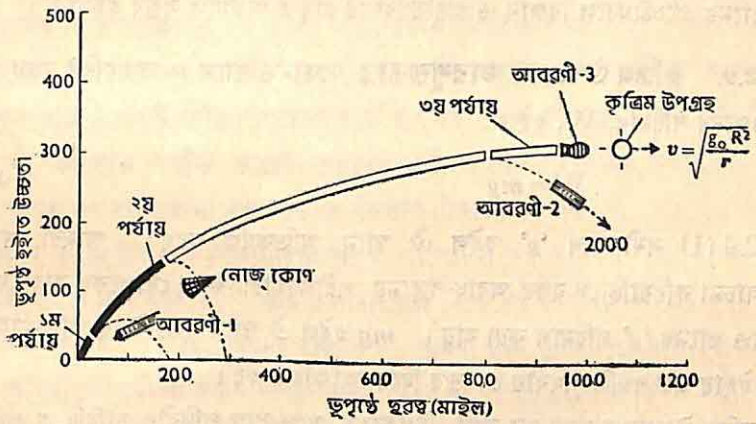
$$v = \sqrt{g_oR} = \sqrt{\left(980\ \frac{\text{সে.মি}}{(\text{সেকেণ্ড})^2} \times 6500\ \text{কি.মি.} \times 10^5 \frac{\text{সে.মি}}{\text{কি.মি.}}\right)}$$

$$\cong \sqrt{63.7 \times 10^{10}}\ \ \frac{\text{সে.মি.}}{\text{সেকেণ্ড}} \approx 8\ \frac{\text{কি.মি.}}{\text{সেকেণ্ড}}$$

$$\approx 30{,}000\ \ \frac{\text{কি.মি.}}{\text{ঘণ্টা}}$$

একবার পৃথিবী প্রদক্ষিণের সময় T হইলে,

$$T = \frac{2\pi r}{v} \simeq 1\ 3\ \text{ঘণ্টা} \simeq 80\ \text{মিনিট।}$$

উপরের উদাহরণ হইতে আমরা দেখিতে পাই যে, কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবীপৃষ্ঠের উপরে 100 কি.মি. দূরত্বে প্রদক্ষিণ করিতে হইলে উহার গতিবেগ ঘণ্টায় প্রায় 30,000 কি.মি. হইতে হইবে। যদি কোনও কারণে উহার গতিবেগ পরিবর্তিত হয় (যেমন, উপগ্রহ হইতে রকেট ছুড়িয়া উহার গতিবেগের পরিবর্তন করা যায়), তবে উহার কক্ষপথ পরিবর্তিত হইয়া 2·8 (7) সমীকরণ অনুসারে নতুন এক ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার কক্ষপথে পরিণত হইবে। সুতরাং কোন পূর্বনির্দিষ্ট কক্ষপথে কৃত্রিম উপগ্রহকে স্থাপন করিতে হইলে, ইহাকে পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে ঐ উচ্চতায় উঠাইতে হইবে, এবং পৃথিবী-পৃষ্ঠের উল্লম্ব দিকের আড়াআড়ি দিক বরাবর উপযুক্ত গতিবেগ উপগ্রহটিতে সঞ্চার করিতে হইবে। এই গতিবেগের পরিমাণ 2.8 (7) সমীকরণ হইতে পূর্বেই নির্ণয় করিয়া লওয়া যায়। রকেটের সাহায্যে এইভাবে পৃথিবী প্রদক্ষিণকারী উগগ্রহকে উহার পূর্বনির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপন করা হয় [2.8.(ii) চিত্র দ্রষ্টব্য]।

চিত্র 2·8 (ii)

কৃত্রিম উপগ্রহের চারিদিকে তিনটি আবরণী থাকে এবং উহারা রকেটের জ্বালানী বহন করে। জ্বালানী শেষ হইয়া গেলে আবরণীগুলি বিভিন্ন পর্যায়ে রকেটের দেহ হইতে খুলিয়া আসে। বায়ুমণ্ডলের সহিত ঘর্ষণে উদ্ভূত তাপে যাহাতে রকেট ও উপগ্রহ ক্ষতিগ্রস্ত না হয় সেজন্য উহাদিগকে নোজ কোণে ঢাকিয়া রাখা হয়। বায়ুমণ্ডল পার হইয়া গেলে (প্রায় 150 মাইল উপরে) নোজ কোণ রকেট দেহ হইতে খুলিয়া আসে।

বিগত কয়েক বৎসরে বহুসংখ্যক কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারিদিকে বিভিন্ন নির্দিষ্ট কক্ষপথে প্রতিস্থাপিত হইয়াছে। ইহাদের মধ্যে কতকগুলি কৃত্রিম উপগ্রহকে এমনভাবে কক্ষপথে স্থাপন করা হইয়াছে যাহাতে উহারা পৃথিবীপৃষ্ঠের উপরে কোনও বিশেষ স্থানের

ঊর্দ্ধাকাশে অবিচল অবস্থায় থাকে ; অর্থাৎ উহাদের কৌণিক গতিবেগ পৃথিবীর দৈনিক আবর্তনের কৌণিক গতিবেগের সমান। এই সকল উপগ্রহে নানাপ্রকার যন্ত্রপাতি আছে। ইহাদের সাহায্যে উচ্চ বায়ুমণ্ডলের ভৌতিক অবস্থা পর্যবেক্ষণ করা হয়। তাহা ছাড়া, বায়ুপ্রবাহ, বায়ুমণ্ডলে মেঘ সঞ্চার প্রভৃতি ঘটনার পূর্বাভাসও কৃত্রিম উপগ্রহের মধ্যে স্থাপিত আধুনিক যন্ত্রের দ্বারা জানিতে পারা যায়। কৃত্রিম উপগ্রহের বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় গ্রাহক ও প্রেরক যন্ত্রের সাহায্যে পৃথিবীর যে কোনও স্থান হইতে অন্য যে কোনও স্থানে সংবাদ পরিবেশন বা টেলিভিসনে ছবি-পাঠানো আজ অতি বাস্তব ঘটনা। ইহা বিশেষ উল্লেখযোগ্য যে কৃত্রিম উপগ্রহকে কক্ষপথে স্থাপন করা এবং ইহার সাহায্যে উপরোক্ত পরীক্ষাদি চালু করার পিছনে যে যন্ত্রকুশলতার অবদান আছে তাহা কয়েক বৎসর আগেও মানুষের কল্পনার বস্তু ছিল। কৃত্রিম উপগ্রহ সংক্রান্ত গবেষণার ফলে মানুষকে অনেক নতুন ধরণের সমস্যার সম্মুখীন হইতে হয় এবং এই সব সমস্যা সমাধানের প্রচেষ্টাকালে বিজ্ঞান ও প্রযুক্তিবিদ্যার প্রভূত অগ্রগতি সম্ভব হইয়াছে।

2.9. কৃত্রিম উপগ্রহে ভারশূন্যতা : কোনও স্থানে m-ভরবিশিষ্ট বস্তুর ভার বা ওজনের পরিমাণ, W, হইলে,

$$W = mg \qquad 2.9\,(1)$$

2.9 (1) সমীকরণে 'g' হইল ঐ স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ। আমরা আগেই আলোচনা করিয়াছি যে বস্তুর অবাধ-পতনের পরীক্ষাদ্বারা কিংবা দোলকের সাহায্যে যে কোনও স্থানের 'g' পরিমাপ করা যায়। mg হইল ঐ স্থানে বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল এবং ইহার জন্য বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হয়।

কৃত্রিম উপগ্রহের মধ্যে সব বস্তুই উপগ্রহের সঙ্গে সঙ্গে পৃথিবীর চারিদিকে প্রদক্ষিণ করে। আমরা কৃত্রিম উপগ্রহের মধ্যে থাকিয়া পর্যবেক্ষণ করিলে দেখিতে পাইব যে, ইহার মধ্যে কোনও বস্তুই পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে পড়িয়া যাইতেছে না। বস্তুতঃ উপগ্রহের মধ্যে আমরা অবাধ-পতনের পরীক্ষা করিলে দেখিতে পাইব, $g=0$, এবং 2.9 (1) সমীকরণ অনুসারে আমরা বলিতে পারি যে, উপগ্রহের মধ্যে সব বস্তুই ভার-হীন। কৃত্রিম উপগ্রহে নভোচারীদের অভিজ্ঞতা হইতে ইহার সত্যতা প্রমাণিত হয়। নভোচারীদের অভিজ্ঞতা হইল, উপগ্রহদের মধ্যে যে কোনও বস্তুকে যে কোনও স্থানে রাখিলে উহা সেই স্থানেই শূন্যে ঝুলন্ত অবস্থায় থাকিয়া যায়। নভোচারীরাও উপগ্রহের তলদেশ হইতে অল্প একটু লাফাইলেই শূন্যে ঝুলন্ত অবস্থায় থাকিতে পারে।

উপরোক্ত ঘটনাগুলি সহজেই বুঝা যায়। স্থায়ী কক্ষপথে উপগ্রহকে ঘুরিতে' হইলে, উহার গতিবেগ এবং কক্ষপথের ব্যাসার্ধ এমনই হওয়া চাই যাহাতে পৃথিবীর অভিকর্ষজ

বল পুরাপুরিই 2·6 অনুচ্ছেদে বর্ণিত প্রথম প্রকার ত্বরণের সৃষ্টি করে। সুতরাং দ্বিতীয় প্রকার ত্বরণ, অর্থাৎ g শূন্য হইয়া যায়, এবং উপগ্রহের মধ্যে সব বস্তুই নভোচারীর কাছে ভারহীন মনে হয়।

উপগ্রহটি নিজেও ভারহীন, কারণ উপগ্রহ হইতে পর্যবেক্ষণ করিলে দেখা যায় যে, ইহা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে পড়িয়া যাইতেছে না।

কোনও বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে পড়িয়া যাইতেছে কিনা তাহা পর্যবেক্ষণ করিয়া আমরা বস্তুটির ওজন বা উহার উপর পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণের অস্তিত্ব জানিতে পারি। যেমন, গাছ হইতে আপেল পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে পড়িয়া যায় দেখিয়া আমরা জানিতে পারি যে আপেলের ওজন আছে, ইহা ভারশূন্য নহে। চোখে দেখা ছাড়াও অন্য এক উপায়েও আমরা বস্তুর ভারের অস্তিত্ব জানিতে পারি। যেমন, কোনও বস্তু হাতে ঝুলাইলে হাতের মাংসপেশীতে আমরা টান অনুভব করি। অর্থাৎ বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণী বল আমাদের মাংসপেশীর উপর বিকার (strain) সৃষ্টি করে এবং মাংসপেশীর স্থিতিস্থাপকতার জন্য উহার মধ্যে পীড়নের (stress) সৃষ্টি হয়। এই পীড়নের অনুভূতিই আমাদিগকে জানাইয়া দেয় যে বস্তুটি ভারশূন্য নহে। নিজে অনুভব না করিয়াও আমরা একটি স্প্রীঙ্ তুলাদণ্ডে বস্তুটি ঝুলাইয়া দিয়া স্প্রীঙের বিকার বা পীড়ন পর্যবেক্ষণ করিয়াও বস্তুটির ভারের অস্তিত্ব জানিতে পারি। কৃত্রিম উপগ্রহের মধ্যে স্প্রীঙ্ তুলাদণ্ডের সাহায্যেও দেখা যায় যে বস্তুগুলি ঐস্থানে ভারশূন্য।

এখন, কৃত্রিম উপগ্রহে নভোচারীর অবস্থা আলোচনা করা যাউক্। সে কি নিজেকে ভারশূন্য বলিয়া মনে করিবে ? আমরা সাধারণতঃ নিজেদের ভার বা ওজনের অনুভূতি পাই আমাদের মাংসপেশীর পীড়নের মাধ্যমে। আমরা যখন পৃথিবীপৃষ্ঠে দাঁড়াইয়া থাকি, তখন পৃথিবীপৃষ্ঠ স্থায়ী ও কঠিন বলিয়া এবং পায়ের মাংসপেশী স্থিতিস্থাপক বলিয়া উহা কিছুটা বিকৃত হয় এবং তজ্জনিত পীড়নের অনুভূতিই আমাদিগকে আমাদের নিজেদের ভার সম্বন্ধে সচেতন করে। কিন্তু যদি পৃথিবীপৃষ্ঠও 'g' ত্বরণে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে ভাঙ্গিয়া পড়িত তাহা হইলে আমরা ও পৃথিবীপৃষ্ঠ একই ত্বরণে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে গতিশীল হইতাম, এবং পায়ের মাংসপেশীতে বিকৃতি না হওয়ার জন্য আমরা আমাদের ভার অনুভব করিতাম না। অর্থাৎ যেহেতু নভোচারী এবং কৃত্রিম উপগ্রহ উভয়েই একই প্রকার ত্বরণে গতিশীল, নভোচারী নিজের ভার অনুভব করিবে না।

2.10. নিষ্ক্রমণ গতিবেগ : m_1 এবং m_2 ভরবিশিষ্ট এবং r দূরত্বে অবস্থিত দুইটি বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষীয় বল আলোচনা করা যাউক। m_1 ভরবিশিষ্ট বস্তুর উপর m_2 ভরবিশিষ্ট বস্তুর মহাকর্ষীয় বল 2.1(2) সমীকরণে বর্ণিত হইয়াছে। এখন যদি m_1 বস্তুকে m_2 হইতে দূরে লইয়া যাওয়া হয় তাহা হইলে m_1-এর উপর প্রযুক্ত আকর্ষণী

বলের বিরুদ্ধে কাজ করিতে হইবে। আমরা জানি, কোনও বলের বিরুদ্ধে কাজের পরিমাণ বলের মাত্রা এবং বলের দিক বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্বের গুণফলের সমান। কিন্তু, মহাকর্ষীয় বল বিভিন্ন দূরত্বে বিভিন্ন মাত্রার, সুতরাং m_1 বস্তুকে m_2 হইতে অসীম দূরত্বে লইয়া যাইতে হইলে মোট যে পরিমাণ কাজ করিতে হইবে, তাহা গাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করা বেশ জটিল। অবশ্য, এইরূপ গণনার ফল নিম্নলিখিত ভাবে লেখা যায়।

$$V(r)=2.G.\frac{m_1m_2}{r} \qquad 2.10\ (1)$$

$V(r)$ হইল, m_1 ভরবিশিষ্ট বস্তুকে m_2 ভরবিশিষ্ট বস্তুর r দূরত্ব হইতে, অসীম দূরত্বে লইয়া যাইবার সময় মোট কাজের পরিমাণ। $V(r)$ কে m_1 এবং m_2 বস্তু দুইটির r-দূরত্বে থাকাকালীন মহাকর্ষীয় 'স্থিতি-শক্তি'ও বলা হয়।

m_1 ভরবিশিষ্ট বস্তুটিকে যদি m_2-ভরবিশিষ্ট বস্তুর মহাকর্ষীয় বলের প্রভাব হইতে নিষ্ক্রান্ত হইতে হয়, তবে ইহাকে $V(r)$ কাজ করিতে হইবে। সুতরাং, m_1 ভরবিশিষ্ট বস্তুর গতিবেগ, Ve এমনই হওয়া চাই যাহাতে ইহার গতিশক্তি অন্ততঃপক্ষে $V(r)$-এর সমান হয়। অর্থাৎ,

$$\tfrac{1}{2}m_1V_e^2=\frac{2Gm_1m_2}{r} \qquad 2.10\ (2)$$

$$\text{অথবা,}\quad V_e^2=\frac{4G.m_2}{r} \qquad 2.10\ (3)$$

V_eকে m_2 ভরবিশিষ্ট বস্তুর মহাকর্ষীয় প্রভাব হইতে r দূরত্বে অবস্থিত কোনও বস্তুর নিষ্ক্রমণ গতিবেগ (Escape velocity) বলে। 2·10 (3) সমীকরণ হইতে দেখা যায়, যে নিষ্ক্রমণ গতিবেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না।

উপরের আলোচনা হইতে আমরা সহজেই বুঝিতে পারি, পৃথিবীপৃষ্ঠের কোনও বস্তুর পৃথিবীর অভিকর্ষজ বলের প্রভাব হইতে মুক্ত হইতে যে নিষ্ক্রমণ গতিবেগ প্রয়োজন তাহার পরিমাণ,

$$V_e^2=\frac{4GM_E}{R}=4g_oR.$$

$$\text{অথবা,}\quad V_e=2\sqrt{g_oR} \qquad 2·10\ (4)$$

সুতরাং আমরা দেখিতেছি যে কোনও বস্তুর পৃথিবীপৃষ্ঠে $2\sqrt{g_oR}$ পরিমাণ গতিবেগ থাকিলে উহা পৃথিবীর অভিকর্ষজ বলের প্রভাব হইতে মুক্ত হইয়া পৃথিবী হইতে অসীম দূরত্বে চলিয়া যাইবে।

পৃথিবীপৃষ্ঠের নিকটে উহার বায়ুমণ্ডলে বিভিন্নপ্রকার গ্যাসের অণু-পরমাণুগুলি বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা অনুসারে একপ্রকার গড়পড়তা গতিবেগে সর্বদাই গতিশীল। ইহার মধ্যে হাল্কা অণু-পরমাণুগুলির গতিবেগ ভারী ভারী অণু-পরমাণুর তুলনায় বেশী। সুতরাং বায়ুমণ্ডলীয় তাপমাত্রা বেশী হইলে প্রথমে হাল্কা অণু-পরমাণুগুলির গতিবেগ বাড়িয়া নিষ্ক্রমণ গতিবেগের বেশী হইতে পারে এবং তখন উহারা পৃথিবীর বায়ুমণ্ডল ছাড়িয়া অসীম শূন্যে চলিয়া যাইতে পারে। এইজন্য ধারণা করা হয় যে, বায়ুমণ্ডলের সৃষ্টির সময় উহার তাপমাত্রা এমনই ছিল যাহাতে হাল্কা গ্যাস, যথা হাইড্রোজেন, হিলিয়াম ইত্যাদি পৃথিবীর অভিকর্ষজ বলের প্রভাব হইতে মুক্ত হইয়া শূন্যে ছড়াইয়া পড়িয়াছে। আজিকার বায়ুমণ্ডলে ইহাদের দেখিতে পাওয়া যায় না।

প্রশ্নাবলী

1. আপেল পৃথিবীর পৃষ্ঠে পড়ে। আপেলের উপর পৃথিবীর মহাকর্ষজ বল, পৃথিবীর উপর আপেলের মহাকর্ষজ বলের সমান। তাহা হইলে, পৃথিবী আপেলের উপর পড়ে না কেন ?

2. পৃথিবীপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $=980$ সে.মি./(সেকেণ্ড $)^2$ হইলে, পৃথিবীর ভর কত ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $=6{\cdot}38\times10^8$ সে.মি. এবং $G=6{\cdot}67\times10^{-8}$ আর্গ-(সেমি $)^2$/(গ্রাম $)^2$)।

3. অনুভূমিক তলের সহিত θ ডিগ্রী কোণে আনত একটি ঘর্ষণহীন তলে নিম্নাভি-মুখী বস্তুর গতির ত্বরণ কত হইবে ?

4. দেখাও যে, বস্তুর অবাধ-পতনের সময়, প্রথম সেকেণ্ডে বস্তুটি যতখানি দূরত্ব অতিক্রম করে, তাহার সহিত কোন নির্দিষ্ট t-সেকেণ্ড সময় ব্যবধানের বর্গ গুণ করিলে, ঐ সময় ব্যবধানে বস্তুটি যতখানি দূরত্ব অতিক্রম করিবে তাহা পাওয়া যায়।

5. পৃথিবীর বিষুবরেখা অঞ্চলে $g=0$ হইতে হইলে, পৃথিবীতে দিনের দৈর্ঘ্য কত হওয়া দরকার ?

6. যে সরল-দোলকের দোলনকাল 2 সেকেণ্ড, তাহাকে সেকেণ্ড-দোলক বলে। অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিমাণ 980 (সেমি)/(সেকেণ্ড $)^2$ ধরিয়া সেকেণ্ড-দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

7. বিষুবরেখা অঞ্চল হইতে মেরুদেশে লইয়া গেলে সরল-দোলকের দোলনকালের কি পরিবর্তন হইবে ? এই পরিবর্তনের কারণ কি ?

8. একটি দোলক-ঘড়ি পৃথিবীপৃষ্ঠে ঠিক সময় দেয়। উহাকে পাহাড়ের উপর লইয়া গেলে উহার সময় দ্রুত না মন্থর দেখাইবে ; কারণসহ ব্যাখ্যা কর।

9. সরল দোলকের দোলনকাল নিম্নলিখিত পরিবর্তনে কিভাবে পরিবর্তিত হইবে?

(ক) নিম্ন তাপমাত্রার স্থান হইতে দোলককে উচ্চতাপমাত্রার স্থানে লইয়া গেলে ;

(খ) যেস্থানে g-এর মান অপেক্ষাকৃত কম, দোলককে সেইস্থানে লইয়া গেলে ;

(গ) ফাঁপা দোলক-পিণ্ডকে জলে পরিপূর্ণ ভর্তি করিলে,

(ঘ) ফাঁপা দোলক-পিণ্ডের পরিবর্তে একটি নিরেট সীসার দোলকপিণ্ড ব্যবহার করিলে,

(ঙ) ফাঁপা দোলক-পিণ্ডের অর্ধেক পারদ দ্বারা ভর্তি করিলে।

10. সম্পূর্ণ দোলনের অর্ধেককে দোলকের "বিট্" বলে। সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করিলে সারাদিনে দোলকটির কতগুলি বিট্ কমিয়া যাইবে ?

11. চাঁদের ভর পৃথিবীর ভরের 1/81 এবং ইহার ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 1/4। চন্দ্রপৃষ্ঠে বস্তুর অবাধ-পতনের ত্বরণ কত হইবে ?

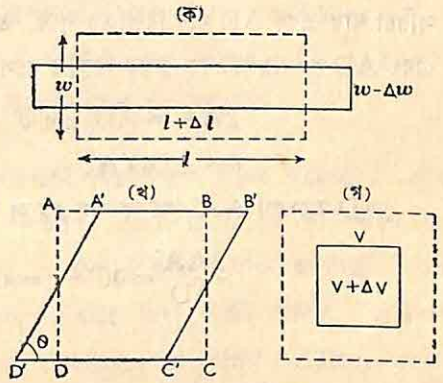
12. পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে 400 মাইল উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে কৃত্রিম উপগ্রহ স্থাপন করিতে হইলে উহাকে 400 মাইল উচ্চতায় তুলিয়া কত পরিমাণ অনুভূমিক গতিবেগ দিতে হইবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ = 4000 মাইল)

13. পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে কত উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে কৃত্রিম উপগ্রহ ঘুরিতে থাকিলে, উহার অবস্থান পৃথিবীপৃষ্ঠের কোনও নির্দিষ্ট স্থির বস্তুর তুলনায় একই থাকিবে ?

14. কৃত্রিম উপগ্রহে ভারহীনতা বলিতে কি বুঝায় ?

দ্বিতীয় অধ্যায়
পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা
(Elastic Properties of Matter)

[Syllabus : Stress, Strain. Elastic limit, Hooke's law, Elastic modulii—Young's modulus, Bulk modulus, Rigidity modulus, Poisson's ratio.]

2.11. বিকৃতি (Strain) **:** সাধারণ অবস্থায় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট আকার ও আয়তন থাকে। যখন বস্তুকে বিকৃত করা হয়, অর্থাৎ সাধারণ অবস্থার আকার ও আয়তন পরিবর্তিত হইয়া যায়, তখন আমরা বলি যে বস্তুর মধ্যেকার পদার্থের বিকৃতি হইয়াছে। 2.11 (i) চিত্রে পদার্থের বিভিন্ন প্রকারের বিকৃতি দেখানো হইয়াছে। চিত্রের (ক) অংশে বস্তুটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাইয়াছে এবং প্রস্থচ্ছেদ সঙ্কুচিত হইয়াছে। (খ) অংশে বস্তুর একজোড়া বিপরীত উপরিতল একে অপরের তুলনায় একপাশে সরিয়া গিয়াছে, এবং (গ) অংশে বস্তুটি সকল-দিক হইতেই সমপরিমাণে সঙ্কুচিত হইয়াছে। (ক) এবং (খ) অংশে দেখানো বিকৃতির ফলে বস্তুর আকারের কোন পরিবর্তন হয় নাই, কিন্তু (খ) অংশে চিত্রিত বিকৃতির ফলে বস্তুর আকার পরিবর্তিত হইয়াছে। (ক), (খ) এবং (গ) অংশে চিত্রিত বিকৃতিকে যথাক্রমে **দৈর্ঘ্য বিকৃতি, কৃন্তন বিকৃতি** এবং **আয়তন বিকৃতি** বলা হয়।

চিত্র 2.11 (i)

বিকৃতির পরিমাপের জন্য ইহাদিগকে নিম্নলিখিত সূত্রের আকারে প্রকাশ করা হয়।

(A) **দৈর্ঘ্য-বিকৃতি** (Longitudinal Strain) **:** দৈর্ঘ্যের পরিবর্তনের পরিমাণ এবং বিকৃতির পূর্বের দৈর্ঘ্যের পরিমাণের অনুপাতকে দৈর্ঘ্য-বিকৃতি বলা হয়। বিকৃতির পূর্বে দৈর্ঘ্য l এবং বিকৃত অবস্থায় দৈর্ঘ্য $l+\Delta l$ হইলে

$$\frac{\Delta l}{l} = \text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal strain)} \qquad 2{\cdot}11.\ (1)$$

বিকৃতির ফলে দৈর্ঘ্য কমিয়া গেলে, ঐ বিকৃতিকে দৈর্ঘ্য হ্রাস (Compression) বিকৃতি এবং দৈর্ঘ্য বাড়িয়া গেলে উহাকে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বিকৃতি (Tensile strain) বলা হয়। এই দুই ক্ষেত্রে Δl যথাক্রমে নেগেটিভ ও পজিটিভ হয়।

বস্তুটি সিলিণ্ডারের আকারের হইলে, দৈর্ঘ্য-বিকৃতির সময় উহার প্রস্থচ্ছেদের ব্যাস পরিবর্তিত হইবে। যদি প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসের পরিবর্তনকে Δw দ্বারা সূচিত করা হয়, তবে Δw এবং Δlএর অনুপাতকে **পয়সাঁর অনুপাত** (Poisson's ratio) বলা হয়। অর্থাৎ,

$$\frac{\Delta w}{\Delta l} = \text{পয়সাঁর অনুপাত (Poisson's ratio)} \qquad 2.11.\ (2)$$

(B) **কৃন্তন-বিকৃতি** (Shearing strain) : 2·11. (i) চিত্রের (খ) অংশে, যদি দুইটি বিপরীত উপরিতল পরস্পর সাপেক্ষে $AA' + DD' = 2AA'$ পরিমাণে সরিয়া যায় এবং AD যদি বিকৃতির পূর্বে তল দুইটির মধ্যে দূরত্ব হয়, তবে $2AA'$ এবং AD-র অনুপাতকে কৃন্তন-বিকৃতি বলে। চিত্র হইতে

$$2AA' = AD.\cot\theta \qquad 2.11.\ (3)$$

$$\theta = \angle DD'A'.$$

AD অপেক্ষা AA′ অনেক কম হইলে আমরা লিখিতে পারি,

$$\frac{2AA'}{AD} = 90^\circ - \theta = \alpha = \text{কৃন্তন-বিকৃতি (Shearing strain)} \qquad 2.11\ (4)$$

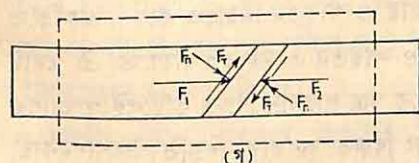
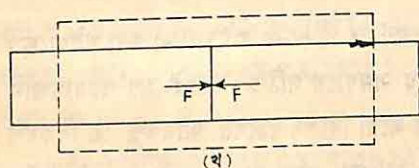
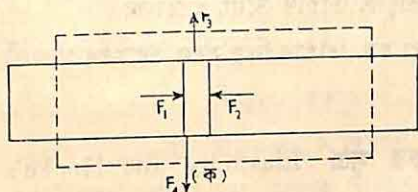
(C) **আয়তন-বিকৃতি** (Volume strain) : বিকৃতির জন্য আয়তনের পরিবর্তনের পরিমাণ এবং বিকৃতির পূর্বেকার আয়তনের অনুপাতকে আয়তন বিকৃতি বলে। বিকৃতির সময় বস্তুটি সব দিকেই একই পরিমাণে সঙ্কুচিত বা প্রসারিত হইলেই উহাকে আয়তন বিকৃতি বলা হয়। বিকৃত অবস্থায় আয়তন $V + \Delta V$ এবং বিকৃতির পূর্বেকার আয়তন V হইলে,

$$\frac{\Delta V}{V} = \text{আয়তন-বিকৃতি} \qquad 2.11.\ (5)$$

উপরোক্ত সূত্রগুলি হইতে দেখা যাইতেছে যে একই প্রকারের দুইটি রাশির অনুপাতকে বিকৃতি বলা হয়। অর্থাৎ বিকৃতি একটি শুদ্ধ সংখ্যা দ্বারা প্রকাশ করা যায়, ইহার কোনও মাত্রা (Dimension) নাই।

2.12. পীড়ন (Stress) : যখনই কোনও বস্তুকে বিকৃত করা হয়, তখনই বস্তুর মধ্যে কতকগুলি বলের সৃষ্টি হয়। এই বল বস্তুকে উহার পূর্বের আকার ও আয়তনে ফিরাইয়া লইয়া যাইতে চায়। এই বলকেই বস্তুর **স্থিতিস্থাপক-বল** বলা হয়। বক্কিত বস্তুর মধ্যে স্থিতিস্থাপক বলের বিন্যাস জানিতে হইলে বস্তুর মধ্যে বিভিন্ন তলের

উপর এই বল কিভাবে কাজ করিতেছে তাহা জানা প্রয়োজন। বিকৃত বস্তুর মধ্যে যে কোনও এক তল কল্পনা করিয়া উহার মধ্য দিয়া যে স্থিতিস্থাপক বল কাজ করিতেছে তাহাকে দুইটি উপাংশে ভাগ করা যায়। ইহার মধ্যে একটি উপাংশ তলের উল্লম্ব দিকে এবং অপর উপাংশ তলের স্পর্শক অভিমুখে। তলের উল্লম্বদিকে প্রতি একক পরিমাণ তলের উপর প্রযুক্ত স্থিতিস্থাপক বলের নাম **উল্লম্ব পীড়ন** (Normal stress)। তলের স্পর্শক অভিমুখে প্রতি একক পরিমাণ তলের উপর প্রযুক্ত স্থিতিস্থাপক বলের নাম **স্পর্শক পীড়ন** (Tangential or shearing stress)। বিকৃত বস্তুর মধ্যে উল্লম্ব পীড়ন ও স্পর্শক পীড়নের উল্লেখ করিলেই উহা কোন্ তলের মধ্য দিয়া প্রযুক্ত তাহাও সঙ্গে সঙ্গেই উল্লেখ করিতে হইবে। বিভিন্ন তলের মধ্য দিয়া প্রযুক্ত পীড়নের পরিমাণ বিভিন্ন, সুতরাং বিকৃত বস্তুর মধ্যে পীড়নের বিন্যাস বর্ণনা করিতে হইলে কতকগুলি বিশেষ তলের মধ্য দিয়া প্রযুক্ত পীড়নের পরিমাণ নির্দেশ করা প্রয়োজন।

উদাহরণ স্বরূপ, ধরা যাউক কোনও বস্তু দৈর্ঘ্য বিকৃতি দ্বারা বিকৃত হইয়াছে। এখন দেখা যাক ইহার মধ্যে পীড়নের বিন্যাস কিরূপ। 2.11 (i) চিত্রের (ক) অংশে এই দৈর্ঘ্য-বিকৃতি দেখানো হইয়াছে। এই বস্তুর মধ্যে একটি পাতলা প্রস্থচ্ছেদ কল্পনা করা যাউক ; 2·12 (i) চিত্রের (ক) অংশ। ধরা যাউক এই প্রস্থচ্ছেদ দৈর্ঘ্যের সহিত সমকোণে আনত। যেহেতু স্থিতিস্থাপক বল বস্তুকে বিকৃতির পূর্বের আকার ও আয়তনে ফিরাইয়া লইতে চায়, সুতরাং চিত্রে F_1, F_2 এবং F_3, F_4 দ্বারা এই বল সূচিত করা যায়। বস্তুর এই অংশ যেহেতু গতিহীন, F_1-কে F_2-র এবং F_3-কে F_4-এর সমান হইতে হইবে। এখন যদি এই অংশকে ক্রমশঃ আরও পাতলা কল্পনা করা যায় তাহা হইলে শেষ পর্যন্ত ইহা দৈর্ঘ্যের সহিত সমকোণে আনত একটি তলে পরিণত হইবে। এবং ইহার মধ্য দিয়া $F_1 = F_2 = F_n$ বল দুইদিকে প্রযুক্ত হইবে। এই একজোড়া বলই তলটির মধ্য দিয়া উল্লম্ব-পীড়ন। এই পীড়নের পরিমাণ T_n, নিম্নলিখিতরূপে সূচিত করা হয় ;

চিত্র 2.12 (i)

$$\text{উল্লম্ব-পীড়নের পরিমাণ, } T_n = \frac{F_n}{\text{তলের ক্ষেত্রফল}} \qquad 2.12\ (1)$$

2.12 (i) চিত্রের (খ) অংশে তলের বামদিকের অংশে যে F লেখা হইয়াছে তাহাকে বামদিকের অংশের উপর ডানদিকের অংশ দ্বারা প্রযুক্ত স্থিতিস্থাপক বল বলিয়া ধরা যাইতে পারে। অনুরূপভাবে, ডানদিকের অংশের উপর বামদিকের অংশ দ্বারা প্রযুক্ত স্থিতিস্থাপক বল ডানদিকের অংশে F দ্বারা সূচিত করা হইয়াছে বলিয়া ধরা হয়।

অনুরূপভাবে, F_3 এবং F_4কে উপরে বিবেচিত তলের সঙ্গে সমকোণে আনত তলের উপর উল্লম্ব পীড়ন হিসাবে ধরা যায়।

2·12 (i) চিত্রে (গ) অংশে দৈর্ঘ্যের সহিত θ কোণে আনত একটি তলের মধ্য দিয়া প্রযুক্ত পীড়ন বর্ণিত হইয়াছে। এখানে উল্লম্ব এবং স্পর্শক, দুই প্রকারের পীড়নই বর্তমান। স্পর্শক-পীড়নের পরিমাণ T_s, নিম্নলিখিতরূপে সূচিত করা হয়,

$$\text{স্পর্শক পীড়নের পরিমাণ, } T_s = \frac{F_T}{\text{তলের ক্ষেত্রফল}} \qquad 2.12.\ (2)$$

উপরের উদাহরণ হইতে বুঝা যায় যে বিকৃত বস্তুর মধ্যে পীড়নের বিন্যাস বর্ণনা করিবার সময় কোন্ তলের মধ্য দিয়া পীড়ন প্রযুক্ত, তাহার উল্লেখ প্রয়োজন।

বিকৃতি এবং পীড়ন কিভাবে পরিমাপ করা হয়, তাহার কিছু সরল উদাহরণ পরবর্তী অনুচ্ছেদে বর্ণিত হইবে।

2·13. স্থিতিস্থাপকতা এবং হুকের সূত্র (Elasticity and Hooke's Law) :

পূর্বের অনুচ্ছেদে, পদার্থের বিকৃতি এবং তজ্জনিত পীড়নের আলোচনা করা হইয়াছে। আমরা জানি, প্রতিটি পদার্থ ই অণু-পরমাণুর সমবায়ে গঠিত। এই অণু-পরমাণুগুলি পদার্থের মধ্যে সততই গতিশীল এবং ইহাদের মধ্যে বিশেষ ধরণের আকর্ষণী ও বিকর্ষণী বল ক্রিয়া করে। এই সমস্ত ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া মিলিয়া পদার্থের মধ্যে যে মোট শক্তি নিহিত থাকে তাহাই পদার্থের স্বাভাবিক আকার ও আয়তন নিয়ন্ত্রিত করে। প্রকৃতিতে ইহা একটি পরীক্ষিত সত্য যে, বস্তুর আকার ও আয়তন এমনই হয় যাহাতে ঐ মোট শক্তির পরিমাণ সর্বাপেক্ষা কম থাকে। বস্তুকে অল্প পরিমাণ বিকৃত করিলেই স্বাভাবিক অবস্থার তুলনায় মোট শক্তি বাড়িয়া যায়, এবং বিকৃত অবস্থায় বিকৃতি উৎপাদনকারী বল সরাইয়া লইলেই বস্তুটি পুনরায় সর্বাপেক্ষা কম শক্তির স্বাভাবিক আকার ও আয়তনে ফিরিয়া আসিতে চায়। সর্বাপেক্ষা কম শক্তির আকার ও আয়তনই স্বাভাবিক আকার ও আয়তন বলিয়া—বিকৃতি উৎপাদনকারী বল সরাইয়া লইলে বিকৃত বস্তু পূর্বেকার আকার ও আয়তনে ফিরিয়া আসে। একটি ধাতু-নির্মিত তারের দুইদিকে

বল দ্বারা টান দিলে উহার দৈর্ঘ্য বিকৃতি হয়। টানের বল সরাইয়া লইলে তারটি পূর্বের দৈর্ঘ্যে ফিরিয়া আসে। কিন্তু বিকৃতির পরিমাণ খুব বেশী হইলে, নূতন আকার ও আয়তনে অণু-পরমাণুর বিন্যাস এমনভাবে পরিবর্তিত হইয়া যাইতে পারে, যে ঐ নূতন অবস্থাতেই মোট শক্তির পরিমাণ সর্বাপেক্ষা কম হয়। সেইজন্য দেখা যায় যে, বিকৃতির পরিমাণ খুব বেশী হইলে টান সরাইয়া লইলেও তারটি পূর্বের দৈর্ঘ্যে ফিরিয়া আসে না। টান সরাইয়া লইলেও বিকৃত-বস্তু যে নূতন আকার ও আয়তনে থাকিয়া যায় তাহাকে বস্তুর **স্থায়ী বিকৃতি** (Permanent set) বলে। স্থায়ী বিকৃতি সুরু হইবার জন্য বস্তুর যে বিকৃতির বা পীড়নের প্রয়োজন, তাহাকে ঐ পদার্থের **স্থিতিস্থাপকতার সীমা** (Elastic limit) বলা হয়।

বিকৃতির পরিমাণ যদি আরও বৃদ্ধি করা হয়, তাহা হইলে পদার্থের মধ্যে পীড়ন-বিন্যাস এমন হয় যে, বস্তুটি টুকরা-টুকরা হইয়া ভাঙ্গিয়া যায়। যে পীড়নের জন্য বস্তু ভাঙ্গিয়া যায় তাহাকে বস্তুর **চূর্ণ-পীড়ন** (Breaking stress) বলে।

হুকের স্থিতিস্থাপকতার সূত্র : "স্থিতিস্থাপকতার সীমার মধ্যে দেখা যায় যে, পদার্থের মধ্যে সৃষ্ট পীড়ন পদার্থের বিকৃতির সমানুপাতী।" ইহাই হুকের সূত্র। সুতরাং হুকের সূত্র অনুসারে,

$$\text{পীড়ন} \propto \text{বিকৃতি}$$

$$\text{অথবা, পীড়ন} = C \times \text{বিকৃতি} \qquad 2.13\ (1)$$

C একটি ধ্রুবক, এবং ইহাকে পদার্থের **স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবক** (Elastic constant) বলে। যেহেতু বিকৃতির মাত্রা নাই, পীড়নের মাত্রাই স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবকের মাত্রা ; অর্থাৎ স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবকের মাত্রা হইল, একক পরিমাণ ক্ষেত্রের উপর বল।

একই পরিমাণ বিকৃতির জন্য বিভিন্ন পদার্থে বিভিন্ন পরিমাণ পীড়নের সৃষ্টি হয়। যে পদার্থে একই পরিমাণ বিকৃতির জন্য পীড়নের পরিমাণ বেশী, সেই পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা বেশী। 2.13. (1) সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে, এই ক্ষেত্রে পদার্থ টির স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবকের পরিমাণ বেশী হইবে।

সুতরাং স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবকের পরিমাণই সূচিত করে কোন্ পদার্থ বেশী স্থিতিস্থাপক। বেশী স্থিতিস্থাপক পদার্থে স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবকের পরিমাণ বেশী হইবে।

2.14. স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক (Elastic modulii) :

বিভিন্নপ্রকার বিকার ও তজ্জনিত পীড়ন বর্ণনা করিবার জন্য বিভিন্ন প্রকার স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবক প্রয়োজন। ইহাদের মধ্যে কতকগুলি বিশেষ ধরণের বিকারের ক্ষেত্রে

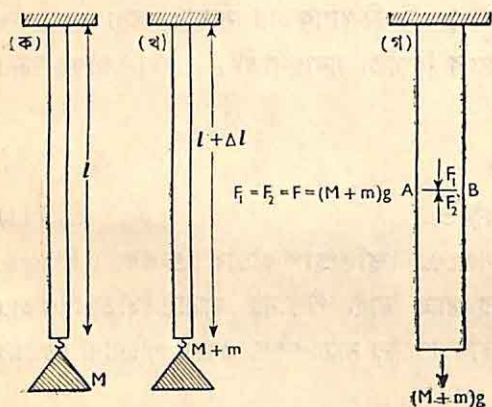
যে ধ্রুবক ব্যবহার করা হয় তাহাদিগকে স্থিতিস্থাপকতার গুণাঙ্ক বলে। নিম্নে ইহাদের কয়েকটির সংক্ষিপ্ত আলোচনা করা হইল।

(A) **ইয়ঙের গুণাঙ্ক** (Young's modulus) **:** দৈর্ঘ্য বিকৃতির সময়ে পদার্থের মধ্যে দৈর্ঘ্যের সহিত সমকোণে আনত তলের মধ্য দিয়া যে উল্লম্ব পীড়ন কাজ করে, সেই উল্লম্ব পীড়ন ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে ইয়ঙের গুণাঙ্ক Y বলে। সুতরাং ইয়ঙের গুণাঙ্ক উপরোক্ত বিশেষ অবস্থায় স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবক।

2.11.(*i*) এবং 2.12. (*i*) চিত্রানুসারে, একটি তারের ক্ষেত্রে, ইয়ঙের গুণাঙ্ক,

$$Y=\frac{F/(\text{ তারের দৈর্ঘ্যের সহিত সমকোণে আনত প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল })}{\Delta l/l} \quad 2\text{·}14(1)$$

উপরোক্ত সমীকরণ ব্যবহার করিয়া ইয়ঙের গুণাঙ্ক নির্ণয় করিবার একটি পদ্ধতি নিম্নে বর্ণিত হইল।

কোনও ধাতু-নির্মিত একটি তার লইয়া উহাকে একটি স্থির বিন্দু হইতে ঝুলাইয়া দেওয়া হইল। 2.14. (i) চিত্রানুসারে তারের অপর প্রান্তে M ভরের একটি ওজন দিয়া এই অবস্থায় তারের দৈর্ঘ্য l মাপা হইল। ইহার পর M ভরকে বাড়াইয়া $(M+m)$ করিয়া ঐ তারেরই পরিবর্তিত দৈর্ঘ্য $(l+\Delta l)$ মাপা হইল। এই দুইটি দৈর্ঘ্য হইতে তারের দৈর্ঘ্য-বিকৃতি $(\Delta l/l)$, পাওয়া যাইবে।

চিত্র 2.14 (i)

উল্লম্ব পীড়নের পরিমাপের জন্য 2.14 (i) চিত্রের (গ) অংশ দ্রষ্টব্য। তারের দৈর্ঘ্যের সহিত সমকোণে আনত AB প্রস্থচ্ছেদ বিবেচনা করা যাউক। তারের AB প্রস্থচ্ছেদের উপরের অংশের উপর নীচের অংশের টানের বল F_1। তারের ওজনকে কম বলিয়া উপেক্ষা করিলে, 2.14 (i) চিত্রের (গ) অংশ অনুসারে, F_1 এর পরিমাণ $(M+m)g$ এর সমান। 'g' হইল অভিকর্ষজ ত্বরণ। তারটি যেহেতু স্থির, $F_1=F_2=F$, এবং $F=(M+m)g$. তারের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধ r হইলে ইহার ক্ষেত্রফল πr^2। সুতরাং উলম্ব পীড়নের পরিমাণ

$$T_n=\frac{(M+m)g}{\pi r^2} \quad 2.14\,(2)$$

সুতরাং, 2.14 (1) সমীকরণ অনুসারে,

$$Y=\frac{(M+m)g}{\pi r^2}\Big/\left(\frac{\Delta l}{l}\right)$$

$$=\frac{(M+m)g}{\pi r^2}\cdot\frac{l}{\Delta l}. \qquad 2.14\ (3)$$

উদাহরণ ঃ একটি ইস্পাত-নির্মিত তারের এক প্রান্তে 1 কিলোগ্রাম ভরের ওজন দিয়া উহাকে একটি স্থির বিন্দু হইতে ঝুলাইয়া দেওয়া হইল। তারটির প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধ 1 মিলিমিটার। ভরের পরিমাণ শতকরা 10 ভাগ বাড়াইয়া দেখা গেল যে, তারের দৈর্ঘ্য শতকরা 17×10^{-2} ভাগ বাড়িতেছে। ইস্পাতের ইয়ঙের গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। (ইহা জানা আছে যে $g=980$ সে.মি./(সেকেণ্ড)^2 এবং $\pi=3\cdot14$).

2.14 (3) সমীকরণে,

$$\frac{\Delta l}{l}\times100=17\times10^{-2}\ \therefore\ \frac{l}{\Delta l}=\frac{100}{17}\times10^2.$$

$$\frac{m}{M}\times100=10.\ \therefore\ m=M\times10^{-1}\ \text{এবং}\ (M+m)=M(1+10^{-1}).$$

$$\pi r^2=3\cdot14\times(0\cdot1)^2\ (\text{সে.মি.})^2=3\cdot14\times10^{-2}\ (\text{সে.মি.})^2$$

এবং $$Y=\frac{M(1+10^{-1})\times980}{3\cdot14\times10^{-2}}\times\frac{100\times10^2}{17}$$

$$=\frac{10^3(1+10^{-1})\times980\times10^4}{3.14\times17\times10^{-2}}\ \frac{\text{ডাইন্স}}{(\text{সে.মি.})^2}$$

$$=2\times10^{12}\ \frac{\text{ডাইন্স}}{(\text{সে.মি.})^2}.$$

(B) **কাঠিন্যের গুণাঙ্ক** (Rigidity modulus) ঃ স্পর্শক-পীড়ন এবং তদনুযায়ী কৃন্তন বিকৃতির অনুপাতকে কাঠিন্যের গুণাঙ্ক, S, বলে। অর্থাৎ,

$$S=\frac{\text{স্পর্শক-পীড়ন}}{\text{কৃন্তন-বিকৃতি}}$$

$$=\frac{F_T/A}{\alpha} \qquad 2.14\ (4)$$

F_T=তলের উপর স্পর্শক বরাবর বল, A=তলের ক্ষেত্রফল, এবং α=কৃন্তন বিকৃতির পরিমাণ।

যে সকল পদার্থ কৃন্তন-বিকৃতির সময়ে স্থির বা গতিহীন থাকে, সেইসব পদার্থকে **কঠিন পদার্থ** বলে।

উদাহরণ ঃ একটি সমচতুষ্কোণ তামার পাতের ক্ষুদ্রতর আয়তাকার বিপরীত তলের উপর প্রযুক্ত স্পর্শক বরাবর বলের সাহায্যে কৃন্তন বিকৃতির সৃষ্টি করা হইয়াছে। পাতটির বাহুর দৈর্ঘ্য 30 সে. মি. এবং ইহার বেধ 1 সে. মি.। কৃন্তন বিকৃতির ফলে

বিপরীত তল দুইটি $\frac{1}{2}$ মি. মি. পরিমাণ পরস্পর সাপেক্ষে সরিয়া গিয়াছে। তামার কাঠিন্যের গুণাঙ্ক $0{\cdot}42\times10^{12}$ $\frac{\text{ডাইন্‌স}}{(\text{সে. মি.})^2}$ হইলে তল দুইটির উপর প্রযুক্ত মোট বলের পরিমাণ কত ?

$$\text{কৃন্তন-বিকৃতি}=\frac{0{\cdot}05\ \text{সে. মি.}}{30\ \text{সে. মি}}=1{\cdot}67\times10^{-3}.$$

$$\text{স্পর্শক-পীড়ন}=\frac{F_T}{30\times1}\ \frac{\text{ডাইন্‌স}}{(\text{সে. মি.})^2}$$

F_T = তলের উপর প্রযুক্ত স্পর্শক অভিমুখে মোট বলের পরিমাণ।

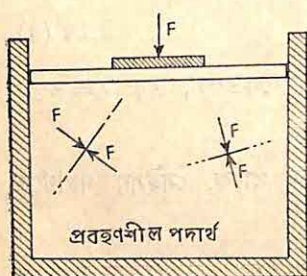
$$\text{কাঠিন্যের গুণাঙ্ক, } S=\frac{F_T/30}{1{\cdot}67\times10^{-3}}\ \frac{\text{ডাইন্‌স}}{(\text{সে. মি,})^2}$$

$$\text{যেহেতু, } S=0{\cdot}42\times10^{+12}\ \frac{\text{ডাইন্‌স}}{(\text{সে মি.})^2}$$

$$\frac{F_T/30}{1{\cdot}67\times10^{-3}}=0{\cdot}42\times10^{12}$$

$$\text{অথবা, } F_T=0{\cdot}42\times10^{12}\times1{\cdot}67\times10^{-3}\times30\ \text{ডাইন্‌স}$$
$$=2{\cdot}1\times10^{14}\ \text{ডাইন্‌স।}$$

(C) **আয়তন গুণাঙ্ক** (Bulk modulus) : একটি প্রবহণশীল পদার্থ, অর্থাৎ তরল বা গ্যাসীয় পদার্থ, বিবেচনা করা যাউক। প্রবহণশীল পদার্থে কৃন্তন-বিকৃতির সৃষ্টি করিলে পদার্থটির মধ্যে প্রবাহের সৃষ্টি হইবে, এবং কৃন্তন-বিকৃতি দূরীভূত না হওয়া পর্যন্ত প্রবাহ স্থায়ী হয়। সুতরাং তরল বা গ্যাসীয় পদার্থ যখন স্থির থাকে, অর্থাৎ ইহার মধ্যে প্রবাহ না থাকিলে ধরিয়া লওয়া যায় যে, পদার্থের মধ্যে সর্বত্রই কৃন্তন-বিকৃতি ও স্পর্শক-পীড়নের পরিমাণ শূন্য। এক্ষেত্রে, পদার্থের বিকৃতির সময় ইহার মধ্যে কোনও তল কল্পনা করিলে উহার মধ্য দিয়া শুধুমাত্র উল্লম্ব-পীড়ন কাজ করে।

পদার্থের মধ্যে যে কোনও তলের ক্ষেত্রে ইহা প্রযোজ্য। এই বিশেষ ধরণের পীড়নকে **উদস্থৈতিক চাপ** (Hydrostatic Pressure) বলা হয়। পরবর্তী অধ্যায়ে উদস্থৈতিক চাপ সম্পর্কে আরও বিশদ আলোচনা করা হইয়াছে। তরল বা গ্যাসীয় পদার্থের উপরিতলের উপর সর্বত্র একই পরিমাণ উল্লম্ব বল প্রয়োগ করিয়া এই প্রকার পীড়নের সৃষ্টি করা যায়। 2.14 (ii) চিত্রে ইহা দেখানো হইয়াছে। এই চাপের ফলে তরল বা গ্যাসের আয়তন কমিয়া যায়। বিকৃতির পূর্বে আয়তন V, এবং বিকৃতির ফলে আয়তন $V+\Delta V$ হইলে,

চিত্র 2.14 (ii)

$\frac{\Delta V}{V}$ = আয়তন-বিকৃতি।

যদি বিকৃতি উৎপাদক বলের পরিমাণ F এবং উপরিতলের ক্ষেত্রফল A হয়, তাহা হইলে পীড়ন বা উদস্থৈতিক চাপ, P হইবে

$$\frac{F}{A} = P = \text{উদস্থৈতিক চাপ} \qquad 2.14\ (5)$$

পদার্থটির আয়তন গুণাঙ্ক, B, উদস্থৈতিক চাপ ও আয়তন-বিকৃতির অনুপাত। অর্থাৎ,

$$\text{আয়তন-গুণাঙ্ক, } B = -\frac{P}{\frac{\Delta V}{V}} \qquad 2.14\ (6)$$

2.14 (6) সমীকরণে একটি নেগেটিভ্ চিহ্ন ব্যবহার করা হইয়াছে। উদস্থৈতিক চাপ বৃদ্ধি পাইলে সকলক্ষেত্রেই আয়তন কমিয়া যায়, নেগেটিভ্ চিহ্ন ইহাই স্থচিত করিতেছে।

আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশিকে প্রবহণশীল পদার্থের 'আয়তন-হ্রাসাঙ্ক' (Compressibility), K, বলে।

$$\text{অর্থাৎ আয়তন-হ্রাস, } K = \frac{1}{B} = -\frac{1}{P}\frac{\Delta V}{V} \qquad 2.14\ (7)$$

কঠিন পদার্থেও আয়তন গুণাঙ্ক 2.14 (6) সমীকরণ দ্বারাই নির্দিষ্ট। কঠিন পদার্থের আয়তন-বিকৃতি করিতে হইলে ইহা এমনভাবে করিতে হইবে যাহাতে তিনটি পরস্পর সমকোণে আনত অক্ষ-বরাবর একই দৈর্ঘ্য-বিকৃতি হয়।

উদাহরণ ঃ স্ট্যাণ্ডার্ড বায়ুমণ্ডলীয় চাপে $\left(10^6 \frac{\text{ডাইন্স}}{(\text{সে. মি.})^2}\right)$ কিছু পরিমাণ জলের আয়তন এক হাজার লিটার। $10^8 \frac{\text{ডাইন্স}}{(\text{সে. মি.})^2}$ উদস্থৈতিক পীড়নের সময় ঐ পরিমাণ জলের আয়তন কত কমিবে? জলের আয়তন-হ্রাসাঙ্ক, $K = 50 \times 10^{-12} \frac{(\text{সে. মি.})^2}{\text{ডাইন্}}$।

2.14 (7) সমীকরণ অনুসারে,

$$\begin{aligned}\Delta V &= -K.\ P.\ V. \\ &= -50 \times 10^{-12} \times 10^8 \times 10^6\ (\text{সে. মি.})^3 \\ &= -5000\ (\text{সে. মি.})^3\end{aligned}$$

সুতরাং, আয়তন 5000 (সে. মি. $)^3$ পরিমাণ কমিবে।

(2.14-I) সারণীতে কতকগুলি সাধারণ পদার্থের স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবকের পরিমাণ উল্লেখ করা হইয়াছে।

সারণী (2·14-I)
কতকগুলি সাধারণ পদার্থের স্থিতিস্থাপকতার ধ্রুবকের পরিমাণ

পদার্থ	ইয়ঙের গুণাঙ্ক, Y, 10^{12} ডাইনস্/(সে. মি.)^2	কাঠিন্যের গুণাঙ্ক S, 10^{12} ডাইনস্/(সে. মি.)^2	আয়তন গুণাঙ্ক B, 10^{12} ডাইনস্/(সে. মি.)^2	আয়তন হ্রাসাঙ্ক K, 10^{-12} (সে. মি.)^2/ডাইনস্
অ্যালুমিনিয়াম	0·70	0·24	0·70	
তামা	1·10	0·42	1·40	
সীসা	0·16	0·056	0·077	
নিকেল	2·1	0·77	2·6	
কাচ	0·55	0·23	0·37	
ইস্পাত	2·0	0·84	1·9	
জল				50
পারদ				3·8
গ্লিসারিন				22

প্রশ্নাবলী

1. 2 মিটার দৈর্ঘ্য এবং 0·5 মি.মি. ব্যাসের একটি তামার তারে 3 কেজি ভর বিশিষ্ট একটি বস্তু ঝুলানো হইয়াছে। তামার ইয়ঙের গুণাঙ্ক $=1·1\times10^{12}$ ডাইন্স/(সেমি.)^2 হইলে তারটির দৈর্ঘ্য কত মি.মি. বাড়িবে ?

2. $\frac{1}{2}$ (ইঞ্চি)^2 প্রস্থচ্ছেদের একটি ইস্পাতের তারে 2 টন ভরের একটি এলিভেটার ঝুলানো আছে। ইস্পাতের স্থিতিস্থাপকতার সীমা $=60{,}000$ পাউণ্ড/(ইঞ্চি)^2 ; সুতরাং ঐ তারে পীড়নের পরিমাণ স্থিতিস্থাপকতার সীমার 1/4 এর মধ্যে রাখিতে হইলে এলিভেটারে সর্বাপেক্ষা বেশী কত পরিমাণ ত্বরণ দেওয়া যাইতে পারে ?

3. সমুদ্রের উপরিতলে এক (ফুট)^3 জলের ওজন 64 পাউণ্ড। সমুদ্রের গভীরতায় যেখানে উদস্থৈতিক চাপের পরিমাণ 4500 পাউণ্ড/(ইঞ্চি)^2, সেখানে এক (ফুট)^3 জলের ওজন কত ? (বায়ুমণ্ডলীয় চাপ $=15$ পাউণ্ড/(ইঞ্চি)^2 এবং জলের আয়তন হ্রাসাঙ্ক $=50\times10^{-6}$, প্রতি একক পরিমাণ বায়ুমণ্ডলীয় চাপে)

তৃতীয় অধ্যায়

উদস্থিতি বিজ্ঞান

(Hydrostatics)

[**Syllabus :** Hydrostatics ; Density, Specific Gravity, (methods of determination of Sp. Gravity not required), Archimedes' principle (demonstration), flotation, pressure in fluids, transmission of fluid pressure, Pascal's law and its application. Air pressure and its measurements. Siphon, principles of lift pump, Compression pump, Vacuum pump.]

2.15. ঘনত্ব ও আপেক্ষিক ঘনত্ব (Density and specific gravity) **:**

স্থির প্রবহণশীল পদার্থের আলোচনা "উদস্থিতি-বিজ্ঞানের" বিষয়বস্তু। যে পদার্থে প্রবাহের সৃষ্টি করা যায় তাহাকে প্রবহণশীল পদার্থ বলে। সুতরাং তরল ও বায়বীয় দুই প্রকার পদার্থই প্রবহণশীল পদার্থ। তরল ও বায়বীয় পদার্থের মধ্যে একটি বিশেষ লক্ষণীয় পার্থক্য আছে। চাপের ফলে বায়বীয় পদার্থের আয়তন পরিবর্তনের মাত্রা যথেষ্ট বেশী, তুলনায় তরল পদার্থে এই পরিবর্তনের মাত্রা খুবই কম। 2.14 অনুচ্ছেদে বর্ণিত আয়তন হ্রাসাঙ্ক তরল পদার্থের ক্ষেত্রে খুবই কম। উদস্থিতি-বিজ্ঞানের আলোচনায় আমরা তরল পদার্থের আয়তন-হ্রাসাঙ্ককে কম বলিয়া উপেক্ষা করিব।

কোনও সমস্বত্ব পদার্থের ঘনত্ব, একক পরিমাণ আয়তনের মধ্যে ঐ পদার্থের ভরের পরিমাণ। সুতরাং সি. জি. এস. পদ্ধতিতে ঘনত্ব প্রকাশ করা হয় এক ঘন-সেন্টিমিটারে কত গ্রাম পদার্থ থাকে, তাহার পরিমাণ দ্বারা।

ρ (রো) চিহ্ন দ্বারা ঘনত্ব সূচিত করা হয়। সুতরাং লেখা যায় যে,

$$\rho = \frac{m}{\mathrm{v}} \qquad 2.15\ (1).$$

v = পদার্থের আয়তন, এবং $m = \mathrm{v}$ আয়তনে ভরের পরিমাণ। 2.15-1 সারণীতে কতকগুলি সাধারণ পদার্থের ঘনত্ব দেওয়া হইল।

সারণী 2.15-I : ঘনত্ব

পদার্থ	ঘনত্ব, গ্রাম/সি. সি.	পদার্থ	ঘনত্ব গ্রাম/সি. সি.
তামা	8·9	রূপা	10·5
অ্যালুমিনিয়াম	2·7	ইস্পাত	7·8
লোহা	7·8	পারদ	13·6
প্লাটিনাম	21·4	গ্লিসারিন	1·26
সীসা	11·3	জল	1·00
সোনা	19·3		

কোনও পদার্থের ঘনত্ব ও জলের ঘনত্বের অনুপাতকে পদার্থটির আপেক্ষিক ঘনত্ব বলে। দুইটি একই প্রকার রাশির অনুপাত বলিয়া আপেক্ষিক ঘনত্ব মাত্রাহীন এবং ইহা বিশুদ্ধ সংখ্যা দ্বারা সূচিত হয়।

2.16. প্রবহণশীল পদার্থে চাপ : উদস্থৈতিক চাপ (Pressure in fluids) **:** 2.14 অনুচ্ছেদে উদস্থৈতিক চাপের কথা বলা হইয়াছে। ঐ আলোচনায় প্রবহণশীল পদার্থের ওজন বিবেচনা করা হয় নাই। সেইজন্য, প্রবহণশীল পদার্থের মধ্যে যে কোনও স্থানেই একই পরিমাণের উদস্থৈতিক চাপের কথা উল্লেখ করা হইয়াছে।

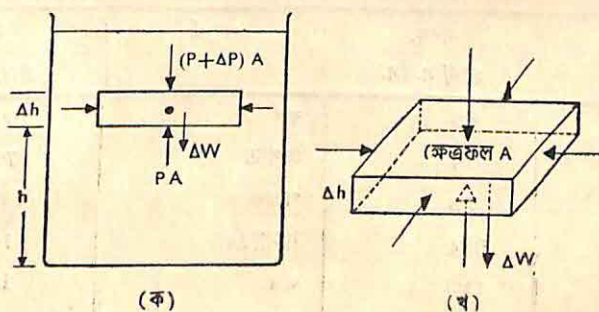
প্রকৃতপক্ষে, আমরা জানি যে, পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে যত উচ্চতায় যাওয়া যায়, বায়ুমণ্ডলায় চাপ তত হ্রাস পায়। সমুদ্রের মধ্যেও গভীরতার সঙ্গে চাপ বৃদ্ধি পায়। সুতরাং প্রবহণশীল পদার্থের সকল স্থানেই উদস্থৈতিক চাপ এক নয়। এক বিন্দু হইতে অন্য বিন্দুতে উদস্থৈতিক চাপ ভিন্ন হইতে পারে বলিয়া উদস্থৈতিক চাপের সংজ্ঞা নিম্নোক্তভাবে করা হয়।

প্রবহণশীল পদার্থের কোন এক বিন্দুতে একটি ক্ষুদ্রায়তনের তল কল্পনা করা যাউক, এবং এই তলের ক্ষেত্রফল $=\triangle A$. যদি $\triangle F$ বল এই তলের উপর লম্বভাবে কাজ করে, তাহা হইলে ঐ বিন্দুতে উদস্থৈতিক চাপ, P, হইল,

$$P=\frac{\triangle F}{\triangle A} \qquad 2.16.(1)$$

বল, $\triangle F$, প্রবহণশীল পদার্থের বিভিন্ন বিন্দুতে প্রবহণশীল পদার্থের ওজনের জন্য বিভিন্ন হইবে, এবং ইহার ফলেই বিভিন্ন বিন্দুতে উদস্থৈতিক চাপ কম-বেশী হইবে।

উদাহরণ : একটি প্রবহণশীল পদার্থে, তলদেশ হইতে h উন্নতিতে উদস্থৈতিক চাপ, P, কত হইবে ?

2.16 (i) চিত্রে, একটি পাত্রে তরল পদার্থ লওয়া হইয়াছে। ইহার মধ্যে ছোট ছোট অংশ কল্পনা করিলে আমরা বলিতে পারি যে, ইহারা প্রত্যেকেই স্থির অবস্থায়

চিত্র 2·16 (i)

আছে। এইরূপ একটি অংশ একটি প্লেট-এর আকারে কল্পনা করা যাউক, ইহার ক্ষেত্রফল $=$ A এবং প্রস্থ $=\Delta h$। তরলের ঘনত্ব ρ (রো) হইলে অংশটির ভর $=(\rho A)\Delta h$ এবং ওজন, $\Delta w=(\rho g A)\Delta h$। চারিপাশের তরল এই অংশের উপর সকল তলেই লম্বভাবে বল প্রয়োগ করিতেছে। যেহেতু অংশটি স্থির, মোট অনুভূমিক বল এবং মোট উল্লম্ব বল-এর পরিমাণ শূন্য।

অংশের তলদেশে উপরের দিকে উল্লম্ব বলের পরিমাণ P. A. এবং উপরিতলের উপর নিচের দিকে উল্লম্ব বলের পরিমাণ $(P+\Delta P)A$। অংশের মধ্যে তরলের ওজন, Δw নিচের দিকে উল্লম্ব বল। সুতরাং মোট উল্লম্ব বল (উপরের দিকে),

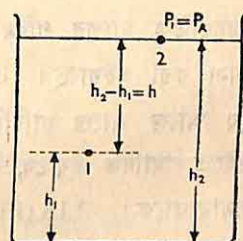
$$=PA-(P+\Delta P)A-(\rho g A)\Delta h=0$$

অথবা, $\Delta P=-\rho g\Delta h$ 2.16. (2)

2.16 (2) সমীকরণে দেখা যাইতেছে যে, দুইটি বিন্দুর উন্নতির প্রভেদ Δh হইলে ঐ দুই বিন্দুতে উদস্থৈতিক চাপের প্রভেদ $\Delta P=\rho g\Delta h$ হইবে। যেহেতু ρ এবং g উভয়েই পজিটিভ রাশি, Δh পজিটিভ (উন্নতির বৃদ্ধি) হইলে ΔP নেগেটিভ (উদস্থৈতিক চাপের হ্রাস) হইবে।

প্রবহণশীল পদার্থের তলদেশ হইতে h_1 এবং h_2 উন্নতিতে চাপ যথাক্রমে P_1 এবং P_2 হইলে 2.16 (2) সমীকরণ অনুসারে,

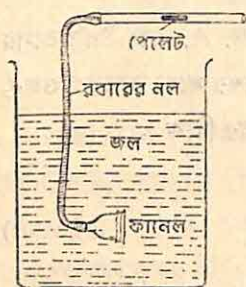
$$P_2-P_1=-\rho g\,(h_2-h_1).$$

এখানে, উন্নতির সহিত ρ এবং g এর পরিবর্তন উপেক্ষা করা হইয়াছে। উপরোক্ত সমীকরণকে 2.16 (ii) চিত্রে প্রদর্শিত একটি খোলা-মুখ পাত্রে রাখা তরলের ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যাক। যে কোনও উন্নতির 1নং বিন্দু লওয়া হইল, এবং ধরা যাক এই বিন্দুতে চাপের পরিমাণ P। তরলের উপরিতলে 2নং বিন্দু লইলে, সেখানে চাপের পরিমাণ হইবে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ P_A। সুতরাং

চিত্র 2.16 (ii)

$$P_A-P=-\rho g\,(h_2-h_1)$$

অবথা, $P=P_A+\rho gh.$ 2.16. (3)

উপরোক্ত আলোচনা হইতে দেখা যাইতেছে যে প্রবহণশীল পদার্থে কোনও বিন্দুতে উদস্থৈতিক চাপ পদার্থের ধারকের আকার বা আয়তনের উপর নির্ভর করে না; এবং একই গভীরতায় সকল বিন্দুতেই চাপের পরিমাণ একই।

প্রবহণশীল পদার্থে উদস্থৈতিক চাপের এই বৈশিষ্ট্য নিম্নলিখিত পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণিত হয়। একটি থিস্‌ল্ ফানেল লইয়া উহার নলের এক ইঞ্চি পরিমাণ রাখিয়া বাকী অংশ কাটিয়া ফেলা হইল। ফানেলের মুখ একটি পাতলা রবারের চাদর দিয়া ঢাকিয়া দেওয়া হইল, যাহাতে ফানেলের মুখ দিয়া কোনও বাতাস ইহার মধ্যে ঢুকিতে না পারে।

চিত্র 2·16 (iii)

একটি কাচের দীর্ঘ নলে রঙীন কোন তরল পদার্থের একটি ছোট পেলেট প্রবেশ করাইয়া নলটিকে অনুভূমিক ভাবে একটি টেবিলের উপর রাখা হইল। ফানেলের নল এবং কাচের নলটিকে একটি রবাবের নলের সাহায্যে যুক্ত করা হইল। ফানেলের মুখে রবার চাদরে অল্প চাপ দিলেই দেখা যাইবে, যে পেলেটটি কাচের নলের খোলা মুখের দিকে চলিয়া যাইতেছে। অর্থাৎ পেলেটটি কাচের নলের খোলা মুখের দিকে চলিয়া গেলে বুঝিতে হইবে যে রবার-চাদরের উপর চাপ বৃদ্ধি পাইতেছে।

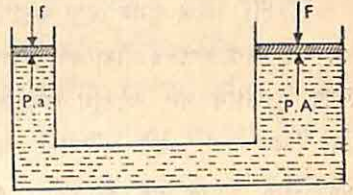
এইবার একটি বড় কাচপাত্রে জল লইয়া ফানেলটিকে আস্তে আস্তে নিচের দিকে লইয়া গেলে দেখা যাইবে যে, পেলেটটি কাচের নলের খোলা-মুখের দিকে সরিয়া যাইতেছে। ইহা হইতে প্রমাণিত হয় যে, জলের মধ্যে গভীরতা বৃদ্ধি পাইলে ঐ বিন্দুতে উদস্থৈতিক চাপের পরিমাণও বৃদ্ধি পায়। 2.16 (3) সমীকরণে এই বৃদ্ধির পরিমাণ বর্ণনা করা হইয়াছে। এইবার ফানেলটিকে নির্দিষ্ট কোন গভীরতায় রাখিয়া ফানেলের মুখ আস্তে আস্তে চারিদিকে ঘুরাইলে দেখা যাইবে যে পেলেটটি স্থির আছে। ইহা হইতে প্রমাণিত হয় যে, প্রবহণশীল পদার্থে কোন বিন্দুতে উদস্থৈতিক চাপ সবদিকেই সমান থাকে। 2.16 (iii) চিত্রে এই পরীক্ষার ব্যবস্থা দেখানো হইয়াছে।

2.17. প্রবহণশীল পদার্থে চাপের সঞ্চালন (Transmission of fluid pressure) :

2.16 (3) সমীকরণে P_A যদি বর্ধিত বা হ্রাসপ্রাপ্ত হয়, P এর পরিমাণও ঠিক সেই পরিমাণে বর্ধিত বা হ্রাসপ্রাপ্ত হইবে। অর্থাৎ তরলের উপরে চাপের বৃদ্ধি বা হ্রাস হইলে, তরলের মধ্যে সকল বিন্দুতেই একই পরিমাণে চাপের বৃদ্ধি বা হ্রাস হইবে। ইহা হইতে বলা যায় যে প্রবহণশীল পদার্থের যে কোনও বিন্দুতে চাপ পরিবর্তিত হইলে এই পরিবর্তন পদার্থের সকল বিন্দুতে সঞ্চালিত হইয়া যায়। ফরাসী বৈজ্ঞানিক **পাস্‌ক্যাল** (Pascal) সপ্তদশ শতাব্দীতে প্রবহণশীল পদার্থের এই ধর্ম আবিষ্কার করেন।

পাস্‌ক্যালের নিয়ম (Pascal's law) : কোনও আবদ্ধ, স্থির, প্রবহণশীল

পদার্থে প্রযুক্ত উদস্থৈতিক চাপ ইহার সকল অংশেই এবং ধারকপাত্রের গাত্রে, পরিমাণে কিছুমাত্র হ্রাসপ্রাপ্ত না হইয়াই, সঞ্চালিত হয়।

পাসক্যালের নিয়মের উপর ভিত্তি করিয়া **হাইড্রোলিক চাপ উৎপাদক যন্ত্রের** (Hydraulic Press) উদ্ভাবন করা হয়। 2.17 (i) চিত্রে হাইড্রোলিক চাপ-উৎপাদক যন্ত্রের কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা করা হইয়াছে। তৈল জাতীয় কোন তরল পদার্থের উপর একটি ক্ষুদ্র প্রস্থচ্ছেদের পিষ্টনের সাহায্যে অল্প পরিমাণ বল, f সরাসরি প্রয়োগ করা হয়। ধরা যাউক্, এই পিষ্টনের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $=a$.

চিত্র 2·17 (i)

ইহার ফলে তরলের মধ্যে উদস্থৈতিক চাপের সৃষ্টি হয়, এবং ইহার পরিমাণ, $P=\frac{f}{a}$। এই চাপ সংযোগকারী নলের মধ্যস্থিত তরলের মধ্য দিয়া সঞ্চালিত হইয়া অপর প্রান্তে অপেক্ষাকৃত বড় ব্যাসের সিলিণ্ডারের তরলে চলিয়া যায়। এই সিলিণ্ডারে যে পিষ্টন লাগানো থাকে, তাহার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $=A$, এবং ইহা a অপেক্ষা অনেক গুন বড়। যেহেতু দুইটি সিলিণ্ডারেই উদস্থৈতিক চাপের পরিমাণ একই, সুতরাং

$$P=\frac{f}{a}=\frac{F}{A}$$

অর্থাৎ, $$F=\frac{A}{a}f \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad 2.17(1)$$

2.17(1) সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে যে F, f অপেক্ষা $\frac{A}{a}$ গুন বেশী।

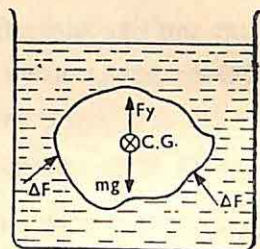
যেহেতু A, a অপেক্ষা বেশী, F-ও f অপেক্ষা বেশী। সুতরাং হাইড্রোলিক চাপ উৎপাদক যন্ত্রের সাহায্যে যে কোন বল fকে বেশ কয়েক গুন বৃদ্ধি করা যায়। এই বৃদ্ধির পরিমাণ পিষ্টন দুইটির ক্ষেত্রফলের অনুপাতের সমান।

মোটরগাড়ীর গ্যারেজে গাড়ীকে উচ্চে তুলিবার জন্য যে যন্ত্র ব্যবহার করা হয় তাহাও হাইড্রোলিক চাপ উৎপাদক যন্ত্রের কার্যকৌশলের উপর ভিত্তি করিয়া উদ্ভাবিত হইয়াছে। ইহা ছাড়া আরও অনেক ক্ষেত্রেই বল বৃদ্ধির উপায় হিসাবে উপরে বর্ণিত প্রবহণশীল পদার্থের বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করা হয়।

2.18. আর্কিমিডিসের সূত্র (Archimedes' Principle) :

খৃষ্টপূর্ব দ্বিতীয় শতাব্দীতে গ্রীস্ দেশে আর্কিমিডিস জন্মগ্রহণ করেন। তৎকালীন বিজ্ঞানের নানা বিষয়ে আর্কিমিডিসের অবদান অসামান্য। তরল বা বায়ব পদার্থে

কোনও কঠিন বস্তু নিমজ্জিত থাকিলে উহার উপর যে প্লবতা বল কাজ করে, আর্কিমিডিসই সর্বপ্রথম ইহা লক্ষ্য করেন। এবিষয়ে তিনি যে সূত্রের আবিষ্কার করেন, তাহা আর্কিমিডিসের সূত্র নামে বিখ্যাত। আমরা এই পরিচ্ছেদে প্লবতা বল, উপরোক্ত সূত্র, ভাসমান বস্তুর নিয়ম প্রভৃতির আলোচনা করিব।

2.18(i) চিত্রে অসম রেখা দ্বারা কোনও স্থির প্রবহণশীল পদার্থের মধ্যে ইহার যে কোনও এক অংশের সীমারেখা দেখানো হইয়াছে। চারিপাশের পদার্থ ঐ সীমারেখার উপর লম্বভাবে বল প্রয়োগ করিতেছে এবং ছোট তীর চিহ্ন দ্বারা একই পরিমাণ ক্ষেত্রফল ΔA-এর উপর প্রযুক্ত এই বলগুলি ΔF দেখানো হইয়াছে। এই বল এর পরিমাণ $\Delta F = P.\Delta A$, এবং উদস্থৈতিক চাপ P পদার্থের উপরিতল হইতে ΔA তলের গভীরতার উপরই নির্ভর করে, সীমারেখার আকার বা তলগুলি উল্লম্ব দিকের সহিত কিভাবে বিন্যস্ত, তাহার উপর নির্ভর করে না।

চিত্র 2.18(i)

প্রবহণশীল পদার্থটি স্থির বলিয়া অনুভূমিক দিকে বলগুলির উপাংশের যোগফল শূন্য, এবং উল্লম্ব দিকে বলগুলির উপাংশের যোগফল F_y ঐ সীমারেখার মধ্যস্থিত পদার্থের ওজন, mg,-এর সমান হইবে, এবং ইহা ঐ অংশের পদার্থের ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়া প্রযুক্ত হইবে।

এখন, ধরা যাউক যে, ঐ অংশের পদার্থ বাহির করিয়া লওয়া হইয়াছে এবং একই আকারের ও আয়তনের একটি কঠিন বস্তু ঐ স্থানে প্রতিস্থাপিত করা হইয়াছে। কঠিন বস্তুর উপর উদস্থৈতিক চাপ পূর্বের মতই থাকিবে, অর্থাৎ চারিপাশের প্রবহণশীল পদার্থ কঠিন বস্তুর উপর পূর্বের মত একই প্রকার বল প্রয়োগ করিবে। সুতরাং কোনও স্থির প্রবহণশীল পদার্থে কোনও কঠিন বস্তু প্রবেশ করাইলে, কঠিন বস্তুটি যে পরিমাণ প্রবহণশীল পদার্থ সরাইয়া নিজের স্থান করিয়া লইবে, সেই পরিমাণ প্রবহণশীল পদার্থের ওজনের সমান বল উল্লম্বদিকে কঠিন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হইবে। এই বল অপসারিত প্রবহণশীল পদার্থের ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়া কাজ করিবে।

ঐ কঠিন বস্তুর ওজন, ইহার উপর প্রযুক্ত উল্লম্ব বল F_y-এর সমান নাও হইতে পারে। আবার কঠিন বস্তুটি সমসত্ত্ব না হইলে ইহার ভরকেন্দ্র F_y-এর প্রয়োগ-দিক-এর মধ্যে নাও পড়িতে পারে। ইহার ফলে, কঠিন বস্তুটিতে ইহার নিজের ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়া (উপরে বা নিচের দিকে) বল এবং দ্বন্দ্ব কাজ করিবে। সুতরাং বস্তুটি উপরে বা নিচের দিকে স্থানান্তরিত হইতে পারে এবং দ্বন্দ্বের ফলে ঘুরিয়াও যাইতে পারে।

আর্কিমিডিসের সূত্র : কোনও বস্তু প্রবহণশীল পদার্থে নিমজ্জিত হইলে ইহার উপর অপসারিত প্রবহণশীল পদার্থের ওজনের সমান উল্লম্ব দিকে একটি প্লবতা বল কাজ করিবে। উপরের আলোচনা হইতে আমরা দেখিলাম যে, এই প্লবতা বল অপসারিত পদার্থের ভরকেন্দ্রের মধ্য দিয়া যাইবে।

ভাসমান বস্তু (Floating body) : কোনও বস্তু তরল বা বায়ব পদার্থে পুরাপুরি নিমজ্জিত অবস্থায় অথবা কোনও তরল পদার্থের উপরিতলে আংশিক নিমজ্জিত অবস্থায় স্থির থাকিলে ঐ বস্তুকে ভাসমান বস্তু বলে। সাবমেরিন সমুদ্রের বিভিন্ন গভীরতায় ভাসমান থাকে, আবার নৌকা ইত্যাদি জলযান তরল পদার্থের উপরিতলে আংশিক নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসমান থাকে। স্বভাবতই ভাসমান বস্তুর ক্ষেত্রে, প্লবতা বল বস্তুর ওজনের সমান হইতে হইবে, এবং বস্তুর ও প্রবহণশীল পদার্থের ভরকেন্দ্র একই উল্লম্ব রেখায় থাকিতে হইবে।

উদাহরণ : একখণ্ড ইস্পাত পারদের উপরিতলে আংশিক নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসমান। ইস্পাত এবং পারদের ঘনত্ব যথাক্রমে 7·8 গ্রাম/সি.সি এবং 13.6 গ্রাম/সি.সি. হইলে, ইস্পাতখণ্ডের আয়তনের কত অংশ পারদের উপর থাকিবে ?

ধরা যাউক, ইস্পাত খণ্ডের আয়তন $= V_0$ সি.সি.। পারদের উপরে ইস্পাতখণ্ডের আয়তন V সি.সি. হইলে নিমজ্জিত আয়তন $= (V_0 - V)$ সি.সি.। সুতরাং অপসৃত পারদের আয়তন $= (V_0 - V)$ সি.সি. এবং অপসৃত পারদের ভর $= (V_0 - V)\, 13{\cdot}6$ গ্রাম। ইস্পাতখণ্ডের ভর $= V_0 \times 7{\cdot}8$ গ্রাম। ভাসমান বস্তুর নিয়ম অনুসারে,

ইস্পাতখণ্ডের ওজন = অপসৃত পারদের ওজন

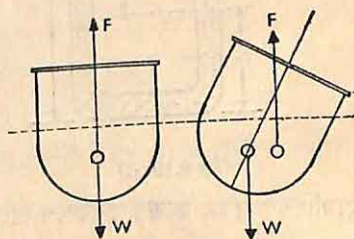
অর্থাৎ, $7{\cdot}8 V_0 g = 13{\cdot}6\,(V_0 - V) g.$

অথবা, $7{\cdot}8\, V_0 = 13{\cdot}6\,(V_0 - V)$

অথবা, $13{\cdot}6\, V = (13{\cdot}6 - 7{\cdot}8) V_0$

অথবা, $\dfrac{V}{V_0} = \dfrac{13{\cdot}6 - 7{\cdot}8}{13{\cdot}6} = 0{\cdot}43.$

সুতরাং ইস্পাতখণ্ডের আয়তনের 0·43 অংশ পারদের উপরে থাকিবে।

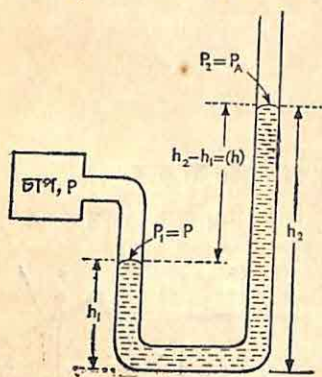
নৌকা ইত্যাদি জলযান জলের উপরিতলে আংশিক নিমজ্জিত অবস্থায় ভাসে। এক্ষেত্রে, নৌকাটি যদি কোনও কারণে এক-পাশে হেলিয়া যায়, তাহা হইলে অপসৃত জলের ভরকেন্দ্র আগের তুলনায় স্থানান্তরিত হয়। ইহার ফলে, প্লবতা-বল এবং নৌকার ওজন নৌকার উপরে দ্বন্দ্বের সৃষ্টি করে। 2.18. (ii) চিত্রে অনুরূপ একটি অবস্থা দেখানো হইয়াছে।

চিত্র নং 2.18. (ii)

ভাসমান বস্তুর আকৃতি এমনভাবে তৈয়ারী করা হয় যাহাতে এই দ্বন্দ্ব ভাসমান বস্তুকে পূর্বের অবস্থায় পুনরায় ফিরাইয়া আনিতে পারে। সেইজন্য এই দ্বন্দ্বকে **সংশোধনী দ্বন্দ্ব** বলে 2.18 (ii) চিত্রে F এবং W এর সমবায়ে যে দ্বন্দ্ব সৃষ্টি হইয়াছে তাহা সংশোধনী দ্বন্দ্ব।

2.19. বায়ুর চাপ :

বায়ু এবং অন্যান্য গ্যাসীয় পদার্থ তরল পদার্থের মতই প্রবহণশীল পদার্থ। স্থির বায়ুর মধ্যেও উদস্থৈতিক চাপ ক্রিয়া করে। ইহাকে **বায়ু-চাপ** বলে। পাস্ক্যাল-এর সূত্র এবং আর্কিমিডিসের সূত্র বায়ু-চাপের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। বায়ুতে ভাসমান বস্তুও উপরে বর্ণিত নিয়মগুলি মানিয়া চলে।

পৃথিবীর চারিদিকে ঘিরিয়া যে বায়ুমণ্ডল বর্তমান, তাহার প্রত্যেক বিন্দুতেই নির্দিষ্ট বায়ুচাপ আছে। বায়ুমণ্ডলের উপরিতল হইতে h গভীরতায় বায়ুচাপের পরিমাণ কত তাহা নির্ণয় করিতে হইলে 2.16. (3) সমীকরণ ব্যবহার করা যাইবে না। কারণ, ঐ সমীকরণে ঘনত্ব ρ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g-কে উল্লম্ব h দূরত্বের মধ্যে অপরিবর্তিত থাকে বলিয়া ধরা হইয়াছে। বস্তুতঃ, পৃথিবীপৃষ্ঠে বায়ুচাপের পরিমাণ নির্ণয়ের সময় h-এর মান হইবে প্রায় দেড়শত মাইল। এবং এই দূরত্বের মধ্যে বায়ুর ঘনত্ব ρ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ g উভয়ই অনেকখানি পরিবর্তিত হইবে। সুতরাং সরাসরি পরিমাপের দ্বারাই বায়ুচাপ নির্ণয় করা প্রয়োজন। এই পরিমাপ পদ্ধতির মূলনীতি নিম্নে বর্ণিত হইল।

বায়ুচাপ পরিমাপের পদ্ধতি :

চিত্র 2.19. (i)

(ক) বায়ুচাপ পরিমাপের সহজতম যন্ত্র হইল একমুখ খোলা **ম্যানোমিটার**। 2.19 (i) চিত্রে ইহার মূল গঠন-প্রণালী দেখানো হইয়াছে। U-এর আকৃতি-বিশিষ্ট একটি কাচের নলে যে-কোনও এক প্রকার তরল পদার্থ লওয়া হয়। ইহার একদিক, যে চাপের, P, পরিমাপ করিতে হইবে, সেই চাপে রাখা হয়, এবং অন্য মুখ খোলা থাকে এবং সেখানে চাপ P_A, বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান। বামদিকের তরল-স্তম্ভের তলদেশে চাপের পরিমাণ

$$P+\rho g h_1$$

এবং ডানদিকের তরল-স্তম্ভের তলদেশে চাপের পরিমাণ

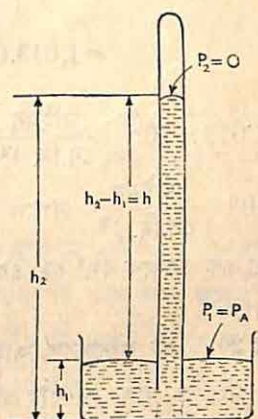
$$P_A + \rho g h_2$$

ρ তরলের ঘনত্ব নির্দেশ করিতেছে। যেহেতু, এই দুই চাপ তরলের একই আনুভূমিক তলে ক্রিয়াশীল, সুতরাং ইহারা সমান ; অর্থাৎ

$$P + \rho g h_1 = P_A + \rho g h_2$$

এবং $$P - P_A = \rho g(h_2 - h_1) = \rho g h. \qquad 2\cdot19\ (1)$$

চাপ, P-কে **পরম চাপ**, এবং $(P - P_A)$-কে **গেজ-চাপ** বলা হয়। 2·19 (1) সমীকরণে দেখা যাইতেছে যে গেজ-চাপ দুইদিকের তরলস্তম্ভের উচ্চতার প্রভেদের সঙ্গে সমানুপাতিক।

(খ) ম্যানোমিটার ছাড়া আরও একটি যন্ত্র বায়ুমণ্ডলীয় চাপ পরিমাপের জন্য ব্যবহৃত হয় ; ইহাকে **ব্যারোমিটার** বলে। 2.19. (ii) চিত্রে ইহার মূল গঠন-প্রণালী দেখানো হইয়াছে। একটি দীর্ঘ একমুখ খোলা কাচনল পারদে পূর্ণ করিয়া, পারদপূর্ণ একটি পাত্রে ইহাকে উল্টাইয়া ডুবাইয়া রাখা হয়। নলের মধ্যে পারদস্তম্ভে উপরিভাগে শুধুমাত্র পারদের বাষ্প থাকে। সাধারণ তাপমাত্রায় এই পারদবাষ্পের চাপ খুবই কম, সুতরাং ইহাকে উপেক্ষা করা যায়।

চিত্র 2.19. (ii)

ইহা সহজেই বুঝা যায় যে, বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = P_A হইলে,

$$P_A = \rho g\,(h_2 - h_1) = \rho g h.$$

h = পারদস্তম্ভের উচ্চতা এবং ρ = পারদের ঘনত্ব।

পারদ ম্যানোমিটার এবং পারদ ব্যারোমিটার প্রায়ই বিভিন্ন পরীক্ষাগারে চাপ পরিমাপের জন্য ব্যবহৃত হয়। সেইজন্য বায়ুমণ্ডলীয় চাপ কিংবা অন্য কোনও গ্যাসের চাপকে নির্দেশ করা হয়, এত "সেন্টিমিটার পারদ" কিম্বা এত "ইঞ্চি পারদ" এইভাবে। "সেন্টিমিটার পারদ" চাপের একক নয় ; চাপের একক হইল, বল/(ক্ষেত্রফল) এবং সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ডাইন্স্/ (সে. মি. $)^2$।

উদাহরণ ঃ কোনও একদিনে ব্যারোমিটারে উচ্চতা 76·0 সে.মি. হইলে সেইদিনে বায়ুমণ্ডলীয় চাপের পরিমাণ কত ?

পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্য বায়ুমণ্ডলীয় চাপ P_A ছাড়াও ρ এবং g এর উপর নির্ভর করে। সুতরাং পারদের ঘনত্ব এবং স্থানীয় অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিমাণ জানা প্রয়োজন। ঘনত্ব

ρ, তাপমাত্রার সহিত পরিবর্তিত হয় এবং স্থানীয় অক্ষরেখা ও সমুদ্রের উপরিতল হইতে ইহার উচ্চতার উপর g নির্ভর করে। প্রত্যেক ব্যারোমিটারের সঙ্গে একটি তাপমান যন্ত্রও থাকে। ইহা ছাড়া, তাপমাত্রা, উচ্চতা ও অক্ষরেখার জন্য যে সংশোধন প্রয়োজন তাহাও একটি সারণীতে লিপিবদ্ধ করিয়া অথবা একটি লেখচিত্রে নির্দেশ করিয়া দেওয়া হয়।

যদি ধরা যায়,

$$g = 980 \text{ সে.মি}/(\text{ সেকেণ্ড })^2$$

$$\text{এবং } \rho = 13{\cdot}6 \text{ গ্রাম/সি.সি.}$$

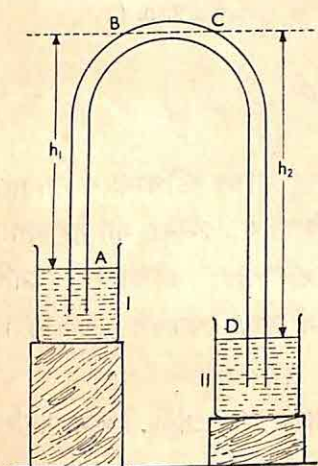
তাহা হইলে,

$$P_A = 13{\cdot}6 \frac{\text{গ্রাম}}{(\text{ সে.মি. })^3} \times 980 \frac{\text{সে.মি.}}{(\text{ সেকেণ্ড})^2} \times 76 \text{ সে.মি.}$$

$$= 1{,}013{,}000 \frac{\text{ডাইন্‌স্}}{(\text{সে.মি.})^2}$$

$1{\cdot}013 \times 10^6 \dfrac{\text{ডাইন্‌স্}}{(\text{ সে.মি. })^2}$ চাপকে "এক বায়ুমণ্ডল" চাপ বলা হয়।

$10^6 \dfrac{\text{ডাইনস্}}{(\text{ সে.মি. })^2}$ চাপকে বলা হয় এক "বার", এবং এক 'বার'-এর এক হাজার ভাগের এক ভাগকে বলা হয় এক "মিলিবার"। সুতরাং বায়ুমণ্ডলীয় চাপ প্রায় 1000 মিলিবার।

2.20. এই অনুচ্ছেদে, আমরা সাইফন এবং কোনও আবদ্ধ পাত্রে গ্যাসীয় পদার্থে চাপ বৃদ্ধি ও হ্রাস করিবার জন্য ব্যবহৃত চাপ উৎপাদক পাম্প এবং ভ্যাকুয়াম পাম্পের কার্য-প্রণালী বর্ণনা করিব।

(A) **সাইফন্ :** সাইফন হইল, দুইমুখ খোলা একটি বাঁকানো নল ; ইহার মধ্যে এক-দিকের নলের দৈর্ঘ্য অপর দিকের নলের দৈর্ঘ্যের চেয়ে কম বা বেশী। 2.20. (i) চিত্রে সাইফন দেখানো হইয়াছে।

চিত্র 2·20 (i)

তরলভর্তি দুইটি পাত্র দুইটি বিভিন্ন সমতলে থাকিলে, অপেক্ষাকৃত বেশী উচ্চতায় অবস্থিত পাত্রের তরল অপর পাত্রে সাইফনের সাহায্যে স্থানান্তরিত করা যায়। প্রথমে সাই-ফনকে ঐ তরলদ্বারা পূর্ণ করিতে হইবে, এবং উহাকে 2·20 (i) চিত্রের ন্যায় উল্টাইয়া পাত্র-দুইটির তরলের মধ্যে সাইফনের খোলা মুখ

দুইটি ডুবাইতে হইবে। এইভাবে সাইফনকে উল্টাইয়া ধরিবার সময় যাহাতে উহার মধ্যে বাতাস না ঢুকিয়া যায়, তাহার ব্যবস্থা করিতে হইবে। এখন দেখা যাইবে যে অধিক উচ্চতায় পাত্র হইতে তরল সাইফনের মধ্য দিয়া নিচের পাত্রে চলিয়া যাইতেছে।

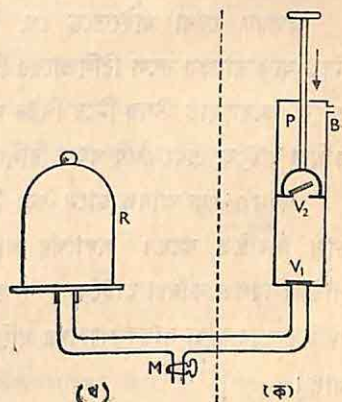
2.20 (*i*) চিত্রে, A এবং D তলে তরলের উপর চাপের পরিমাণ P_A বায়ুমণ্ডলীয় চাপের সমান। এখানে, A এবং D তলের মধ্যে উল্লম্ব দূরত্বের জন্য উহাদের উপর বায়ুমণ্ডলীয় চাপের পার্থক্য অল্প বলিয়া উপেক্ষা করা যাইতে পারে। B-বিন্দুতে চাপের পরিমাণ $= P_A - \rho g h_1$, $\rho =$ তরলের ঘনত্ব। C-বিন্দুতে চাপের পরিমাণ $= P_A - \rho g h_2$। সুতরাং B ও C বিন্দু একই উচ্চতায় অবস্থিত হইলেও উহাদের মধ্যে চাপের প্রভেদ আছে। যেহেতু $h_2 > h_1$, B-বিন্দুতে চাপের পরিমাণ C-বিন্দু হইতে বেশী, সুতরাং তরল B হইতে C বিন্দুর দিকে প্রবাহিত হইবে। অর্থাৎ I পাত্র হইতে II পাত্রে তরল স্থানান্তরিত হইবে।

যখন A এবং D একই সমতলে আসিয়া যাইবে, তখন $h_1 = h_2$ এবং B ও C বিন্দুতে চাপের পরিমাণ একই হওয়ার ফলে তরলের প্রবাহ বন্ধ হইয়া যাইবে অর্থাৎ I ও II পাত্রের মধ্যে তরলের স্থানান্তরও বন্ধ হইয়া যাইবে।

কোনও আবদ্ধ স্থানে জমিয়া যাওয়া তরল এইভাবে সাইফনের সাহায্যে নিম্নসমতলে স্থানান্তরিত করা যায়। শৌচাগারে সাইফনের নীতি অনুসারেই ফ্লাস কাজ করে।

(B) **ভ্যাকুয়াম পাম্প :** 2.20. (*ii*) চিত্রের (ক) অংশে একটি ভ্যাকুয়াম্ পাম্প দেখানো হইয়াছে। চিত্রের (খ) অংশে যে পাত্রের মধ্যে ভ্যাকুয়াম করা হইবে, সেই পাত্র এবং পাত্রে চাপ মাপিবার জন্য ম্যানোমিটার ব্যবহার করিবার ব্যবস্থা দেখানো হইয়াছে।

চিত্র 2·20 (ii)

পাম্পটি মূলতঃ একটি ব্যারেল নল, B, এবং উহার তলদেশে ভাল্‌ব V_1 লইয়া গঠিত। ইহার মধ্যে পিষ্টন P উপরে-নিচে চলাচল করিতে পারে এবং পিষ্টনের সহিত ভাল্‌ব, V_2 যুক্ত থাকে। পিষ্টন উপরে-নিচে চলাচল করিবার সময় ব্যারেলের গায়ে এমনভাবে লাগিয়া থাকে যাহাতে পিষ্টনের গা বাহিয়া কোন বায়ব পদার্থ বাহির হইয়া না যায়। ভাল্‌ব V_1 এবং V_2 উভয়েই শুধু উপরের দিকে খুলিতে পারে; এবং V_2 উপরের দিকে বায়ুমণ্ডলের সহিত যুক্ত।

ব্যারেল নল B, ধাতব নলের মধ্য দিয়া কেন্দ্রস্থলে ছিদ্র বিশিষ্ট একটি পাটাতনের সহিত যুক্ত। যে পাত্রের মধ্যে ভ্যাকুয়াম্ করা হইবে, সেই পাত্র বা রিসিভার R, এই পাটাতনের উপর বসানো থাকে, এবং পাটাতন ও পাত্রের মুখের মধ্যে-ভেসেলিন্ জাতীয় রেসিন লাগানো হয়। ইহার ফলে বাহির হইতে বাতাস রিসিভারের মধ্যে ঢুকিতে পারে না।

রিসিভারের মধ্যে চাপ পরিমাপের জন্য M ছিপি যুক্ত একটি নলের ব্যবস্থা থাকে। এই নলের সহিত ম্যানোমিটার লাগানো যাইতে পারে।

কার্যপ্রণালী : ধরা যাক্, প্রথমে পিষ্টন তাহার সর্বনিম্ন অবস্থানে অর্থাৎ B-নলের তলদেশে ভাল্ব V_1 এর ঠিক উপরে আছে। পিষ্টন যখন উপরের দিকে আসিবে তখন ব্যারেল ও পিষ্টনের তলদেশের মধ্যবর্তী স্থানে অংশতঃ ভ্যাকুয়াম সৃষ্টি হইবে। পিষ্টনের নিচে ব্যারেলের মধ্যে চাপ কম হওয়ায় রিসিভারের উচ্চচাপ অঞ্চল হইতে বায়ু ব্যারেলের মধ্যে প্রবেশ করিবার চেষ্টা করিবে এবং ভাল্ব V_1 উপরের দিকে খুলিয়া যাইবে। ইহার ফলে রিসিভারের কিছু বায়ু ব্যারেলের মধ্যে ঢুকিয়া যাইবে।

ইহার পর পিষ্টন যখন নিচের দিকে আসিবে, তখন পিষ্টন এবং ভাল্ব্ V_1 এর মধ্যবর্তী স্থানে চাপ বৃদ্ধি পাইবে। সুতরাং V_1 বন্ধ হইয়া যাইবে, এবং পিষ্টন ও V_1 এর মধ্যবর্তী স্থানের আয়তন বেশ কিছুটা কমিয়া যাওয়ার ফলে চাপ বৃদ্ধির পরিমাণ যথেষ্ট হওয়ায় ভাল্ব্ V_2 উপরের দিকে খুলিয়া যাইবে। ইহার ফলে পিষ্টন ও ভাল্ব্ V_1 এর মধ্যবর্তী বায়ু V_2র মধ্য দিয়া বাহির হইয়া বায়ুমণ্ডলে মিশিয়া যাইবে।

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে, পিষ্টনের একবার নিচ হইতে উপর এবং উপর হইতে নিচে যাতায়াতের ফলে রিসিভারের কিছু পরিমাণ বায়ু বাহির হইয়া আসিতেছে। এই ভাবে কয়েকবার উপর নিচে পিষ্টন যাতায়াত করিলে রিসিভারের বায়ুর পরিমাণ অনেক কমিয়া যাইবে, এবং শেষ পর্যন্ত রিসিভারে ভ্যাকুয়ামের সৃষ্টি হইবে।

কোনও এক আবদ্ধ স্থানে এবং নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ব পদার্থের পরিমাণই উহার চাপ নিয়ন্ত্রিত করে। পদার্থের পরিমাণ বৃদ্ধি পাইলে চাপ বাড়িবে এবং পরিমাণ হ্রাস পাইলে চাপও কমিয়া যাইবে। সুতরাং ম্যানোমিটারের সাহায্যে চাপ পরিমাপ করিয়া রিসিভারের মধ্যে বায়ব পদার্থের পরিমাণ বা উহার ভ্যাকুয়ামের অবস্থা জানিতে পারা যায়।

এই ক্ষেত্রে, ইহা উল্লেখযোগ্য যে রিসিভারের মধ্যে চাপের পরিমাণ যখন এতই কমিয়া যায় যে উহা ভাল্ব্ V_1 এর ওজনের চেয়েও কম তখন পিষ্টনকে উপরের দিকে তুলিলেও রিসিভার হইতে বায়ু ব্যারেলে প্রবেশ করিতে পারে না। সুতরাং V_1 এর

ওজনই নির্দিষ্ট করিয়া দেয় যে, এই পাম্পের সাহায্যে রিসিভারের মধ্যে কত কম চাপ সৃষ্টি করা সম্ভব।

পিষ্টনকে n-বার উপরে-নিচে চালাইলে রিসিভারের চাপ কত কমিবে তাহার হিসাব নিচে দেওয়া হইল।

ধরা যাক্, V = রিসিভার ও সংযোগকারী নলের মিলিত আয়তন,

v = ব্যারেলের আয়তন,

এবং P = পিষ্টনের সর্বনিম্ন অবস্থানে, রিসিভারের মধ্যে বায়ুর প্রাথমিক চাপ।

সুতরাং প্রথমবার পিষ্টন উপরে ওঠার ফলে রিসিভার ও নলের মধ্যেকার বায়ুর আয়তন V হইতে বাড়িয়া (V+v) হইল। এই আয়তন বৃদ্ধির ফলে চাপ কমিয়া যাইবে। ধরা যাক্, এই চাপের পরিমাণ P_1। সুতরাং বয়েলের সূত্র অনুসারে,

$$PV = P_1(V+v).$$

অর্থাৎ, $$P_1 = P\left(\frac{V}{V+v}\right) \qquad 2.20\ (1)$$

দ্বিতীয় বার পিষ্টন উপরে ওঠার আগে রিসিভারের মধ্যে চাপ P_1 থাকিবে, এবং পিষ্টন উপরে ওঠার ফলে আয়তন বৃদ্ধির জন্য এই চাপ কমিয়া P_2 হইয়া যাইবে। P_2-এর পরিমাণ হইবে,

$$P_2 = P_1\left(\frac{V}{V+v}\right)$$
$$= P.\left(\frac{V}{V+v}\right)^2 \qquad 2.20\ (2)$$

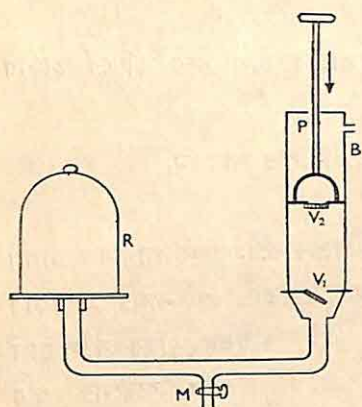
সুতরাং পিষ্টনের n বার উঠা-নামার ফলে, রিসিভারে চাপের পরিমাণ হইবে,

$$P_n = P\left(\frac{V}{V+v}\right)^n \qquad 2.20.\ (3)$$

আধুনিক বিজ্ঞান ও প্রযুক্তিবিদ্যায় ভ্যাকুয়াম পাম্পের অপরিহার্যতা সর্বজন-স্বীকৃত। অতি উচ্চমানের ভ্যাকুয়াম তৈয়ারী করিবার জন্য অনেক জটিল ভ্যাকুয়াম পাম্প উদ্ভাবিত হইয়াছে। সব পাম্পেই পিষ্টনকে বৈদ্যুতিক শক্তির সাহায্যে উপরে নিচে উঠা-নামা করানো হয়।

ভ্যাকুয়াম ক্লিনার হিসাবে ভ্যাকুয়াম পাম্প দৈনন্দিন কার্যে ব্যবহৃত হয়।

(C) **চাপ-উৎপাদক পাম্প :** 2.20. (*iii*) চিত্রে একটি চাপ উৎপাদক পাম্প

দেখানো হইয়াছে। ইহার গঠন-কৌশল ভ্যাকুয়াম্ পাম্পের মতই। পার্থক্য শুধু এই যে, ভাল্‌ব V_1 এবং V_2 উভয়েই শুধু নিচের দিকে খুলিতে পারে।

চিত্র নং 2.20 (iii)

কার্যপ্রণালী : ধরা যাউক্, প্রথমে পিষ্টন ব্যারেলের উপরের দিকে আছে। পিষ্টনকে যখন নিচের দিকে নামানো হইতেছে, তখন ব্যারেলের মধ্যে বায়ুর আয়তন কমিয়া যাইতেছে এবং ইহার চাপ বায়ুমণ্ডলীয় চাপের তুলনায় বেশী। ইহার ফলে ভাল্‌ব্ V_2 বন্ধ হইয়া যাইবে। পিষ্টনের ক্রমাগত নিচে আসার জন্য চাপ আরও বাড়িলে ভাল্‌ব্ V_1 নিচের দিকে খুলিয়া যাইবে, এবং ব্যারেলের বায়ু রিসিভারের মধ্যে প্রবেশ করিবে।

ইহার পর পিষ্টনকে উপরের দিকে উঠাইলে, V_1 এবং পিষ্টনের মধ্যবর্তী স্থানে ভ্যাকুয়াম সৃষ্টি হইবে। রিসিভারে চাপ বেশী থাকায় ভাল্‌ব্ V_1 বন্ধ হইয়া যাইবে। কিন্তু V_1 এবং পিষ্টনের মধ্যবর্তী স্থানে চাপের তুলনায় বায়ুমণ্ডলীয় চাপ বেশী হওয়ায় ভাল্‌ব্ V_2 নিচের দিকে খুলিয়া যাইবে এবং বায়ুমণ্ডল হইতে কিছু বায়ু পিষ্টনে প্রবেশ করিবে। ইহার পর পিষ্টনকে নিচের দিকে নামাইবার সময় এই বায়ু পুনরায় রিসিভারে প্রবেশ করিবে।

পিষ্টনকে n-বার উপরে-নিচে চালাইলে রিসিভারে চাপ কত বাড়িবে তাহার হিসাব নিচে দেওয়া হইল।

ধরা যাক্, ρ = বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বাতাসের ঘনত্ব। সুতরাং রিসিভারে প্রাথমিক বাতাসের ভরের পরিমাণ $= V\rho$. একবার পিষ্টন উপর হইতে নিচে আসার জন্য যে বাতাস রিসিভারে প্রবেশ করিল, তাহার ভরের পরিমাণ $= v\rho$. এবং রিসিভারে মোট বাতাসের ভর $=(V\rho+v\rho)$.

দ্বিতীয়বার পিষ্টন নিচে আসার ফলে রিসিভারে মোট বাতাসের ভর হইবে $=(V\rho+2v\rho)$.

সুতরাং n-বার পিষ্টনের ওঠা-নামার ফলে রিসিভারে মোট বাতাসের ভরের পরিমাণ হইবে $(V\rho+nv\rho)=(V+nv)\rho$. এই পরিমাণ ভরের বাতাস V আয়তন বিশিষ্ট রিসিভারের মধ্যে আবদ্ধ আছে। সুতরাং ইহার ঘনত্ব, $\rho_n=\left(\frac{V+nv}{V}\right)\rho$

$$=\left(1+n.\frac{v}{V}\right)\rho.$$

যেহেতু চাপ ঘনত্বের সমানুপাতিক, সুতরাং আমরা লিখিতে পারি,

$$P_n = P\left(1 + n\ \frac{v}{V}\right) \qquad 2.20\ (4)$$

ফুটবলের ব্লাডারে বাতাস ভরিবার জন্য এই প্রকার পাম্পই ব্যবহৃত হয়।

উদাহরণঃ ব্যারেল এবং রিসিভারের আয়তনের অনুপাত 1 : 20 হইলে, রিসিভারে চাপ এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ হইতে বৃদ্ধি করিয়া 3 গুণ করিতে হইলে কতবার পিষ্টনের উপরে-নিচে করা প্রয়োজন ?

এখানে, $P = 1$ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ

$Pn = 3$ „

এবং $\frac{v}{V} = \frac{1}{20}$.

আমাদিগকে n-এর মান বাহির করিতে হইবে।

2.20. (4) সমীকরণ ব্যবহার করিয়া,

$$3 = 1 \times \left(1 + n\frac{1}{20}\right)$$

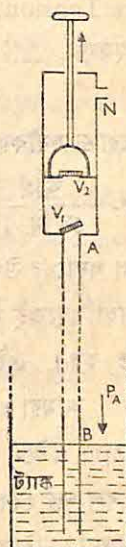
অথবা, $1 + \frac{n}{20} = 3$

অথবা, $\frac{n}{20} = 2$

সুতরাং, $n = 40$

(D) **জল-উত্তোলক পাম্পঃ** ইহা মূলতঃ একটি ভ্যাকুয়াম্ পাম্প। 2.20.(iv) চিত্রে একটি জল-উত্তোলক পাম্প দেখানো হইল। পিষ্টনের উপরে-নিচে যাওয়ার ফলে প্রথমে AB নলের মধ্যস্থিত বাতাস বাহির হইয়া যায়। তখন ট্যাঙ্কের জলের উপরিতলে বায়ুমণ্ডলীয় চাপ AB নলের মধ্য দিয়া জলকে ঠেলিয়া উপরে তুলিয়া দেয়। AB নল এবং ব্যারেল জলে পূর্ণ হইয়া যাইবার পরেও ভ্যাকুয়াম্ পাম্পের কার্যপ্রণালী অনুসারে প্রতিবার পিষ্টনের উঠা-নামার সময় কিছু পরিমাণ জল নির্গম নল N-এর মধ্য দিয়া বাহির হইয়া আসে।

চিত্র 2·20 (iv)

ট্যাঙ্কের উপরিতল হইতে নির্গম-নলের উচ্চতা এমন হওয়া প্রয়োজন যাহাতে এই উচ্চতার এবং এক (সে.মি.)² ক্ষেত্রের সিলিণ্ডারে যত জল ধরে তাহার ওজন বায়ুমণ্ডলীয় চাপের চেয়ে কম থাকে। উচ্চতা ইহা অপেক্ষা বেশী হইলে পাম্প চালাইলেও বায়ুমণ্ডলীয় চাপ জলকে উপরে ঠেলিয়া উঠাইতে পারিবে না।

উদাহরণ : জল ব্যবহার করিয়া ব্যারোমিটার তৈয়ারী করিলে, সাধারণ বায়ুমণ্ডলীয় চাপে ব্যারোমিটারের উচ্চতা কত হইবে ?

$$\text{বায়ুমণ্ডলীয় চাপ} = 1{\cdot}013 \times 10^6 \frac{\text{ডাইন্স}}{(\text{সে.মি.})^2}$$

$$g = 980 \; \frac{\text{সে.মি.}}{(\text{সেকেণ্ড})^2}$$

জলের ঘনত্ব $\rho = 1.$

অতএব, ব্যারোমিটার উচ্চতা h সে.মি. হইলে,

$$1{\cdot}013 \times 10^6 = 1 \times 980 \times h$$

$$\therefore \quad h = \frac{1{\cdot}013 \times 10^6}{980} = 1033{\cdot}6 \text{ সে.মি.} \cong 34 \text{ ফিট।}$$

সুতরাং জল উত্তোলক পাম্পের সাহায্যে 34 ফিটের উপরে জল উত্তোলন করা সম্ভব নয়।

2.21. পৃষ্ঠ-টান (Surface Tension) **: তরল পদার্থের উপরিতলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করিতে হইলে, দেখা যায় যে ইহার জন্য কিয়ৎ পরিমাণ কার্য** (work) **করার প্রয়োজন। একক পরিমাণ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির জন্য যে পরিমাণ কার্য করা প্রয়োজন, তাহাকে পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্ক** (Coefficient of Surface Tension) **বলা হয়।** ইহাকে α (আল্‌ফা) চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়। সুতরাং, $\triangle S$ পরিমাণ ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির জন্য কার্যের পরিমাণ, $\triangle W$, হইবে,

$$\triangle W = \alpha \triangle S \qquad 2.21\ (1)$$

উপরোক্ত সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে, পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্কের একক সি. জি. এস. পদ্ধতিতে, $\frac{\text{আর্গ}}{(\text{সে.মি.})^2}$।

তরল পদার্থের উপরিতলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করিতে হইলে কিছু কার্য করার প্রয়োজন কেন, তাহা সহজেই বুঝা যায়। তরলের মধ্যে অণুগুলি উহাদের চারিপার্শ্বের অণু দ্বারা আকর্ষিত হয়। এই আকর্ষণের জন্য অণুগুলি একত্র সমবেত হইয়াই তরলের সৃষ্টি হইয়াছে। আমরা যদি তরলের উপরিতলের অনেক নিচে কোনও একটি অণুর কথা ভাবি, তাহা হইলে দেখিব যে উহার চারিপার্শ্বেই অন্য অণু থাকায় উহাদের মোট আকর্ষণী বল শূন্য হইয়া যাইবে। কিন্তু তরলের উপরিতলে কোনও অণুর কথা চিন্তা করিলে দেখা যাইবে যে ইহা শুধুমাত্র উপরিতলের নিচের অণুদ্বারাই নিচের দিকে আকর্ষিত হইবে, উপরিতলের উপর দিকে তরলের অণু না থাকায় ঐ দিকে কোন

আকর্ষণ থাকিবে না। শুধু উপরিতলের কোনও অণুর ক্ষেত্রেই যে একথা খাটে তাহা নহে, উপরিতলের অল্প নিচেও অণুর উপর নিচের দিকেই একটি মোট বল কাজ করে। তরলের উপরিতলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করার অর্থ হইল, তরলের মধ্যকার কোনও অণুকে উপরিতলে লইয়া আসা। উপরিতলে অণুর সংখ্যা বৃদ্ধি করিলেই উপরিতলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পাইবে। কিন্তু কোনও অণুকে উপরিতলে লইয়া আসিতে হইলেই ইহার উপর প্রযুক্ত নিচের দিকে মোট বলের বিরুদ্ধে কার্য করিতে হইবে। সুতরাং তরলের উপরিতলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করিতে হইলে অণুগুলির মধ্যে পারস্পরিক বলের বিরুদ্ধে কিছু কার্য করার প্রয়োজন হয়।

পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্কের আলোচনায় সব সময় অণুগুলির মধ্যে পারস্পরিক বলের কথা তুলিলে, অনেক ক্ষেত্রেই অপ্রয়োজনীয় জটিলতার সৃষ্টি হয়। উপরের আলোচনা হইতে আমরা দেখিতেছি যে, উপরিতলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির জন্য অতিরিক্ত কার্যের প্রয়োজন হয় বলিয়াই পৃষ্ঠটানের কথা উঠে। ক্ষেত্রফল বৃদ্ধির জন্য অতিরিক্ত কার্যের প্রয়োজনের প্রকৃত কারণ ভুলিয়া গিয়া আমরা ধরিতে পারি যে তরলের উপরিতলে যেন একটি বল, তলের স্পর্শক অভিমুখে কাজ করে। সুতরাং এই অবস্থায় উপরিতলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করার অর্থ ঐ বলের বিরুদ্ধে কাজ করা। যেহেতু, α-র একক আর্গ/(সে. মি.)^2, এবং

$$\frac{\text{আর্গ}}{(\text{ সে মি. })^2}=\frac{\text{ডাইন্/সে. মি.}}{(\text{ সে. মি. })^2}=\frac{\text{ডাইন্}}{\text{সে. মি.}},$$

আমরা α-কে প্রতি একক দৈর্ঘ্যে প্রযুক্ত একটি বল হিসাবেও কল্পনা করিতে পারি।

বস্তুতঃ **তরলের উপরিতলে যে কোনও বিন্দুর মধ্য দিয়া একক দৈর্ঘ্যের একটি সরলরেখা টানিয়া, α-কে ঐ সরলরেখার উপর লম্বভাবে, তরলের উপরিতলে ঐ বিন্দুতে স্পর্শক অভিমুখে একটি বল হিসাবে ধরা যাইতে পারে।** এইভাবে α-র সংজ্ঞা নির্দেশ করিলে উহা উপরের সংজ্ঞার সহিত সমার্থক। কিন্তু, এখানে α-র একক হইবে, সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে, $\frac{\text{ডাইন্}}{\text{সে.মি.}}$।

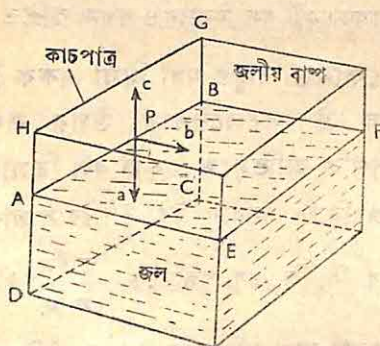
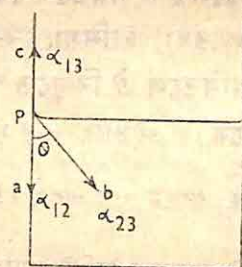
তরলের উপরিতলের বৈশিষ্ট্য আলোচনার সময় সুবিধামত উপরের দুইটি সংজ্ঞার যে কোনও একটি ব্যবহার করা হয়।

আমরা জানি যে তরলের উপরিতল বলিতে তরল এবং উহার উপরে যে বায়ব পদার্থ আছে, এই দুইয়ের মধ্যে সীমা নির্দেশক তলকেই বুঝায়। সুতরাং কোনও তরলের পৃষ্ঠটানের বল উল্লেখ করিলেই ইহাও উল্লেখ করিতে হইবে যে তরলের উপর কি প্রকার বায়ব পদার্থ আছে। তরল ও উহার উপরিতলের বায়ব পদার্থ, উভয়ের মিলিত বৈশিষ্ট্যই পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্কের মাত্রা নির্ণয় করে।

2.21-1 সারণীতে কয়েকটি তরল পদার্থের পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্কের মান নির্দেশ করা হইল।

সারণী 2.21-1, তরল পদার্থের পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্ক

তরল পদার্থ	তরলের উপরে বায়ব-পদার্থ	তাপমাত্রা °C	পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্ক $\frac{\text{ডাইনস}}{\text{সে.মি.}}$
বেশীর ভাগ তরল পদার্থ	তরলের সম্পৃক্ত বাষ্প	20	20 – 40.
জল	সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প	20	73.
তরল তামা	হাইড্রোজেন গ্যাস	1131	1103.
পারদ	পারদের সম্পৃক্ত বাষ্প	20	470.
তরল নাইট্রোজেন	নাইট্রোজেন গ্যাস	– 183	6·2
তরল হিলিয়াম	হিলিয়াম গ্যাস	– 268·8	0·098

আবার, তরলপদার্থ যখন কোনও কঠিন পদার্থের পাত্রে রাখা হয়, তখন কঠিন ও তরলের সীমা নির্দেশক তলের উপরেও পৃষ্ঠটানের বল কাজ করে। এই পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্কের মাত্রা তরল-বায়বীয় পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্কের মাত্রা হইতে সম্পূর্ণ ভিন্ন।

চিত্র 2.21 (i)

ধরা যাক্, একটি কাচের পাত্রে জল রাখা হইয়াছে। 2.21-(i) চিত্রের (ক) অংশে ABFE তরল-বায়বীয় তল, ABCD তরল-কঠিন তল এবং ABGH কঠিন-বায়বীয় তল। এই তিনটি তল AB রেখায় পরস্পরের সহিত মিলিত হইয়াছে। AB রেখার

P বিন্দুতে Pa, Pb, এবং Pc রেখাগুলি যথাক্রমে ABCD, ABFE এবং ABGH তলের ঐ বিন্দুতে স্পর্শক অভিমুখে টানা হইয়াছে। সুতরাং Pa অভিমুখে তরল-কঠিন, Pb অভিমুখে তরল-বায়বীয় এবং Pc অভিমুখে কঠিন-বায়বীয় পৃষ্ঠটানের বল কাজ করিবে। চিত্রের (খ) অংশে একটি প্রস্থচ্ছেদে P বিন্দু এবং Pa, Pb, Pc স্পর্শকগুলি পৃথকভাবে দেখানো হইয়াছে। কঠিন, তরল ও বায়বীয় পদার্থকে যথাক্রমে 1, 2, 3 ধরিলে, Pa অভিমুখে পৃষ্ঠটানের বলকে α_{12}, Pb অভিমুখে α_{23} এবং Pc অভিমুখে α_{13} লেখা যায়। ধরা যাউক্, $\angle aPb=\theta$। সুতরাং, α_{23}-র Pa অভিমুখে উপাংশের পরিমাণ হইবে $\alpha_{23}\cos\theta$. কাচের গাত্র বরাবর মোট বলের পরিমাণ শূন্য হইতে হইবে, নতুবা P বিন্দুতে তরলের উপরিতল স্থির থাকিবে না। অর্থাৎ,

$$\alpha_{12}+\alpha_{23}\cos\theta=\alpha_{13}$$

অথবা, $$\cos\theta=\frac{\alpha_{13}-\alpha_{12}}{\alpha_{13}} \qquad 2.21.\ (2)$$

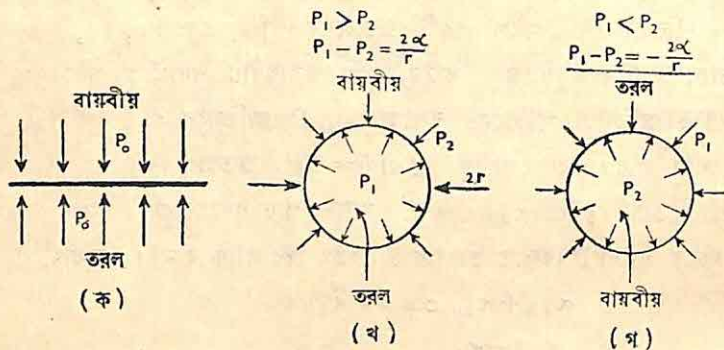
θ-কে **স্পর্শকোণ (Angle of contact)** বলে।

2.21 (2) সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে যে, কঠিন-তরল এবং কঠিন-বায়বীয় পৃষ্ঠটানের মাত্রা সমান হইলেই স্পর্শকোণ $\theta=90^\circ$ হইতে পারে ; এবং তখনই তরলের উপরিতল পাত্রের গাত্রদেশে সমকোণে নত থাকিবে। অর্থাৎ, তরলের উপরিতল সর্বত্র অনুভূমিক থাকিবে।

যদি $\alpha_{13}>\alpha_{12}$ হয়, অর্থাৎ কঠিন-বায়বীয় পৃষ্ঠটানের মাত্রা, কঠিন-তরল পৃষ্ঠটানের চেয়ে বেশী হয়, তাহা হইলে স্পর্শকোণ θ, 90° হইতে কম হইবে। এইরূপ ক্ষেত্রে বলা হয় যে, কঠিন পদার্থ টি তরলে ভিজিয়া যাইবে। পাত্রটি কাচের ও তরলটি জল হইলে এবং তরলের উপরে জলীয় বাষ্প থাকিলে এইরূপ অবস্থার উদ্ভব হয়।

অপর পক্ষে, $\alpha^{13}<\alpha^{12}$ হইলে, স্পর্শকোণ θ, 90° হইতে বেশী হইবে। সাধারণ অবস্থায় কাচের পাত্রে পারদ রাখিলে এইরূপ অবস্থার উদ্ভব হয়। স্পর্শকোণ 90° হইতে বেশী হইলে বলা হয় যে, তরলটি কঠিন পদার্থকে ভিজাইতে পারিবে না।

তরলের বক্র উপরিতলে চাপ : আমরা যদি তরল ও উহার উপরে বায়বীয় পদার্থের সীমা নির্দেশক তলের উপর পৃষ্ঠটানের বল উপেক্ষা করি, তাহা হইলে, তরল ও বায়বীয় পদার্থ একে অন্যের উপর সীমাতলের মধ্য দিয়া একই পরিমাণ চাপ প্রয়োগ করে। কিন্তু পৃষ্ঠটানের বলের জন্য এই দুই চাপ বস্তুতঃ এক নয়। ইহা দেখানো যায় যে, একটি r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বক্রতলের মধ্য দিয়া বায়বীয় পদার্থের উপর তরলের চাপের পরিমাণ তরলের উপর বায়বীয় পদার্থের চাপের তুলনায় $\frac{2\alpha}{r}$ পরিমাণ বেশী বা কম

হইতে পারে। যে ক্ষেত্রে বক্রতলের কেন্দ্রবিন্দু বায়বীয় পদার্থের মধ্যে থাকে সেক্ষেত্রে চাপের পরিমাণ কম, এবং যে ক্ষেত্রে বক্রতলের কেন্দ্রবিন্দু তরলে থাকে সেক্ষেত্রে চাপের পরিমাণ বেশী হয়। 2.21. (ii) চিত্র দ্রষ্টব্য।

চিত্র 2·21 (ii)

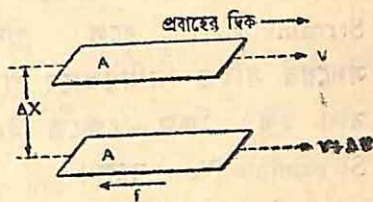
2.21 (ii) চিত্রের (খ) অংশে দেখা যাইতেছে কোন বায়বীয় পদার্থের মধ্যে তরলের বিন্দু থাকিলে তরলের মধ্যে চাপ বেশী থাকা প্রয়োজন। সুতরাং তরলের পৃষ্ঠটান বেশী হইলে এই চাপ তুলনায় বেশী হইবে, এবং তরলের বিন্দু সৃষ্টি ত্বরান্বিত হইবে। অনুরূপভাবে, চিত্রের (গ) অংশ হইতে দেখা যায় যে তরলের মধ্যে বায়বীয় বুদ্‌বুদ্ তৈরী ত্বরান্বিত হইবে, যদি তরলের পৃষ্ঠটানের গুণাঙ্ক কম করা যায়।

জলের মধ্যে সাবান জাতীয় পদার্থ দ্রবীভূত হইলে জলের α কমিয়া যায়, এবং বাতাসের বুদ্‌বুদ্ (ফেনা) তৈরী সহজ হইয়া পড়ে। ইহা ছাড়া জলের α এইভাবে কমানোর ফলে জল ও কোন কঠিন পদার্থের মধ্যে পৃষ্ঠটান, α_{12}ও কমিয়া যায় এবং জলের পক্ষে কঠিন পদার্থকে ভিজানো সহজ হইয়া পড়ে। এই দুই ভাবেই সাবান-জল ময়লা পরিষ্কারে বিশেষ উপযোগী হইয়া উঠে।

2.22. তরল ও বায়বীয় পদার্থে প্রবাহ (Motion in fluids): কোন তরল বা বায়বীয় (প্রবহণশীল) পদার্থের যে কোনও দুই বিন্দুর মধ্যে চাপের প্রভেদ সৃষ্টি করিলে উচ্চচাপের অঞ্চল হইতে নিম্নচাপের অঞ্চল অভিমুখে পদার্থ স্থানান্তরিত হইবে। এই স্থানান্তরকেই প্রবহণশীল পদার্থের **প্রবাহ** (Flow) বলে।

ধরা যাউক, একটি কাচের নলে কোন তরলপদার্থ লইয়া উহার দুই প্রান্তে চাপের প্রভেদ সৃষ্টি করা হইল। তাহা হইলে নলের মধ্য দিয়া তরল প্রবাহিত হইবে। তরলের যে অংশ কাচের নলের গাত্র স্পর্শ করিয়া আছে, তাহার প্রবাহ নলের গাত্রের সহিত ঘর্ষণজাত প্রতিক্রিয়ার জন্য বাধা পাইবে। অর্থাৎ নলের মধ্যস্থিত জলকে যদি কতকগুলি সমকেন্দ্রিক নলের আকৃতি-বিশিষ্ট অংশের সমষ্টি বলিয়া কল্পনা করা হয়, তবে একেবারে

বাহিরের অংশটির প্রবাহগতি অন্য অংশগুলির প্রবাহগতির তুলনায় কম হইবে। ইহার ফলে, প্রবহমান তরলের কিছু আকৃতিগত পরিবর্তন হইবে। ইহা কঠিন পদার্থের কৃন্তন বিকারের সঙ্গে তুলনীয়।

সান্দ্রতা (Viscosity) : তরল বা বায়বীয় পদার্থের মধ্যে প্রবাহের সময় এই আকৃতিগত পরিবর্তনের বিরুদ্ধে যে বলের সৃষ্টি হয়, তাহাকে ঐ পদার্থের **সান্দ্রতা বল** (viscosity) বলে। এই বল তরলের বিভিন্ন অংশের প্রবাহ গতির প্রভেদ দূরীকরণে প্রযুক্ত থাকে। প্রবাহের সময় তরল বা বায়বীয় পদার্থে যে কোনও দুইটি সমান্তরাল এবং A-ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট তল কল্পনা করা যাইতে পারে। ধরা যাক্, ইহাদের দূরত্ব Δx এবং ঐ দুইটি তলের পদার্থের প্রবাহ-গতিবেগ যথাক্রমে V এবং V+ΔV. 2.22 (i) চিত্রে এইরূপ দুইটি তল দেখানো হইয়াছে। তল দুইটির প্রবাহ-গতিবেগের প্রভেদ$=\Delta V$; এবং এই প্রভেদ Δx দূরত্বের মধ্যে সৃষ্টি হইয়াছে। অর্থাৎ প্রবাহ-গতিবেগ x-এর সঙ্গে পরিবর্তিত হইতেছে। এই পরিবর্তনের হারের গড়কে $\frac{\Delta V}{\Delta x}$ বলা যাইতে পারে। এক্ষেত্রে, সান্দ্রতা বল, f, এর পরিমাণ হইবে,

চিত্র 2.22 (i)

$$f=\eta A\frac{\Delta V}{\Delta x} \quad \cdots \quad \cdots \quad 2.22\ (1)$$

বলের দিক প্রবাহের বিপরীতমুখী এবং ইহা অধিক গতিবেগের তলের উপর স্পর্শক অভিমুখে প্রযুক্ত হয়। η-কে **সান্দ্রতার গুণাঙ্ক** বলে। 2.22 (1) সমীকরণ **নিউটনের সূত্র** বলিয়া পরিচিত। সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে f এর একক ডাইন্, A-এর একক (সে. মি.)^2 এবং $\frac{\Delta V}{\Delta x}$-এর একক (সেকেণ্ড)$^{-1}$। সুতরাং η-র একক হইবে $\frac{\text{ডাইন-সেকেণ্ড}}{(\text{সে. মি})^2}$।

এক $\frac{\text{ডাইন-সেকেণ্ড}}{(\text{সে. মি.})^2}$কে **"পয়েস"** (poise) বলা হয়। পয়েসের এক হাজার ভাগের এক ভাগকে **মিলি পয়েস** বলে। 20°C তাপমাত্রায় জলের $\eta=10.087$ মিলিপয়েস। ঐ তাপমাত্রাতেই গ্লিসারলের $\eta=10{\cdot}690$ মিলিপয়েস।

তরল বা বায়বীয় পদার্থের ঘনত্ব ρ ধরিলে, $\frac{\eta}{\rho}$ কে **স্থিতি সান্দ্রতা** (Kinematic viscosity) -র **গুণাঙ্ক** বলা হয়। ইহার একককে সি. জি. এস পদ্ধতিতে "**স্টোক**" (Stoke) বলে।

সরল প্রবাহ এবং বিক্ষুব্ধ প্রবাহ (Streamline and turbulent flow) : প্রবাহের সময়ে তরল বা বায়বীয় পদার্থের মধ্যে বিভিন্ন বিন্দুতে প্রবাহের গতিবেগ এবং চাপ-এর পরিমাণ সাধারণতঃ বিভিন্ন থাকে। **প্রবহমান পদার্থের এইরূপ যে কোনও একটি বিন্দুতে প্রবাহের গতিবেগ এবং চাপের পরিমাণ সময়ের সহিত অপরিবর্তিত থাকিলে প্রবাহকে সরল স্থায়ী প্রবাহ** (Steady Streamline Flow) **বলে। প্রবাহের গতিবেগ এবং চাপের পরিমাণ সময়ের সহিত নির্দিষ্টভাবে পরিবর্তিত হইলেও উহাকে সরল প্রবাহ বলা হয়। কিন্তু এক্ষেত্রে ইহাকে সরল অস্থায়ী প্রবাহ** (Unsteady Streamline Flow) **বলে।**

প্রবহমান পদার্থের যে কোনও এক বিন্দুতে প্রবাহের গতিবেগ এবং চাপ সময়ের সহিত সম্পূর্ণ অসংলগ্ন ভাবে পরিবর্তিত হইলে প্রবাহকে বিক্ষুব্ধ প্রবাহ (Turbulent Flow) **বলা হয়।**

যে কোনও প্রবহমান পদার্থকে উহার প্রবাহের সময় একটি বিশেষ সংখ্যা দ্বারা চিহ্নিত করা হয় ; এই সংখ্যাকে "**রেনল্ডের সংখ্যা**" (Reynold's number) বলে। কোনও বিশেষ ক্ষেত্রে রেনল্ডের সংখ্যা বেশী হইলে সরল প্রবাহের বিক্ষুব্ধ-প্রবাহে পরিবর্তিত হইয়া যাইবার সম্ভাবনা বাড়িয়া যায়।

উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় যে, ঝড়ের সময় বায়ুপ্রবাহ বিক্ষুব্ধ প্রবাহ, এবং কোনও নলের মধ্য দিয়া অল্প গতিবেগে প্রবাহিত তরলের প্রবাহ সরল প্রবাহ। 2.22 (1) সমীকরণে বর্ণিত নিয়ম শুধুমাত্র সরল প্রবাহের ক্ষেত্রেই প্রযোজ্য ; বিক্ষুব্ধ প্রবাহের গতিপ্রকৃতি অনেক জটিল।

প্রশ্নাবলী

1. নিম্নলিখিত ঘটনাগুলির ব্যাখ্যা দাও :—

(ক) নদীর জল অপেক্ষা সমুদ্রজলে সাঁতার কাটা সহজ।

(খ) নিঃশ্বাস টানিয়া বন্ধ অবস্থায় জলের উপর ভাসিয়া থাকা সহজ।

(গ) এক কিলোগ্রাম ভরের তুলা, এক কিলোগ্রাম ভরের সীসার তুলনায় কম ওজন দেখায়।

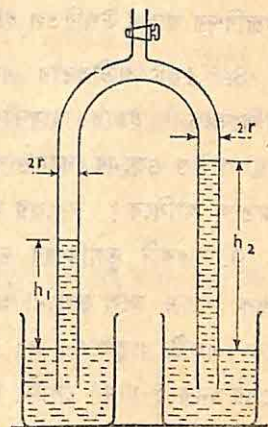
(ঘ) বরফটুকরা জলে ভাসিবার সময় উহার কিয়দংশ জলের উপরে থাকে, কিন্তু বরফটুকরাটি গলিয়া যাওয়ার পর জলের উপরিতলের উচ্চতা কম বেশী হয় না।

(ঙ) রবারের ব্লাডারে বাতাস ভরিয়া ফুলাইয়া দেওয়ার পর উহাকে তুলাযন্ত্রে বাটখারা দিয়া ওজন করা হইল। বাতাস বাহির করিয়া দেওয়ার পরও উহা একই ওজন দেখাইবে।

(চ) সাবমেরিন জাহাজ সমুদ্রের উপর অর্ধনিমজ্জিত অবস্থায় এবং সম্পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় যে কোনও গভীরতায় ভাসিতে পারে।

(ছ) বাতাসের মধ্যে একটি ভারী পাথর তোলার চেয়ে জলের মধ্যে ঐ পাথরকে তোলা অনেক সহজ।

(জ) লোহার ঘনত্ব জলের চেয়ে বেশী, তবুও লোহার তৈরী জাহাজ জলে ভাসে।

2. 2-2 চিত্র অনুযায়ী, দুইটি বিকারে দুইটি বিভিন্ন তরল পদার্থ লইয়া উহার মধ্যে কাচের U-আকৃতি বিশিষ্ট একটি নল ডুবাইয়া দেওয়া হইল। নলের বাঁকের নিকটে নির্গম নলের সাহায্যে কিয়ৎ পরিমাণ বাতাস বাহির করিয়া লইলে দেখা যায় যে তরল দুইটি নলের মধ্যে h_1 এবং h_2 উচ্চতায় উঠিয়া আসে। এই h_1 এবং h_2র মান ব্যবহার করিয়া তরল দুইটির ঘনত্বের অনুপাত নির্ণয় কর। (বৈজ্ঞানিক হেয়ার প্রবর্তিত পদ্ধতি)

চিত্র 2.2

3. ধরা যাউক্, আয়তাকার প্রস্থচ্ছেদের এবং 6 সে. মি. গভীরতার একটি কাঠের টুকরা জলে ভাসিতেছে। কাঠের ঘনত্ব 0·6 গ্রাম/(সে. মি.)^3 হইলে টুকরাটির সর্বনিম্ন তল জলের উপরিতল হইতে কত নিচে থাকিবে? উহার 5 সে.মি. গভীরতা জলে ডুবাইতে হইলে উহার উপর কত ওজন চাপাইতে হইবে? [টুকরাটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 120 (সে. মি.)^2 হইলে]

4. 275 গ্রাম ভরের এক টুকরা লোহা উহার আয়তনের 5/9 অংশ নিমজ্জিত অবস্থায় পারদে ভাসে। পারদের আপেক্ষিক ঘনত্ব 13·59 হইলে লোহার আপেক্ষিক ঘনত্ব কত?

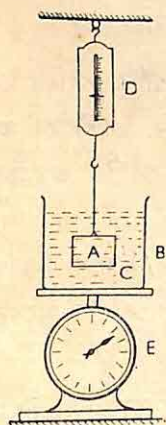
5. 22 (সে. মি.)^3 আয়তনের এক টুকরা মোম জলে ভাসিবার সময় উহার 2 (সে মি)^3 আয়তন জলের উপরে থাকে। মোমের আপেক্ষিক গুরুত্ব এবং ঐ টুকরাটির ভর নির্ণয় কর।

6. 1000 কেজি ভরের একখণ্ড বরফ সমুদ্রে ফেলিয়া দেওয়া হইল। ইহার কত পরিমাণ আয়তন সমুদ্রজলে নিমজ্জিত থাকিবে ? বরফের ঘনত্ব = 0·917 গ্রাম/(সে.মি)^3 এবং সমুদ্রজলের ঘনত্ব = 1·03 গ্রাম/(সে.মি.)^3

7. 4 ফিট্ × 3 ফিট্ একটি স্লুইস্ গেট উল্লম্ব অবস্থায় এমনভাবে জলে ডুবানো আছে, যাহাতে ইহার দীর্ঘতর বাহু অনুভূমিক এবং ইহার উপরের তল জলের উপরি-তলের 2 ফিট্ নিচে আছে। এক (ফুট)^3 জলের ভর 62·5 পাউণ্ড হইলে, স্লুইস্ গেটের উপর মোট জলের চাপ কত পড়িবে ?

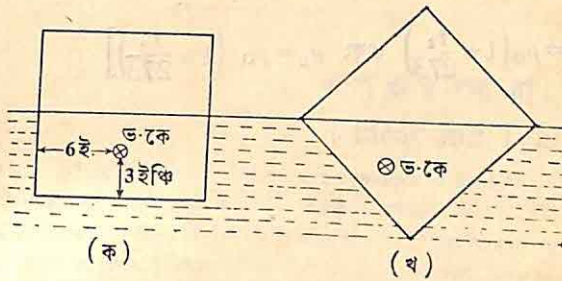
[ইঙ্গিত : স্লুইস্ গেটের কেন্দ্রবিন্দু জলের উপরিতল হইতে কত নিচে আছে, প্রথমে তাহা নির্ণয় কর। পরে, গেটের উপর মোট বলের পরিমাণ নির্ণয় করিবার সময় ধরিয়া লও যে সমগ্র গেটটি একই গড় গভীরতায় আছে, এবং এই গড় গভীরতা, গেটের কেন্দ্রবিন্দুর জলের উপরিতল হইতে গভীরতার সমান।]

8. 1ফুট গভীরতার এবং আয়তাকার প্রস্থচ্ছেদের একখণ্ড বরফ সাধারণ জলে ভাসিতেছে। ইহার আয়তাকার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল কত হইলে বরফখণ্ডের উপর 180 পাউণ্ড ওজনের কোনও ব্যক্তি দাঁড়াইলেই ইহার উপরিতল জলের উপরিতলের সঙ্গে সমতলে আসিবে ? বরফের আপেক্ষিক ঘনত্ব = 0·917।

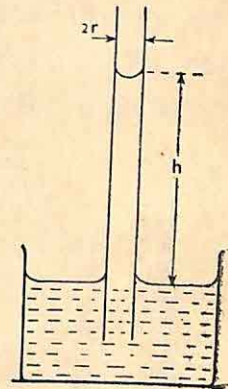
9. একটি তুলাযন্ত্রের দুই বাহু হইতে দুইটি ধাতুখণ্ড ঝুলাইয়া উহাদিগকে দুইটি পৃথক পাত্রে জলে ডুবানো অবস্থায় রাখিলে তুলাযন্ত্রের দণ্ড অনুভূমিক থাকে। উহাদের মধ্যে একটি ধাতুখণ্ডের ভর 32 গ্রাম এবং ইহার ঘনত্ব = 8 গ্রাম/(সেমি)^3। দ্বিতীয় খণ্ডের ঘনত্ব 5 গ্রাম/(সে.মি.)^3 হইলে উহার ভর কত ?

চিত্র 2.10

10. A-বস্তুখণ্ড (চিত্র 2-10 দেখ) একটি স্প্রীঙ্ তুলাযন্ত্র D হইতে সূতার সাহায্যে ঝুলানো অবস্থায় বিকার B-তে তরল C-র মধ্যে নিমজ্জিত আছে। বিকারের ওজন 2 পাউণ্ড এবং তরলের ওজন 3 পাউণ্ড। তুলাযন্ত্র D-তে ওজন দেখা যাইতেছে 5 পাউণ্ড এবং তুলাযন্ত্র E-তে ওজন দেখা যাইতেছে 15 পাউণ্ড। A-বস্তুখণ্ডের আয়তন আয়তন 0·1 (ফিট্)^3। তাহা হইলে, (ক) তরলের ঘনত্ব কত ? এবং (খ) A-বস্তুখণ্ডকে তরল হইতে উপরে উঠানো হইলে, D এবং E তুলাযন্ত্রে কত ওজন দেখাইবে ?

11. 1 ফুট বাহুর কাঠের একটি ঘনকের সহিত এমনভাবে অতিরিক্ত ওজন লাগানো

হইয়াছে যাহাতে ইহার ভরকেন্দ্র, 2-11 চিত্রে দেখানো বিন্দুতে থাকে এবং এই অবস্থায় ইহার আয়তনের অর্ধেক জলে নিমজ্জিত। ঘনককে একদিকে 45° ডিগ্রী হেলাইয়া দিলে (2-11 চিত্রের খ অংশ) উহার উপর সংশোধনী দ্বন্দ্ব কত হইবে ?

চিত্র 2-11

12 পাহাড়ের পাদদেশে এবং পাহাড়ের উপরে দুইটি স্থানে ব্যারোমিটারের উচ্চতা দেখিয়া পাহাড়টির উচ্চতা কীভাবে পরিমাপ করা যায় ? (ধরিয়া লও যে দুইটি স্থানের তাপমাত্রা যথাক্রমে t_1°C এবং t_2°C, স্থান দুইটিতে g-এর মান একই এবং −273°C তাপমাত্রায় বাতাসের ঘনত্ব = 0·0013 গ্রাম/(সে.মি).

13. r-ব্যাসার্ধের একটি উল্লম্ব কৈশিক কাচনল বিকারে-রাখা জলের মধ্যে আংশিক নিমজ্জিত অবস্থায় রাখা হইয়াছে (চিত্র 2-13 দ্রষ্টব্য)। কাচ, জল এবং জলীয় বাষ্পের সীমাতলগুলি কৈশিক নলের গাত্রদেশে ইহার অনুভূমিক প্রস্থচ্ছেদের পরিধিতে মিলিত হইয়াছে। কাচ-জল, কাচ-জলীয়বাষ্প এবং জল-জলীয়বাষ্পের পৃষ্ঠটানের লব্ধি যদি কাচের গাত্র বরাবর উপরের দিকে প্রযুক্ত হয়, তাহা হইলে কৈশিক নলে জল উপরের দিকে উঠিয়া আসিবে। এই লব্ধি পৃষ্ঠটানের বল y হইলে কৈশিক নলে জলের উচ্চতা, h, নির্ণয় কর। জলের ঘনত্ব = ρ এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ = g।

চিত্র 2-13

14. প্রবহমান তরলে সান্দ্রতা বলের সহিত কঠিন পদার্থে কৃন্তন-পীড়নের গুণগত সাদৃশ্যের সংক্ষিপ্ত আলোচনা কর।

[ইঙ্গিত : (দুইটি স্থানের ব্যারোমিটারের উচ্চতার প্রভেদ) × 13·6 × g ডাইনস্ = h উচ্চতার (স্থান দুইটির উচ্চতার প্রভেদ) এবং 1 (সে. মি)^2 প্রস্থচ্ছেদের বায়ুস্তম্ভের

ওজন। এই ওজন নির্ণয় করিবার সময় স্থান দুইটির বায়ুর ঘনত্বের গড়কে বায়ুস্তম্ভের ঘনত্ব বলিয়া ধরা যাইতে পারে। ρ_1 এবং ρ_2 স্থান দুইটির বায়ুর ঘনত্ব হইলে, গড় ঘনত্ব, $\rho=(\rho_1+\rho_2)/2$। ρ_1 এবং ρ_2 নির্ণয় করিবার জন্য চার্লসের নিয়ম ব্যবহার কর:

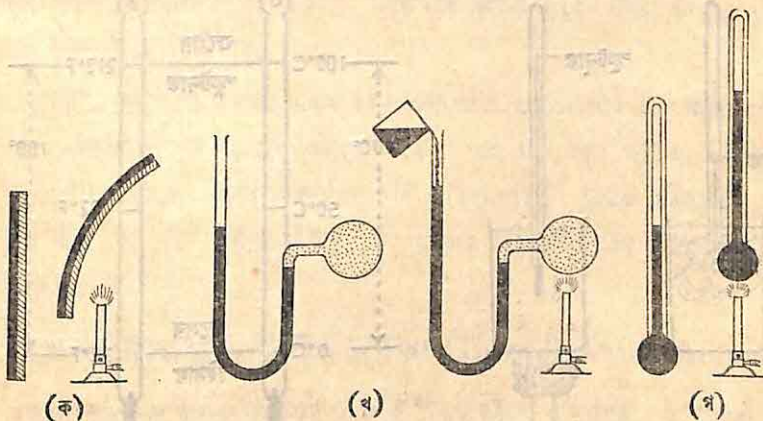
$$\rho_1=\rho_0\left(1-\frac{t_1}{273}\right) \text{ এবং } \rho_2=\rho_0\left(1-\frac{t_2}{273}\right)]$$

3 | তাপ (Heat)

প্রথম অধ্যায়

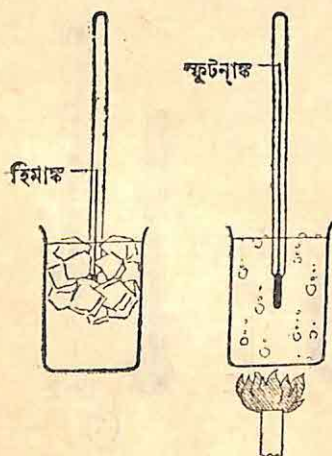
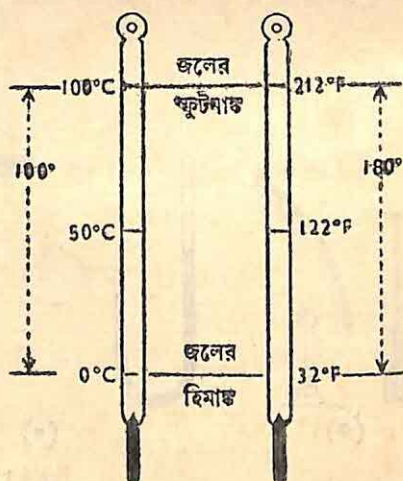
তাপ ও তাপমাত্রা (পুনরালোচনা)
(Heat and Temperature)

[**Syllabus :** Recapitulation of the basic concepts of heat and temperature, Thermal expansion of solids and liquids. Simple demonstration. Co-efficient of expansion for solids, relation between them. Applications of expansions of solids. Real and apparent expansion for liquids, relation between expansion coefficients. Anomalous expansion of water. Effect on marine life: Thermal expansion of gases. Boyles' law, Charles' law. Equation of state of an ideal gas, volume and pressure co-efficient. Absolute scale of temperature.]

3.1. তাপ (Heat) একপ্রকার শক্তি এবং তাপমাত্রা (temperature) কোন বস্তু উত্তপ্ত অথবা শীতল তাহা নির্দেশ করে। তাপমাত্রা কোন বস্তুর উত্তপ্ততা বা শীতলতার মাত্রা (degree) নির্দেশ করে, তাপমাত্রা তাপের ফল (effect of heat)। তাপমান যন্ত্র দ্বারা তাপমাত্রা মাপা হয়। বস্তুর কতকগুলি ধর্ম আছে যাহা তাপমাত্রার সহিত পরিবর্তনশীল এবং ঐগুলি তাপমানযন্ত্র (thermometers) নির্মাণে কাজে লাগান হয়। কোন বস্তু উত্তপ্ত হইলে, যে আভা (glow) দেয়, প্রথমত, উহা কম লাল, পরে উজ্জ্বল লাল ও শেষে উচ্চ তাপমাত্রায় উহা শ্বেতাভ তপ্ত দেখায়। উহা হইতে নির্গত আলো পরিমাপ করিয়া আমরা কোন বস্তুর তাপমাত্রা নির্দ্ধারণ করিতে পারি। উচ্চতর তাপমাত্রা

চিত্র 3·1 (i)

মাপিতেই কেবল এই পদ্ধতির ব্যবহার করা হয়। বস্তু উচ্চ তাপমাত্রায় প্রসারিত ও তাপমাত্রা কমিলে সঙ্কুচিত হয়। রেলপথে দুইটি রেলের মধ্যবর্তী স্থানে ফাঁক থাকে।

গ্রীষ্মকালে রেলের প্রসারণকে সঙ্কুলান করিতে এরূপ ব্যবস্থা করা হয়। কাঁচের টিউবে পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্য তাপমাত্রা পরিবর্তনে হ্রাস বৃদ্ধি পায়। তাপ বিকিরণের ফলে উপরের বাতাস প্রসারিত হইয়া উপরে উঠে ও পারিপার্শ্বিক বাতাস হইতে হাল্কা হয়। এইসব প্রক্রিয়ার কার্যপ্রণালী হইতে তাপমানযন্ত্র তৈয়ার হয়। দুইটি ভিন্ন ধাতুর জোড় [চিত্র 3.1 (i) (ক)] তাপ সহযোগে উহাদের প্রসারণের হার ভিন্ন বলিয়া একপার্শ্বে বাঁকিয়া যায়। এই পদ্ধতিতে বাঁকিয়া যাওয়ার পরিমাণ মাপিয়া তাপমাত্রা নির্ধারিত হয়। স্থির আয়তন বায়ব তাপমান যন্ত্রে [চিত্র 3.1 (i) (খ)] (constant volume gas thermometer) পারদস্তম্ভ গ্যাস বাল্ব না ছোঁয়া পর্যন্ত পারদ ঢালা হয়। গ্যাসের স্থির আয়তনে দুই বাহুর পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্যের পার্থক্য হইতে তাপমাত্রা পরিমাপ করা হয়। সাধারণ পদ্ধতিতে কোন রঙীন তরল পদার্থ বা পারদের প্রসারণ হইতে তাপমাত্রা পরিমাপ করা হয় [চিত্র 3.1 (গ)]। তাপমানযন্ত্র তৈয়ার করিতে বস্তুর তাপীয় ধর্মের প্রয়োগ করিবার আগে তাপমাত্রার একটি স্কেল প্রস্তুত করিয়া লইতে হয় ও সেই স্কেলে তাপমাত্রা মাপা হয়। জল ঠাণ্ডায় বরফ হয়, আবার উত্তাপে বাষ্প হয়। জল ও বরফ যখন সাম্যাবস্থায় থাকে অর্থাৎ যতটা বরফ গলে ঠিক ততটা জল বরফে পরিণত হয়, সেই অবস্থায় জলের হিমাঙ্ক 0°C এবং জলের অনুরূপ বাষ্পীভবনকে 100° ধরা হয়। এই স্কেলকে **সেল্সিয়াস্** অথবা **সেন্টিগ্রেড** (Celcius or centigrade) বলে।

তাপমান যন্ত্র তৈয়ার করিতে গ্লাসটিউবে পারদস্তম্ভ জল ও বরফ মিশ্রণে ডুবাইয়া স্তম্ভটি স্থির হইলে উহার উপরিস্থ তল 0°C চিহ্নিত করা হয়। [চিত্র 3·1 (ii)]। পরে

চিত্র 3·1 (ii)

উহা জল ও বাষ্পের মিশ্রণে ডুবাইয়া পারদস্তম্ভের উপরিভাগ 100°C চিহ্নিত করা হয়। পরিশেষে 0°C ও 100°C এর মধ্যবর্তী স্থান 100 ভাগে ভাগ করিয়া 1°C পাওয়া যায়। এই পদ্ধতিতে পারদের প্রসারণের হার তাপমাত্রা পরিবর্তনের সমানুপাতী ধরিয়া লওয়া হয়। তাপমাত্রা পরিমাপের আর একটি স্কেল হইল **ফারেনহাইট** স্কেল (Fahrenheit)। ফারেনহাইট ডিগ্রী সেলসিয়াস্ ডিগ্রী হইতে 5/9 গুণ বেশী। কারণ এই স্কেলে O°C ও 100°C কে যথাক্রমে 32°F ও 212°F ধরা হয় [চিত্র 3.1 (ii)]।

এক স্কেল হইতে অন্য স্কেলে যাইতে নিম্নলিখিত সূত্র ব্যবহৃত হয়:

$$°F = \frac{9}{5}°C + 32° \quad \text{এবং} \quad °C = \frac{5}{9}(°F - 32°) \quad \cdots \quad \cdots \quad 3.1(1)$$

ঘরের তাপমাত্রা 70°F বলিতে সেলসিয়াস্ স্কেলে

$$5/9(70° - 32°) = 21°C \quad 3.1(2)$$

তাপ ও তাপমাত্রার পরস্পর সম্পর্ক থাকিলেও উহাদের পার্থক্যও লক্ষণীয়। একটি বরফখণ্ড গলাইতে 200°F-এ বেশী পরিমাণ জল প্রয়োজন হইবে। 200°F-এ জল যথেষ্ট উত্তপ্ত অথচ 50°F-এ জল বেশ ঠাণ্ডা। ইহা হইতে দেখা যায় যে, তাপমাত্রা নয়, তাপই বরফ গলাইতে পারে। বেশী আয়তনের ঠাণ্ডা জলে অল্প আয়তনের গরমজল অপেক্ষা মোট তাপ বেশী হইতে পারে। বরফ গলাইতে তাপের পরিমাণই দেখিতে হয়। সমপরিমাণ গরমজলে সমান আয়তনের ঠাণ্ডা জল অপেক্ষা তাপ বেশী থাকে।

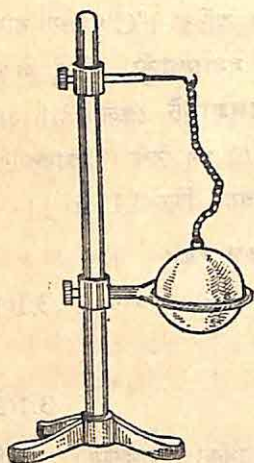
তাপ একটি সংখ্যা যাহা যুক্ত হইলে বস্তুর তাপমাত্রা বাড়ে এবং বস্তু হইতে বিযুক্ত হইলে উহার তাপমাত্রা কমিয়া যায়। অবশ্য এই প্রক্রিয়ায় যেন বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন না হয় তাহাও দেখা দরকার।

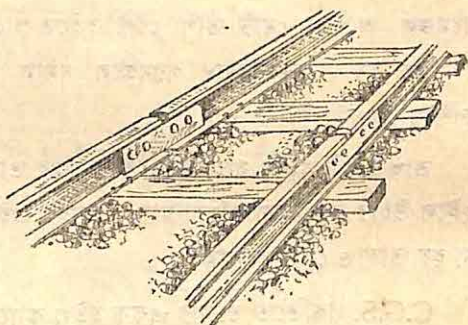
C.G.S. পদ্ধতিতে তাপের একক হইল ক্যালোরি (calorie)। এক ক্যালোরি তাপ 1 গ্রাম জলকে 1°C তাপমাত্রায় তুলিতে পারে। এক গ্রাম জল হইতে 1 ক্যালোরি তাপ তুলিয়া লইলে উহার তাপমাত্রা 1°C কমিয়া যায়। আরও সঠিকভাবে বলিতে হইলে জল 14·5°C হইতে 15·5° তাপমাত্রার পরিবর্তনে এক ক্যালোরি তাপের প্রয়োজন হয়।

3.2. কঠিন পদার্থের তাপীয় প্রসারণ (Thermal expansion of solids):

কঠিন, তরল ও বায়ব তিনরকম পদার্থই উত্তপ্ত হইলে প্রসারিত হয়, ঠাণ্ডা হইলে সঙ্কুচিত হয়, আবার সমান পরিবর্তনে এই প্রসারণ বায়ব পদার্থে যথেষ্ট বেশী, তরল পদার্থে কম এবং কঠিন পদার্থে আরও কম।

3.2 (i) চিত্রে গ্রেভ্‌স্যাণ্ডের আংটা দেখান হইয়াছে। একটি শক্ত দণ্ডের নিম্নাংশে

চিত্র 3·2 (i)

ধাতুর একটি আংটা শক্ত করিয়া আটকাইয়া দেওয়া হয়। ঐ দণ্ডের উপরের অংশে একটি ক্ল্যাম্প দিয়া শিকল ঝুলানো থাকে। ঐ শিকলে ধাতু নির্মিত একটি গোলক এমন ভাবে বাঁধা হয় যে, ঝুলন্ত অবস্থায় উহা আংটার ভিতর দিয়া চলিয়া যায়। এবার গোলকটিকে চুল্লীতে গরম করা হয়। এখন উহা আংটার ভিতর দিয়া গলিতে পারে না—আবার গোলকটিকে ঠাণ্ডা হইতে কিছু সময় দিলে উহা আংটার ভিতর দিয়া আগের মত গলিয়া যাইতে পারে। এই পরীক্ষা হইতে বুঝা যায় যে, গোলক তাপের প্রয়োগে প্রসারিত হইয়াছিল, আবার ঠাণ্ডা অবস্থায় সঙ্কুচিত হইয়াছে।

3·2 (ii) চিত্রে রেলপথে জোড়ার মুখে ফাঁক লক্ষ্য কর। রেল লাইন পাতার সময় এই জোড়ার মুখে প্রায় সিকি ইঞ্চি ফাঁক রাখা হয়। তাহার কারণ হইল সূর্যের তাপে ও রেলের চাকার ঘর্ষণে রেললাইন প্রায়ই উত্তপ্ত হয়। ইহার ফলে লাইনগুলি প্রসারিত হয়। এই ফাঁক না থাকিলে প্রসারণের ফলে রেললাইন বাঁকিয়া গিয়া ট্রেন দুর্ঘটনা ঘটিতে পারিত। রেললাইন কাঠের তক্তার উপর বসান থাকে

চিত্র 3·2 (ii)

এবং কাঠ ভাল তাপ পরিবাহী নহে। সেইজন্য জোড়ার মুখে ফাঁক রাখিয়া প্রসারণের ফলে যেটুকু দৈর্ঘ্য বাড়িবে, তাহার জন্য স্থান করিয়া দেওয়া হয়।

কঠিন পদার্থ তাপের দ্বারা সবদিকেই প্রসারিত হয়। একটি দিকে ঐ প্রসারণকে **রৈখিক প্রসারণ** (Linear expansion) বলে। সমতলের প্রসারণকে **পৃষ্ঠ প্রসারণ** (surface expansion), আয়তনের প্রসারণকে **ঘনকীয় প্রসারণ** (cubical expansion) বলে।

3.3. রৈখিক প্রসারণ: বিভিন্ন কঠিন পদার্থে রৈখিক প্রসারণ ভিন্ন ও উহার পরিমাণ অল্প। এক মিটার লম্বা একটি লোহার রড 100°C তাপমাত্রায় উত্তপ্ত হইলে

মাত্র 0·12 সেন্টিমিটার বাড়ে এবং একটি পিতলের রড একই অবস্থায় 0·18 সে. মি. বাড়ে।

পরীক্ষায় দেখা গিয়াছে যে, (i) দণ্ডের দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি দণ্ডের দৈর্ঘ্যের সমানুপাতী। (ii) ঐ বৃদ্ধি তাপমাত্রা বৃদ্ধির সমানুপাতী। (iii) উহা বস্তুর প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।

কঠিন পদার্থের রৈখিক প্রসারণের গুণাঙ্ক : এই গুণাঙ্ক তাপমাত্রার 1°C পরিবর্তনে দৈর্ঘ্যের যে পরিবর্তন হয় ও মূল দৈর্ঘ্যের অনুপাত।

মনে কর l_0, 0°C-এ মূল দৈর্ঘ্য এবং l_t, t°C-এ বর্ধিত দৈর্ঘ্য। অতএব t°C তাপমাত্রা উঠিতে প্রসারণ $l_t - l_0$। t°C উঠিতে বর্ধিত দৈর্ঘ্য ও মূল দৈর্ঘ্যের অনুপাত $= \dfrac{l_t - l_0}{l_0}$;

প্রসারণ ও 0°C-এ মূল দৈর্ঘ্যের অনুপাত 1°C-এর জন্য $= \dfrac{l_t - l_0}{l_0 \times t}$

$$\text{অতএব রৈখিক প্রসারণের গুণাঙ্ক } \alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0 t}$$

অথবা $l_t = l_0(1 + \alpha t)$

অথবা কোন পরিমাণ তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য গড় রৈখিক গুণাঙ্ক

$$= \frac{\text{দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি}}{0^\circ\text{C-এ মূলদৈর্ঘ্য} \times \text{সেন্টিগ্রেডে তাপমাত্রা বৃদ্ধি}}$$

দৈর্ঘ্যের একক ও তাপমাত্রার স্কেলের উপর α কি নির্ভরশীল ?

$\alpha = \dfrac{\text{দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি}}{\text{মূলদৈর্ঘ্য} \times \text{তাপমাত্রার পরিবর্তন}}$। লক্ষ্য কর যে $\dfrac{\text{দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন}}{\text{মূল দৈর্ঘ্য}}$ হইল একটি অনুপাত। C. G. S. বা F. P. S. যেকোন পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য মাপা হউক না কেন এই অনুপাতের মান সমান।

(ক) তাপমাত্রার স্কেল এক হইলে, সেন্টিমিটার ও ইঞ্চি উভয় ক্ষেত্রেই রৈখিক প্রসারণ সমান।

(খ) প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে রৈখিক প্রসারণ প্রতি ডিগ্রী ফারেনহাইটে প্রসারণ অপেক্ষা 9/5 গুণ বেশী। অতএব তাপমাত্রার স্কেলের উপর রৈখিক প্রসারণের গুণাঙ্ক নির্ভর করে।

উদাহরণ 1. প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে রৈখিক প্রসারণের গুণাঙ্ক 0·000012 অর্থে 1 সে. মি. লোহার রড 1°C-এ উত্তপ্ত হইলে 0·000012 সে. মি. প্রসারিত হয়।

3.3. বিভিন্ন তাপমাত্রায় প্রসারণের গুণাঙ্ক (Co-efficient of expansion at different temperature) **:** সাধারণতঃ আমরা গুণাঙ্ক বুঝাইতে

0°C-এ মূল দৈর্ঘ্যের পরিমাণ ধরি। কার্যত 0°C-এ দৈর্ঘ্য পরিমাপ সুবিধাজনক নহে। তাই পরীক্ষার আগের অর্থাৎ ঘরের তাপমাত্রায় মূল দৈর্ঘ্যের মাপ লওয়া হয়। কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে ইহাতে বেশী ভুল হয় না।

ধর, l_0, l_1 এবং l_2 যথাক্রমে 0°C, t_1°C ও t_2°C-এ রডের দৈর্ঘ্য। t_2, t_1 হইতে বেশী।

অতএব $l_1 = l_0(1+\alpha t)$; এবং $l_2 = l_0(1+\alpha t_2)$ 3.3(i)

অতএব $\dfrac{l_2}{l_1} = \dfrac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1} = (1+\alpha t_2)\,(1+\alpha t_1)^{-1}$ 3.3(ii)

$= (1+\alpha t_2)(1-\alpha t_1) = 1+\alpha(t_2-t_2)$ [α-র উচ্চতর ঘাতগুলি নগণ্য ধরিয়া]

অতএব $l_2 = l_1\,\{1+\alpha(t_2-t_1)\}$ অথবা $\alpha = \dfrac{l_2-l_1}{l_1(t_2-t_1)}$

এখন, রৈখিক গুণাঙ্ক = $\dfrac{\text{দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি}}{\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{তাপমাত্রার বৃদ্ধি}}$ 3.3(iii)

3.4. পৃষ্ঠ প্রসারণ গুণাঙ্ক :

সমতলের প্রসারণে 0°C-এ 1°C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে সমতলের বৃদ্ধি ও 0°C-এ সমতলের পরিমাণের অনুপাত হইল পৃষ্ঠ প্রসারণ গুণাঙ্ক।

S_0 এবং S যথাক্রমে 0°C-এ মূল সমতলীয় আয়তন ও t°C-এ আয়তন হইলে ও t°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির পরিমাণ হইলে, পৃষ্ঠ প্রসারণের গড় গুণাঙ্ক হইবে,

$$\beta = \frac{S_t - S_1}{S_0 \times t}$$

অথবা $S_t = S_0(1+\beta t)$ 3·4 (1)

3.3 অনুযায়ী, $\beta = \dfrac{S_2 - S_1}{S_1(t_2-t_1)}$, S_2 t_2°C-এ ও S_1 t_1°C-এ পৃষ্ঠদেশের আয়তন।

α ও β র সম্পর্ক : মনে কর একটি সুষম কঠিন পদার্থের চতুষ্কোণ পৃষ্ঠের প্রতিটি পার্শ্বের দৈর্ঘ্য t_0°C-এ l_0 এবং t°C-এ l_t। অতএব 0°C-এ পৃষ্ঠদেশের আয়তন $S_0 = l_0^2$ এবং t°C-এ $S_t = l_t^2$।

কিন্তু $l_2 = l_0(1+\alpha t)$, α = রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক

অতএব $S_t = \{l_0(1+\alpha t)\} = l_0^2(1+2\alpha t+\alpha^2 t^2)$ 3.4 (2)

[α^2 ও αর উচ্চতর ঘাত নগণ্য ধরিয়া]

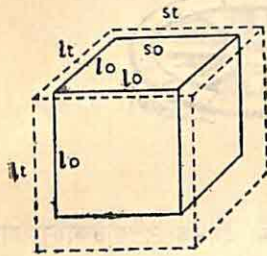
$\therefore\ S_t = l_0^2(1+2\alpha t)$ 3.4 (3)

3.4(1) হইতে $S_t = S_0(1+\beta t)$ ... ... 3.4(4)

3.4(2) ও 3·4(3) হইতে $1+\beta t = 1+2\alpha t$ [কারণ $S_0 = l_0^2$]

অথবা $\beta = 2$

পৃষ্ঠ প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 2 \times$ রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক।

3.5. ঘনকীয় আয়তন প্রসারণ গুণাঙ্ক : ইহা 1°C তাপমাত্রায় আয়তনের পরিবর্তন ও 0°C-এ মূল আয়তনের অনুপাত।

চিত্র 3·5(i)

যদি V_0, V_t যথাক্রমে 0°C ও t°C-এ বস্তুর আয়তন হয়, তবে আয়তন প্রসারণের গড় গুণাঙ্ক

$$\gamma = \frac{V_t - V_0}{V_0 \times t}\ ; \qquad 3.5(1)$$

অথবা $V_t = V_0(1+\gamma t)$

3.3 অনুচ্ছেদ অনুযায়ী,

$$\gamma = \frac{V_2 - V_1}{V_1(t_2 - t_1)}\ ; \qquad 3.5(2)$$

V_2 t_2°C ও V_1, t_1°C-এ আয়তন।

α ও γ র সম্পর্ক : একটি কঠিন ঘনকের প্রত্যেক বাহু 0°C-এ l_0 এবং t°C-এ l_t [চিত্র 3.5(i)।

অতএব $V_0 = l_0^3$, $V_t = l_t^3$ যখন $l_t = l_0(1+\alpha t)$ ... 3.5

অতএব $V_t = \{l_0(1+\alpha t)\}^3 = (1+3\alpha t+3\alpha^2 t^2+\alpha^3 t^3)$

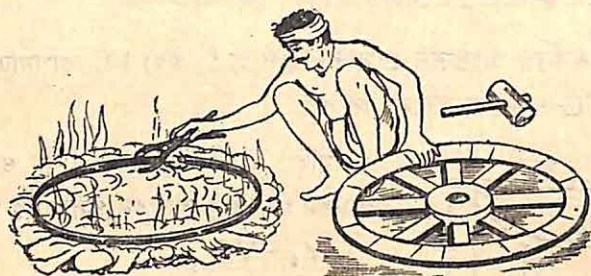
$= l_0^3(1+3\alpha t) = V_0(1+3\alpha t)$ [α^2 ও α^3 এর মান নগণ্য ধরিয়া।] 3.5(3)

কিন্তু $V_t = V_0(1+\gamma t)$. ... ... 3.5(4)

অতএব $\gamma = 3\alpha$ অর্থাৎ ঘনকীয় (cubical) প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 3 \times$ রৈখিক প্রসারণের গুণাঙ্ক।

3·6. কঠিন পদার্থের প্রসারণের প্রয়োগ (Application of expansion of solids) :

(1) গরুর গাড়ীর কাঠের চাকায় লোহার বেড় পরানো থাকে। ঐ বেড় চাকার উপর শক্তভাবে আঁটিয়া থাকা প্রয়োজন। উহা পরাইবার সময় তাপপ্রয়োগে লোহার প্রসারণ ও শীতল অবস্থায় সঙ্কোচনের সুবিধা লওয়া হয়। বেড়টি চাকা হইতে একটু

ছোট রাখা হয়। প্রথমে গরম করিয়া উহার আকার বড় করা হয়। তখন উহা সহজে চাকার গায়ে বসিয়া যায়। পরে জল ঢালিয়া বেড়টিকে ঠাণ্ডা করিলে উহা শক্তভাবে চাকায় লাগিয়া যায়। চিত্র 3.6 (i)

চিত্র 3.6 (i)

(2) অনেক সময় কাঁচের শিশিতে ধাতুনির্মিত ঢাক্‌না এমনভাবে আটকাইয়া যায় যে, তাহা কিছুতেই খোলা যায় না। তোমরা এই অবস্থায় ধাতুর ঢাক্‌নাকে উনুনে একটু গরম করিয়া দেখিতে পার। একই তাপে কাঁচ হইতে ধাতুর প্রসারণ বেশী হয় বলিয়া, ঢাক্‌নার আয়তন ঐ তাপে একটু বাড়িয়া যায়। ফলে উহা সহজেই খুলিতে পারা যায়।

(3) পুরু কাঁচের গ্লাসে হঠাৎ গরমজল ঢালিলে উহা ফাটিয়া যায়। তাহার কারণ হইল কাঁচ ভাল তাপ পরিবাহী নহে। গরমজলের তাপে গ্লাসের ভিতরের দিক্ সহসা কিছুটা প্রসারিত হইলেও উহার বাহিরের দিকে ঠাণ্ডা থাকে ও প্রসারণ ঘটে না। এই অসমান প্রসারণের ফলে গ্লাস ফাটিয়া যায়।

একই কারণে জ্বলন্ত হ্যারিকেনের মোটা চিমনীর উপর এক ফোঁটা জল পড়িলেই উহা ফাটিয়া যাইতে পারে।

(4) অনেক সময় কাঁচের ভিতর ধাতুর তার উত্তাপের সাহায্যে নিশ্ছিদ্র ভাবে আঁটিয়া জোড়া দিবার প্রয়োজন হয়। তামার তার এইভাবে জোড়া দিলে ঠাণ্ডা হওয়ার পর তামা ও কাঁচের সঙ্কোচনের বিশেষ তারতম্য আছে বলিয়া কাঁচ ফাটিয়া যায়। কিন্তু প্ল্যাটিনাম ও কাঁচের সঙ্কোচন প্রায় সমান বলিয়া কাঁচে সহজেই প্ল্যাটিনাম জোড়া দেওয়া যায়।

উদাহরণ 1. 20°C তাপমাত্রায় দস্তানির্মিত স্কেলে একটি কাঁচের দণ্ড মাপিলে উহা একমিটার লম্বা দেখায়। 0°Cএ স্কেলটি নির্ভুল মাপ দিলে, 0°Cএ কাঁচের দণ্ডটির সঠিক দৈর্ঘ্য কত ?

কাঁচের রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক 8×10^{-6} এবং দস্তার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক 26×10^{-6}

0°Cএ দস্তার স্কেলের 1 সেমি. ভাগ 20°Cএ $(1+{\cdot}000026\times20)=1{\cdot}00052$ সে.মি.

∴ দস্তার স্কেলে 1 মিটার অথবা 100 সেমি. $(20^\circ\text{C})=100\times1{\cdot}00052$ $=100{\cdot}052$ সে.মি.

অতএব 20°Cএ কাঁচের দণ্ডের নির্ভুল দৈর্ঘ্য $=100{\cdot}052$ সে.মি.

0°Cএ কাঁচের দণ্ডের নির্ভুল দৈর্ঘ্য $\times(1+{\cdot}00000\times20)=100{\cdot}052$

অতএব 0°Cএ কাঁচের দণ্ডের নির্ভুল দৈর্ঘ্য $=\dfrac{100{\cdot}052}{1+0{\cdot}000008\times20}$

$=100{\cdot}036$ সে.মি.

উদাহরণ 2. একটি ইস্পাতের স্কেল 0°Cএ সঠিক মিলিমিটার মাপ দেয়। 17°Cএ একটি প্ল্যাটিনাম তার এই স্কেলে 621। প্ল্যাটিনাম তারের সঠিক দৈর্ঘ্য কত ? 0°Cএ ঐ তারের সঠিক দৈর্ঘ্য কী হইবে ?

(ক) ইস্পাতের রৈখিক প্রসারণের গুণাঙ্ক $=0{\cdot}000012$.

17°Cএ ইস্পাতস্কেলের ক্ষুদ্র ভাগ 0°Cএ সঙ্কুচিত হইয়া 1 মি.মি. হয়।

∴ 621 স্কেলের ভাগ 17°C অপেক্ষা সঙ্কুচিত হইয়া 0°Cএ 621 মি.মি. হয়।

অতএব 621 স্কেলের অংশ 17°Cএ সঠিক দৈর্ঘ্য হইবে

$$=621\ (1+{\cdot}000012\times17)=621{\cdot}127$$

(খ) প্ল্যাটিনামের রৈখিক প্রসারণের গুণাঙ্ক $=0{\cdot}000008$

∴ O°C এ প্ল্যাটিনাম তারের দৈর্ঘ্য $\times\{1+000008\times17\}=621.042$

অতএব O°C এ প্ল্যাটিনাম তারের দৈর্ঘ্য $=\dfrac{621{\cdot}127}{1{\cdot}000136}=621{\cdot}042$

উদাহরণ 3. একটি ঘড়ি 25°C এ সঠিক সময় দেয়। উহার পেণ্ডুলাম দণ্ড ব্রাস (brass) নির্মিত। তাপমাত্রা হিমাঙ্কে নামিয়া আসিলে প্রত্যহ উহার কত সেকেণ্ড সময় বাড়িবে ?

ব্রাসের রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক $={\cdot}000019$.

$l_0=$ O°C এ দৈর্ঘ্য, $l_{25}=25^\circ$C এ দৈর্ঘ্য

$t_0=l_0$ দৈর্ঘ্য উহার একটি পর্যায়কাল (period) ; $t_{25}=l_{25}$ দৈর্ঘ্যে উহার একটি পর্যায়।

অতএব, $\frac{t_{25}}{t_0}=\frac{\sqrt{l_{25}}}{\sqrt{l_0}}=\sqrt{\frac{1+0.000019\times 25}{l_0}}$

$=(1+0.000475)^{2}=$ প্রায় $(1+\frac{1}{2}\times .000475)=1.0002375$

যেহেতু ঘড়িটি 25°C এ সঠিক সময় নির্দেশ করে, $t_{25}=1$ সেকেণ্ড

অতএব, $t_0=\frac{1}{1.0002375}$ সেকেণ্ড

প্রতি দিনে 86400 সেকেণ্ড। ঘড়িটি যখন 25°C এ সঠিক সময় দেয়, তখন উহা প্রতিদিন 86400 বার দোল খায়। O°C এ উহার পর্যায়কাল $\frac{1}{1.0002375}$ সেকেণ্ড।

প্রতিদিন O°C এ উহার দোলার সংখ্যা হইবে $86400\div\frac{1}{1.0002375}=86420.52$.

অতএব প্রতিদিন ঘড়িটির সময় বাড়িবে (86420·52-86400)=20·52 সেকেণ্ড।

উদাহরণ 4. এলাহাবাদ ও দিল্লীর দূরত্ব 390 মাইল। শীতকালে 36°F হইতে গ্রীষ্মকালে 117°F এ তাপমাত্রার পরিবর্তনে রেলপথের সারা দৈর্ঘ্যে কত ফাঁক থাকা প্রয়োজন ?

$36°F=(36-32\times\frac{5}{9})=\frac{20}{9}°C$; $117°F=(117-32)\times\frac{5}{9}=\frac{425}{9}°C$

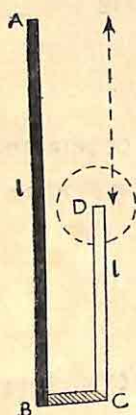
390 মাইল $=390\times 5280\times 12\times 2.54$ সে.মি.।

রেলপথে প্রয়োজনীয় ফাঁক $=(\frac{425}{9}-\frac{20}{9})°C$ এ 390 মাইল লম্বা রেলপথের প্রসারণ

$=390\times 5280\times 12\times 2.54\times .000012\times(\frac{425}{9}-\frac{20}{9})$

$=0.21$ মাইল।

3.7. ঘড়ির দোলকে প্রসারণ জনিত ক্ষতিপূরণ :

ঘড়ির সঠিক সময় রক্ষা উহার দোলকের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। ঐ দৈর্ঘ্য হইল যে বিন্দুতে দোলকটি বাঁধা আছে, সেই বিন্দু ও উহার অভিকর্ষ কেন্দ্র বিন্দুর দূরত্ব। দোলকের পর্যায়কাল $t=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; l বাড়িলে t বাড়িবে। দোলকের পর্যায়কাল সুষম রাখিতে হইলে তাপমাত্রার সহিত l দৈর্ঘ্য সমান থাকা প্রয়োজন। গ্রীষ্মকালে ঐ দৈর্ঘ্য বাড়ে বলিয়া ঘড়ির পর্যায়কাল বাড়ে ও শীতকালে ঐ সময় কমে। ফলে ঘড়ি যথাক্রমে 'ফাস্ট' ও 'স্লো' চলে। প্রসারণের জন্য ঐ দৈর্ঘ্য যাহাতে কম বেশী না হয়, তাপমাত্রার প্রসারণ স্থির রাখিতে ক্ষতি পূরণকারী পেণ্ডুলাম (compensated pendulum) তৈয়ার করা হয়। উহার একটি উদাহরণ হইল হ্যারিসনের গ্রিড্ আয়রন

চিত্র 3·7 (i)

পেণ্ডুলাম্। 3.7 (i) চিত্রে উহার কার্যপ্রণালী দেওয়া হইল। ঐ চিত্রে AB ও CD দুইটি ভিন্ন ধাতুর দণ্ড। ঐ ভিন্ন ধাতু দুইটি লোহা ও পিতল হইতে পারে। ঐ দুইটি দণ্ড BC দ্বারা সংযুক্ত। A বিন্দু নির্দিষ্ট হইলে তাপমাত্রা বাড়ার সঙ্গে AB নিচের দিকে প্রসারিত হইবে এবং CD উপরের দিকে প্রসারিত হইবে। এখন দণ্ড দুইটির দৈর্ঘ্য এরূপ রাখা হয় যাহাতে $t°$C এ ABর নিচের দিকে প্রসারণ ও CDর উপরের দিকের প্রসারণ সমান হয়। AB ও CDর প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে a, a' হইলে ও উহাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l ও l' হইলে,

$lat=l'a't$ অথবা $la=l'a'$ 3.7 (1)

অথবা $\dfrac{l}{l'}=\dfrac{a'}{a}$

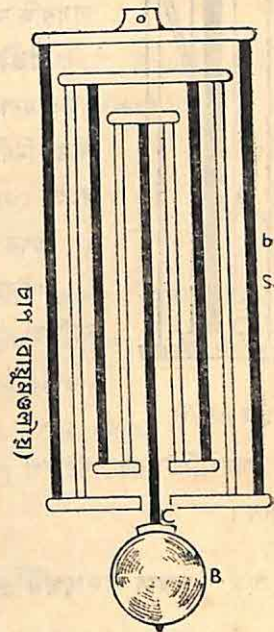
অর্থাৎ দণ্ড দুইটির দৈর্ঘ্য উহাদের ধাতুর প্রসারণ গুণাঙ্কের বিপরীত অনুপাতী হইবে। CDর দৈর্ঘ্য কম বলিয়া উহা বেশী প্রসারণশীল ধাতু দ্বারা নির্মিত হওয়া প্রয়োজন।

3.7. (ii) চিত্রে ঐরূপ পেণ্ডুলামের যে ছবি দেওয়া হইল, উহাতে লোহা ও পিতলের পর পর দণ্ডগুলি যথাক্রমে মোটা ও সরু রেখায় দেখান হইয়াছে। কেন্দ্রস্থ লোহার দণ্ড Cতে দোলকটি ঝুলান থাকে। ঐ দণ্ড ছাড়া অন্যান্য দণ্ডগুলি লোহা ও পিতলের গুড়িতে থাকে। মোট 5টি লোহার দণ্ড ও প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য l_1 সে. মি. হইলে এবং 4টি পিতলের দণ্ডের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য l_2 সে. মি. হইলে লোহার দণ্ডগুলির মোট দৈর্ঘ্য $3l_1$ ও পিতলের দণ্ডগুলির মোট দৈর্ঘ্য $2l_2$ হইবে। পিতলের প্রসারণ গুণাঙ্ক ·000019 এবং লোহার প্রসারণ গুণাঙ্ক ·000012 হওয়ায়

$$\frac{3l_1}{2l_2}=\frac{\cdot 000019}{\cdot 000012}=\frac{19}{12} \qquad 3\cdot7\ (2)$$

ভাল ঘড়ি তৈয়ার করিতে প্রসারণ এড়াইয়া এইরূপ যান্ত্রিক কৌশল প্রয়োগ করা হয়।

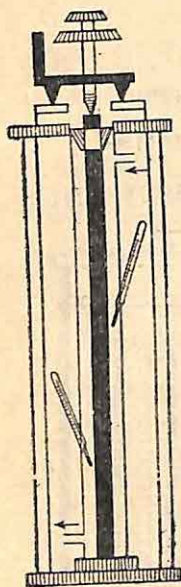
চিত্র 3.7 (ii)

উদাহরণ 1. একটি গ্রিড্ আয়রন পেণ্ডুলামে প্রত্যেকটি 1 মিটার দৈর্ঘ্যের পাঁচটি লোহার দণ্ড ও চারটি পিতলের দণ্ড আছে। পিতলের দণ্ডগুলির প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য কত হইবে? (লোহার প্রসারণ গুণাঙ্ক ·000012 এবং পিতলের প্রসারণ গুণাঙ্ক ·000019।)

একপার্শ্বের লোহার দণ্ডগুলির মোট দৈর্ঘ্য $=3\times1=3$ মিটার

একপার্শ্বের পিতলের প্রত্যেক দণ্ডের দৈর্ঘ্য l মিটার হইলে উহাদের মোট দৈর্ঘ্য $=2l$

$$\therefore \quad \frac{2l}{3}=\frac{\cdot000012}{\cdot000019}, \text{ অথবা } l=\frac{3\times12}{2\times19}=\frac{18}{19} \text{ মিটার।}$$

3.8. কঠিন পদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় পদ্ধতি :

পুলিনজার যন্ত্রে কঠিন পদার্থের রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় : এই পদ্ধতিতে ধাতুদণ্ডের দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি স্ফেরোমিটার দিয়া পরিমাপ করা হয়। 3.8 (i) চিত্রে দেখ একটি একমিটার দীর্ঘ দণ্ড বাষ্প আবরণের মধ্যে রাখা হয়। ঐ আবরণে বাষ্প উপরে তীরচিহ্নিত মুখে প্রবেশ করিয়া নিচের মুখ দিয়া নির্গত হয়। দুইপার্শ্বে দুইটি তাপমান যন্ত্র ঢুকান থাকে। নিচের দিকে দণ্ডটি দৃঢ় সংবদ্ধ থাকে যাহাতে দণ্ডটি শুধু উপরের দিকে বাড়িতে পারে। ঐ স্থানে স্ফেরোমিটারের সাহায্যে দণ্ডের হ্রাসবৃদ্ধি মাপা যায়।

চিত্র 3.8 (i)

পরীক্ষা : প্রথমে দণ্ডটি স্কেলে মাপিয়া বাষ্প আবরণে রাখ। গৃহতাপমাত্রায় তাপমান যন্ত্রে তাপ নির্ণয় কর। দুইটি তাপমান-যন্ত্রের নির্ণীত তাপের গড় t_1°C লও। স্ফেরোমিটারের কেন্দ্রপদ দণ্ডের কেন্দ্রস্থলে বসাও ও স্ফেরোমিটারের মাপ লও।

এখন কিছুক্ষণ ধরিয়া উত্তপ্ত বাষ্প চালাইয়া দণ্ডটিকে উত্তপ্ত কর। এইবার তাপমান যন্ত্রে t_2°C তাপ লক্ষিত হইবে। দণ্ডটি বাড়িয়া, স্ফেরোমিটারে যে মান হইবে, মনে কর তাহা x

$$\text{ফলে } \alpha=\frac{x}{l(t_2-t_1)}$$

স্ফেরোমিটারের পরিমাপ পদ্ধতির নির্ভুলতার উপর α নির্ণয়ের নির্ভুলতা নির্ভর করিবে।

3.9. তরল পদার্থের প্রসারণ (Expansion of liquids) :

তরল পদার্থ পাত্রে রাখিতে হয়। উহা যে পাত্রে থাকে সেই পাত্রের আকার পায়। তাই তরল পদার্থের প্রসারণ ঘনকীয়, উহার রৈখিক বা পৃষ্ঠ প্রসারণ সম্ভব হয় না।

তরল পদার্থ যে পাত্রে থাকে তাপমাত্রা বাড়িলে ঐ তরল পদার্থের সহিত পাত্রের কঠিন পদার্থেরও প্রসারণ ঘটে। ফলে আমরা তরল পদার্থের যে প্রসারণ লক্ষ্য করি

উহা তাহার আপাত প্রসারণ (apparent expansion)। আপাত প্রসারণ বাস্তব প্রসারণ (real expansion) অপেক্ষা কম।

তরলের আপাত প্রসারণ = তরলের বাস্তব প্রসারণ − পাত্রের প্রসারণ

তরল পদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক (Coefficient for expansion of liquids):

(ক) তরল পদার্থের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক হইল 1°C তাপমাত্রার বৃদ্ধিতে উহার আয়তনের আপাত বৃদ্ধি ও 0°C-এ উহার মূল আয়তনের অনুপাত, অথবা

$$\gamma_a = \frac{\text{আয়তনের বৃদ্ধি}}{V_0 \times t} \qquad 3.9\ (1)$$

V_0 = উহার মূল আয়তন ও t = তাপমাত্রা

(খ) তরল পদার্থের বাস্তব প্রসারণ হইল 1°C তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে উহার আয়তনের বাস্তব বৃদ্ধি ও 0°C-এ উহার মূল আয়তনের অনুপাত,

$$\text{অথবা} \quad \gamma_r = \frac{\text{আয়তনের বাস্তব বৃদ্ধি}}{V_0 \times t} \qquad 3.9\ (2)$$

0°Cএর পরিবর্তে যে কোন t°Cএ মূল আয়তন ধরিলে 3.9 (1) ও 3.9 (2) সমীকরণের সহিত প্রসারণ গুণাঙ্কের পার্থক্য থাকে না। অতএব বাস্তব ও আপাত উভয় প্রসারণের ক্ষেত্রে

$$\text{প্রসারণ গুণাঙ্ক} = \frac{\text{আয়তনের বৃদ্ধি}}{\text{মূল আয়তন} \times \text{তাপমাত্রা বৃদ্ধি}} \qquad 3.9\ (3)$$

γ_a ও γ_rএর সম্পর্ক: V_0 আয়তনের তরল পদার্থ t°C তাপমাত্রায় উত্তপ্ত হইলে উহার বাস্তব প্রসারণ = $V_0\gamma_r t$ ও আপাত প্রসারণ = $V_0\gamma_a t$। পাত্রের প্রসারণ = $V_0\gamma t$, γ = পাত্রের পদার্থের ঘনকীয় প্রসারণ গুণাঙ্ক।

যেহেতু বাস্তব প্রসারণ = আপাত প্রসারণ + পাত্রের প্রসারণ

$$V_0\gamma_r t = V_0\gamma_0 t + V_0.\gamma.t$$

$$\text{অথবা} \quad \gamma_r = \gamma_a + \gamma \qquad 3.9\ (4)$$

3.10. তাপমাত্রার সহিত ঘনত্বের পরিবর্তন:

আমরা জানি যে, ঘনত্ব $= \frac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}}$

মনে কর m গ্রাম তরল পদার্থ 0°Cএ V c. c. (ঘন সেন্টিমিটার) আয়তনে আছে। তখন উহার ঘনত্ব $d_0 = \frac{m}{V_0} \quad \frac{\text{গ্রাম্}}{\text{ঘন সেন্টিমিটার}}$ 3.10 (1)

$t°$Cএ একই ভরের আয়তন V_t হইবে। তখন

ঘনত্ব $d_t = \frac{m}{V_t} \quad \frac{\text{গ্রাম}}{\text{ঘন সেন্টিমিটার}}$ · 3.10 (2)

কিন্তু $V_t = V_0(1+\gamma_r t)$ 3.10 (3)

γ_r = তরল পদার্থের বাস্তব প্রসারণের গুণাঙ্ক।

3.10 (1) ও 3.10 (3) হইতে $\frac{d_0}{d_t} = \frac{V_t}{V_0} = \frac{V_0(1+\gamma_r t)}{V_0} = 1+\gamma_r t$

অথবা $d_0 = d_t(1+\gamma_r t)$ 3.10 (4)

অথবা $d_t = d_0(1+\gamma_r t)^{-1}$ অথবা $d_t = d_0(1-\gamma_r t)$ 3.10 (5)

$\therefore \quad \gamma_r = \frac{d_0 - d}{d_0 t}$

উদাহরণ 1. O°C এ পারদের ঘনত্ব 13.59 ; পারদের প্রসারণ গুণাঙ্ক 1/5550 হইলে 30 কিলোগ্রাম পারদের 100°C এ কত আয়তন হইবে ?

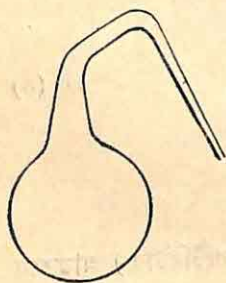
d_{100} = 100°C এ পারদের ঘনত্ব, d_0 = O°C এ পারদের ঘনত্ব

$d_0 = d_{100}(1+\gamma rt)$

$$d_{100} = \frac{d_0}{1+\gamma rt} = \frac{13.59}{1+\left(\frac{1}{5550}\times 100\right)} = \frac{13.59\times 5550}{5650}$$

$$\text{পারদের আয়তন} = \frac{30\times 1000}{d_{100}} = \frac{30\times 1000}{\frac{13.59\times 5550}{5650}} = 2247.27 \text{ c.c.}$$

3.11. তরল পদার্থের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of co-efficient of Apparent Expansion of liquids) :

ওজন তাপমান পদ্ধতি (Weight thermometer Method) : 3.11 (i) চিত্রে একটি কাঁচের বাল্‌ব্, কৈশিক নল ও মুখে সরু ছিদ্র (nozzle) সহ দেখান হইয়াছে। উহাই ওজন তাপমান যন্ত্র। উহা প্রথমে পরিষ্কার করিয়া শুষ্ক করা হয়। পরে কৈশিক নলটি তৈয়ার করিয়া লওয়া হয়। খালি অবস্থায় উহার ওজন লইলে ধর ω গ্রাম হইল। এখন উহার ছিদ্রমুখটি কোনো তরল পদার্থে ডুবাইয়া বাল্‌বটি পর্যায়ক্রমে গরম ও ঠাণ্ডা করিলে উহা তরল পদার্থে পূর্ণ হইবে। এখন ছিদ্রমুখ তরল পদার্থে ও বাল্‌ব্‌টি জলের টবে গৃহতাপমাত্রায় রাখিলে, ধর জলের তাপমাত্রা একটি পারদ তাপমান যন্ত্রে t_1°C মাপ লওয়া হইল। এখন বাল্‌ব্‌টিকে জল হইতে তুলিয়া ও শুকাইয়া উহার যে ওজন লওয়া হইল ধর উহা w_1 গ্রাম্।

চিত্র 3.11 (i)

এবার বাল্‌ব্‌টি জলে ডুবাইয়া জলে উত্তাপ দেওয়া হইল এবং ছিদ্রমুখ বাহিরে রাখা হইল। তাপমাত্রা বাড়িলে বাল্‌বের তরল পদার্থ প্রসারিত হইয়া খোলা ছিদ্রমুখ দিয়া তরলের কিছু অংশ বাহির হইয়া যাইবে। এখন পারদ তাপমান যন্ত্রে গরম জলের তাপ মাপিলে, ধর উহা t_2°C হইল। পরে বাল্‌বটি গরম জল হইতে তুলিয়া ঠাণ্ডা জলে গৃহতাপমাত্রায় রাখিলে, তরল পদার্থটি ক্ষুদ্রতর আয়তনে সঙ্কুচিত হইবে। এবার মনে কর উহার ওজন হইল w_2 গ্র্যাম।

t_1°Cএ ওজন তাপমান যন্ত্রে তরলপদার্থের ভর $= w_1 - w = m_1$ গ্রাম 3.11 (1)

t_2°Cএ " " " " " $= w_2 - w = m_2$ গ্রাম 3.11 (2)

বাল্‌বের প্রসারণ নগণ্য ধরিয়া, দেখা যাইবে যে, t_1°Cএ m_1 গ্রাম তরলের আয়তন t_2°Cএ m_2 গ্রাম তরলের আয়তনের সমান।

t_1°Cএ m_1 গ্রাম তরলের আয়তন $= \frac{m_1}{\rho}$ ঘন সে.মি.

$\rho = t_1$°Cএ তরলের ঘনত্ব।

t_2°Cএ m_2 গ্রাম তরলের আয়তনও একই হইবে।

কিন্তু t_1°Cএ m_2 গ্রাম্‌ তরলের আয়তন $= \frac{m_2}{\rho}$ ঘন সে.মি.

অতএব m_2 গ্রাম্‌ তরল t_1°C হইলে, উহা t_2°Cএ উত্তপ্ত হইলে

উহার আপাত প্রসারণ $= \frac{m_1}{\rho} - \frac{m_2}{\rho}$ হইবে। 3.11 (3)

অথবা ঐ তরলের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক

$$\gamma_a = \frac{m_1/\rho - m_2/\rho}{\frac{m_2}{\rho}(t_2 - t_1)} = \frac{m_1 - m_2}{m_2(t_2 - t_1)} \qquad 3.11\ (4)$$

$$= \frac{\text{উত্তাপের দ্বারা বহির্গত তরলের ভর}}{\text{অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{তাপমাত্রা বৃদ্ধির মান}}$$

ওজনের দ্বারা এই গুণাঙ্ক নির্ণীত হয় বলিয়া উহাকে গুণাঙ্ক নির্ণয়ের ওজন তাপমান পদ্ধতি বলে। সহজে উবিয়া যায় না, এরূপ তরল পদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক এই পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়।

3.12. তরল পদার্থের বাস্তব প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of co-efficient of Real Expansion of liquids) : উল্লিখিত পরিমাপ হইতে তরলের বাস্তব প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

মনে কর $t_2 - t_1 = t$

অতএব $V_2 = V_1(1+\gamma.t)$; γ = কাঁচের ঘনকীয় প্রসারণ গুণাঙ্ক

3·10 অনুচ্ছেদ হইতে দেখিবে

$d_1 = d_2(1+\gamma_r t)$; γ_r = তরলের বাস্তব প্রসারণ গুণাঙ্ক

3.10 (1) সমীকরণ হইতে

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_1 d_1}{V_2 d_2} = \frac{V_1 d_2\{1+\gamma_r t\}}{V_1 d_2\{1+\gamma.t\}} = \frac{1+\gamma_r t}{1+\gamma.t} \quad \cdots \quad 3.12\ (1)$$

অথবা $m_2 + m_2\gamma_r t = m_1 + m_1\gamma.t$ $\quad \cdots \quad$ 3.12 (2)

অথবা $m_2\gamma_r = \frac{m_1 - m_2}{t} + m_1\gamma$ বা $\gamma_r = \frac{m_1 - m_2}{m_2.t} + \frac{m_1}{m_2}\gamma$ $\cdots$ 3.12 (3)

কেবল আপাতঃ প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় করিতে γ নগণ্য ধরিলে

$$\gamma_a = \frac{m_1 - m_2}{m_2 \times t} \quad \cdots \quad 3.12\ (4)$$

উদাহরণ 1. ওজন তাপমান বাল্‌ব হিমাঙ্ক হইতে স্ফুটনাঙ্কে উত্তপ্ত হইলে উহা হইতে 5 গ্রাম্ পারদ বাহির হইয়া যায়। 30°C তাপমাত্রার তৈলাধারে (oilbath) ঐ বাল্‌বটি রাখা হইল। ঐ আধারে উত্তাপ দেওয়ায় 8 গ্রাম্ পারদ বহির্গত হইল। আধারের তাপমাত্রা কত ?

(100°C − 0°C) = 100°Cএ বহির্গত পারদের ভর = 5 গ্রাম্

1°Cএ বহির্গত পারদের ভর = 5 ÷ 100 = ·05 গ্রাম্

8 গ্রাম্ পারদ বহির্গত হইতে আধারের তাপমাত্রা = $\frac{\cdot 8}{\cdot 05}$ = 160°C

অতএব আধারের তাপমাত্রা = 160 + 30 = 190°C.

উদাহরণ 2. কাঁচে পারদের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক 1/6500। ওজন তাপমান বাল্‌ব 0°Cএ 400 গ্রাম্ পারদে পূর্ণ থাকে। 90°C তাপমাত্রায় উহা হইতে কত পারদ বাহির হইয়া যাইবে ?

$$\gamma_a = \frac{m_0 - m_t}{m_t(t - t_0)} ; \text{ অথবা } \frac{1}{6500} = \frac{400 - m_t}{m_t(90 - 0)}$$

$$\therefore\ m_t = \frac{2600000}{6590} = 394{\cdot}53$$

$\therefore$ বহির্গত পারদের ভর = $m_0 - m_t$ = 400 − 394·53 = 5·47 গ্রাম

3.13. জলের অসাধারণ প্রসারণ (Anomalous expansion of water); **জলজ প্রাণীর উপর ইহার প্রভাব** (Effect on marine life):

জলের প্রসারণে অসাধারণ বৈশিষ্ট্য আছে। ধর, 10°Cএ জল লওয়া হইল ও উহা ক্রমশঃ ঠাণ্ডা করা হইল। যতই ঠাণ্ডা হইতে থাকিবে, ততই উহার আয়তন সঙ্কুচিত হইবে। 4°C পর্যন্ত এইরূপ চলিয়া উহা হইতে তাপমাত্রা কমাইলে আর আয়তন সঙ্কুচিত না হইয়া বাড়িতে থাকিবে। ইহা জলের অসাধারণ বৈশিষ্ট্য—অন্য কোনো তরলের নহে। 4°Cএ জলের আয়তন সর্বনিম্ন, তাই ঐ তাপমাত্রায় জলের ঘনত্ব সর্বোচ্চ হইবে।

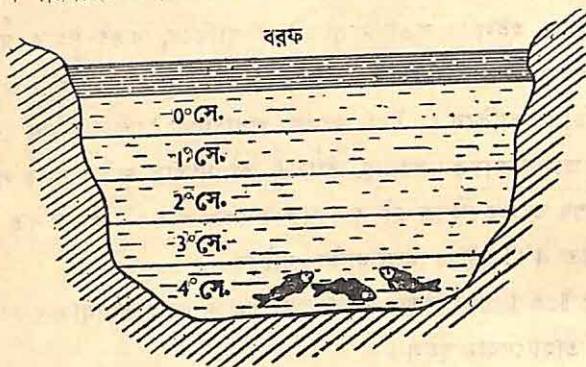
কেবল বিশুদ্ধ জলের ক্ষেত্রে এই অসাধারণত্ব দেখা যায়। জল দূষিত হইলে সর্বোচ্চ ঘনত্বের তাপমাত্রা 4°C হইতে নিচে নামিয়া যাইবে।

নিচের সারণীতে 1 গ্রাম্ বিশুদ্ধ জলের আয়তন ও ঘনত্ব তাপমাত্রার সহিত কীভাবে পরিবর্তিত হয় তাহা দেখান হইল।

তাপমাত্রা (সেন্টিগ্রেড্)	ঘনত্ব গ্রাম্/ঘন সে. মি.	আয়তন ঘন সে. মি.
0° (বরফ)	0·91670	1·09081
0° (জল)	0·99987	1·00013
2°	0·99993	1·00003
4°	1·0000	1·0000
10°	0·99973	1·00026
20°	0·99823	1·00180
40°	0·99220	1·00730
60°	0·98320	1·01700
80°	0·97180	1·02870
100° (জল)	0·95840	1·04320
100° (বাষ্প)	0·000599	1·67000

এই সারণী হইতে দেখা যাইবে যে 4°C এ জলের ঘনত্ব সবচেয়ে বেশী ও আয়তন সবচেয়ে কম। জলের প্রসারণ গুণাঙ্ক 4°C এ 0 ও 0°Cএ নেগেটিভ্। 10°Cএ জলের প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·0001 হইতে 80°Cএ 0·0006 এ পরিবর্তিত হয়।

সাধারণ তরল পদার্থ হইতে জলের প্রসারণে এই ব্যতিক্রম আছে বলিয়া শীতপ্রধান দেশে জলে মাছ প্রভৃতি প্রাণী বাঁচিয়া থাকিতে পারে। 3.13 (i) চিত্রে দেখিবে যে শীতপ্রধান দেশে বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা যখন হিমাঙ্কের নিচে নামিয়া যায়—উহার সংস্পর্শে জলের উপরিতল সাধারণ তরল পদার্থের মত সঙ্কুচিত হয় ও উহার ঘনত্ব বাড়ে। ফলে এই ঘনজল ভারী বলিয়া নিচের তলে চলিয়া যায়। ক্রমশঃ উপরিতলের জলের তাপমাত্রা 4°Cএ নামিলে, জলের ঘনত্ব সর্বাধিক হইয়া পড়ে। আরও নিচু তাপমাত্রায়

প্রসারণের ব্যতিক্রমের জন্য জলের ঘনত্ব কমে বলিয়া উহা উপরিতলেই ভাসিয়া থাকে এবং ক্রমশঃ বরফে পরিণত হয়। বরফ জল হইতে হাল্কা বলিয়া উপরে ভাসিয়া থাকে। বরফ ভাল তাপ পরিবাহী নহে বলিয়া, বাহিরের বায়ুমণ্ডলের শীতলতা নিচের জলে আর

চিত্র 3.13 (i)

শীতলতা সৃষ্টি করিতে পারে না। ধীরে ধীরে বরফের পরিমাণ বাড়ে ও নিম্নতলে তাপ পরিবহন কমিয়া যায়। ফলে জলের সবচেয়ে নিচু তলে 4°C তাপমাত্রা থাকিয়া যায়। উপরের দিকে জলের তাপমাত্রা বিভিন্ন স্তরে কম হইয়া উপরিতলের বরফের কাছাকাছি শূন্য ডিগ্রীতে থাকে। ফলে জলের নিচে মাছ প্রভৃতি প্রাণী বাঁচিতে পারে।

3.14. বায়বীয় পদার্থের তাপীয় প্রসারণ (Thermal expansion of Gases) :

কঠিন ও তরল পদার্থের প্রসারণের বেলায় উহাদের উপর বায়ুমণ্ডলের চাপ বিবেচনা করা হয় না—কারণ ঐ চাপের পরিবর্তনে উহাদের আয়তনের তফাৎ হয় না। কিন্তু বায়বীয় পদার্থের অবস্থা সঠিক নির্ণয় করিতে উহার চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রা এই তিনটি অবস্থা জানিতে হয়। এই তিনটি পরিবর্তনশীল অবস্থা যথাক্রমে P, V ও t দ্বারা প্রকাশ করা যায়। উহাদের মধ্যে একটি স্থির থাকিলে অন্য দুইটির পরিবর্তন হয়। এই পরিবর্তন নির্দিষ্ট নিয়মের অনুসরণ করিয়া ঘটিয়া থাকে। উহা **বায়ব পদার্থের নিয়ম** (gas laws) নামে অভিহিত হয়।

(1) t স্থির থাকিলে বায়ব পদার্থের চাপ P ও আয়তন V, এর সম্বন্ধ যে নিয়মে প্রকাশ করা হয় তাহা **বয়েলের নিয়ম** (Boyle's law) নামে পরিচিত।

(2) P স্থির থাকিলে বায়ব পদার্থের তাপমাত্রা t ও আয়তন V এর সম্বন্ধ যে নিয়মে প্রকাশ করা যায় তাহা **চার্লসের নিয়ম** (Charles' law) নামে পরিচিত।

(3) V স্থির থাকিলে বায়ব পদার্থের তাপমাত্রা t ও চাপ P এর সম্বন্ধ **চাপের নিয়ম** (Pressure law) দ্বারা প্রকাশিত হয়।

কোন নির্দিষ্ট ভরের বায়ব পদার্থের P, V ও t পরিবর্তনশীল হইলেও ইহারা পরস্পরের উপর নির্ভর করে। ইহাদের যে কোন দুইটির মান জানা থাকিলে তৃতীয়টির মানও স্থির করা যায়।

3.15. **বয়েলের নিয়ম** (Boyle's law) :

পাত্রে আবদ্ধ নির্দিষ্ট ভরের কোন বায়ব পদার্থের আয়তন ও চাপের সম্পর্ক স্থির মাত্রায় কীভাবে পরিবর্তিত হয় বয়েল তাহার নিয়ম প্রতিষ্ঠা করেন। ঐ নিয়মে

তাপমাত্রা স্থির থাকিলে, নির্দিষ্ট ভরের বায়ব পদার্থের আয়তন উহার চাপের সহিত ব্যস্তানুপাতী।

ঐ বায়ব পদার্থের P চাপ ও V আয়তন হইলে,

$$P \propto \frac{1}{V} \text{ অথবা } P = K\frac{1}{V} \qquad 3.15\,(1)$$

K, এই নিত্য সংখ্যার মান তাপমাত্রা ও বায়বের ভরের উপর নির্ভর করে।

3.15 (1) হইতে পাওয়া যায় $PV = K$ 3.15 (2)

এখন চাপ P_1 ও আয়তন V_1 এ পরিবর্তিত হইলে,

$$P_1V_1 = K \qquad 3.15\,(3)$$

$$\therefore\ PV = P_1V_1$$

ফলে একটি নির্দিষ্ট ভরের বায়ব পদার্থের আয়তন P_1, P_2, P_3……এই সব চাপে যথাক্রমে V_1, V_2, V_3……হইলে বয়েলের নিয়ম অনুযায়ী,

$$P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 = K \qquad 3.15\,(4)$$

বয়েলের নিয়মে নির্দিষ্ট ভরের বায়ব-পদার্থের চাপের সহিত উহার ঘনত্বের পরিবর্তনও প্রকাশ করা যায়।

P_1 চাপে নির্দিষ্ট ভরের বায়ব-পদার্থের ঘনত্ব d_1 ও P_2 চাপে ঘনত্ব d_2 হইলে ভর নির্দিষ্ট বলিয়া,

$$m = d_1V_1 = d_2V_2 \qquad 3.15\,(5)$$

$$\text{অথবা } \frac{d_1}{d_2} = \frac{V_2}{V_1} \qquad 3.15\,(6)$$

তাই নির্দিষ্ট ভরের বায়ব-পদার্থের ঘনত্ব উহার চাপের সহিত ব্যস্ত অনুপাতী।

বয়েলের নিয়মে,

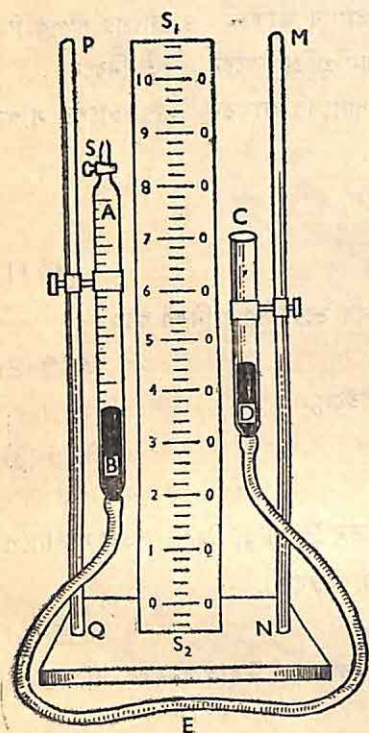
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} \qquad \therefore\ \frac{d_1}{d_2} = \frac{P_1}{P_2} \quad [\text{ 3.15 (6) এর সাহায্যে }] \qquad 3.15\,(7)$$

অথবা, স্থির তাপমাত্রায় বায়ব-পদার্থের ঘনত্ব উহার চাপের সমানুপাতী।

অতএব স্থির তাপমাত্রায় বায়ব-পদার্থের চাপ ও ঘনত্বের অনুপাত P_1/d_1 স্থির থাকে।

3.16. বয়েলের নিয়মের পরীক্ষা :

বয়েলের নিয়ম পরীক্ষা করিতে বয়েলের নিয়ম পরীক্ষা যন্ত্র (Boyle's law apparatus) ব্যবহার করা হয়। উহাতে সুষম ছিদ্রের AB একটি কাঁচের বদ্ধ টিউব থাকে। [3.16 (i) চিত্র]। ঐ টিউব হইতে একটি রাবার টিউব অন্য একটি বড় ছিদ্রের কাঁচের টিউব CDর সহিত যুক্ত থাকে। রাবার টিউবটি আল্গা থাকায় উহা দিয়া CD টিউবকে উপরে নিচে সরান যায়। বদ্ধ টিউবে কিছু শুষ্কবায়ু ও রাবার টিউবসহ AB ও CD টিউবে পারদ ভর্তি থাকে। CD টিউবকে উপরে বা নিচে সরাইয়া AB টিউবে শুষ্কবায়ুর আয়তন কমান বা বাড়ান যায়। টিউবগুলি একটি শক্ত কাঠের ফ্রেমে আঁটা থাকে। ঐ ফ্রেমে দুইটি টিউবের পারদপৃষ্ঠের পার্থক্য মাপিবার জন্য স্কেল থাকে। AB টিউবের প্রস্থচ্ছেদ সুষম হওয়ায় উহার দৈর্ঘ্য ও আয়তন সমানুপাতী। তাই পারদস্তম্ভের দৈর্ঘ্য দেখিয়া উহার আয়তন বলা যায়।

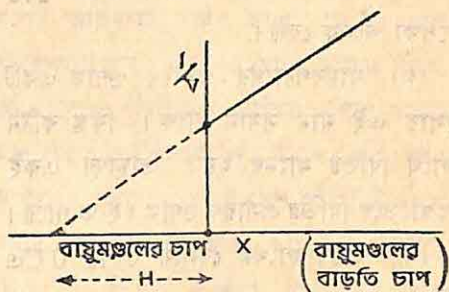
চিত্র 3.16 (i)

যখন দুইটি টিউবে পারদের তল সমান থাকে, তখন AB টিউবে বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান। CD টিউবে পারদতল AB হইতে উচ্চে থাকিলে, ABতে বায়ুর চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ + AB ও CD টিউবের পারদতলের পার্থক্য। আবার CD টিউবে পারদতল ABর নিচে থাকিলে উহাতে বায়ুর চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ — দুইটি টিউবের পারদতলের পার্থক্য।

CD টিউবের পারদতলের দৈর্ঘ্য হইতে AB টিউবে বদ্ধ বাতাসের চাপ মাপা যায়। স্কেল হইতে AB টিউবের যে দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়, উহার সহিত ঐ টিউবে বায়ুর অবস্থানের দৈর্ঘ্য ও ঐ টিউবের প্রস্থচ্ছেদ গুণ করিয়া বায়ুর আয়তন পাওয়া যায়।

এখন P ও $\frac{1}{V}$ লেখচিত্রের সাহায্যে আঁকিয়া বয়েলের নিয়ম পরীক্ষা করা যায়।

বায়ুমণ্ডলের বেশী বাড়তি চাপ X ও বায়ুমণ্ডলের চাপ H হইলে বয়েলের নিয়ম অনুযায়ী $PV = K$.

অথবা $(H+X)=\frac{K}{V}$

উহা একটি সরলরেখার সমীকরণ। বয়েলের যন্ত্রে P ও V মাপিয়া লেখচিত্র আঁকিলে [3.16 (ii)] উহা সরলরেখা হইবে। এই লেখচিত্রে $\frac{1}{V}$ যেখানে O, অর্থাৎ H+X =O বা H= −X, সেখানে সরলরেখাটি X অক্ষ যে বিন্দুতে ছেদ করে, ঐ −X মান বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান। এই পরীক্ষায় তাই বায়ুমণ্ডলের চাপ মাপা যায়।

চিত্র 3·16 (ii)

অক্সিজেন, নাইট্রোজেন, বায়ু, হাইড্রোজেন প্রভৃতি স্থায়ী বায়ব পদার্থ সাধারণ তাপ ও চাপে বয়েলের নিয়ম মানিয়া চলে। কিন্তু উচ্চ চাপে সব বায়ব পদার্থই এই নিয়ম অল্প-বিস্তর অমান্য করে। সব চাপ ও তাপমাত্রায় যে বায়ব পদার্থ বয়েলের নিয়ম মানিয়া চলে তাহাদের **পূর্ণাঙ্গ বা আদর্শ বায়ব পদার্থ** (Perfect or ideal gas) বলে। কিন্তু কার্যত এরূপ আদর্শ বায়ব পদার্থ বলিতে কিছুই নাই।

3.17. স্থির চাপে বায়বপদার্থের প্রসারণ :

চার্লসের নিয়ম (Charles' law) **:** চাপ স্থির থাকিলে নির্দিষ্ট ভরের কোন বায়ব পদার্থের আয়তন প্রতি 1°C তাপ বাড়িলে (বা কমিলে) উহার O°C আয়তনের $\frac{1}{273}$ স্থির ভগ্নাংশে বাড়ে (বা কমে)। $\frac{1}{273}$ এই স্থির ভগ্নাংশ স্থির চাপে বায়ব পদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক। উহাকে সাধারণতঃ আয়তন গুণাঙ্ক, γ_v, বলা হয়।

V_0 ও V_t যথাক্রমে O°C ও t°Cএ কোন বায়ব পদার্থের আয়তন হইলে চার্লসের নিয়মে,

$$V_t=V_0(1+\gamma_v t)=V_0\left(1+\frac{t}{273}\right)=\frac{V_0}{273}(273+t)$$

$$=\frac{V_0}{273}+T. \qquad 3.17\ (1)$$

T = t°Cএ পরম (absolute) তাপমাত্রা।

অথবা $V_t \propto T$ 3.17 (2)

3.17 (2) হইতে চার্লসের নিয়মের আর একটি বিশেষত্ব পাওয়া যায়। উহা হইতে বলা যায় যে কোনো বায়বপদার্থের নির্দিষ্ট ভরের আয়তন স্থির তাপমাত্রায় পরম তাপমাত্রার সমানুপাতী। ফলে, নির্দিষ্ট ভরের বায়বপদার্থের আয়তন ও তাপমাত্রার সম্পর্ক লেখচিত্রে সরলরেখায় প্রকাশ করা সম্ভব।

চার্লসের নিয়মে $V_t=V_0(1+\gamma_v t)$ সূত্রটি কঠিন ও তরল পদার্থের প্রসারণের সূত্রের মত মনে হইলেও **উহার কয়েকটি বৈশিষ্ট্য আছে।**

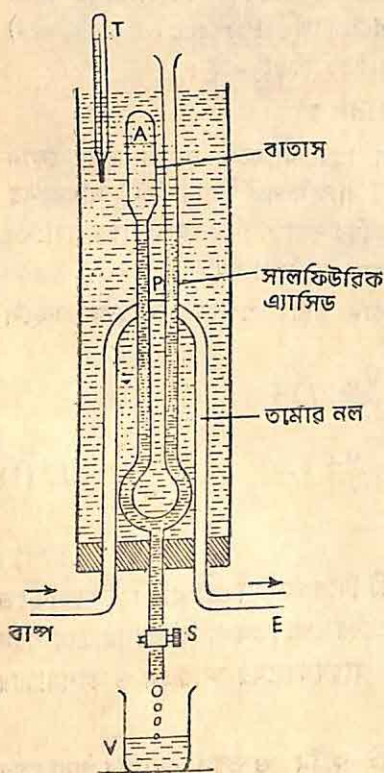
(ক) বায়বপদার্থে চাপের পরিবর্তন উহার আয়তনের পরিবর্তন করে। উহার আয়তন গুণাঙ্ক γ_p নির্ণয়ে লক্ষ্য রাখিতে হইবে যেন তাপমাত্রা পরিবর্তনের সঙ্গে চাপ স্থির থাকে।

(খ) বায়বপদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক $\frac{1}{273}$ কঠিন বা তরল পদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক অপেক্ষা অনেক বেশী।

(গ) বায়বপদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক একটি নিত্য সংখ্যা। সমস্ত বায়বপদার্থের বেলায় এই মান সমান থাকে। কিন্তু কঠিন ও তরল পদার্থের প্রসারণ গুণাঙ্ক বিভিন্ন পদার্থে বিভিন্ন মানের হয়। তাছাড়া একই কঠিন বা তরল পদার্থে তাপমাত্রার অবস্থাভেদে বিভিন্ন প্রসারণ গুণাঙ্ক হইতে পারে।

(ঘ) বায়বপদার্থের বেলায় উহার 0°Cএ আয়তন অবশ্যই প্রাথমিক আয়তন ধরিতে হয়। কিন্তু কঠিন বা তরল পদার্থের ক্ষেত্রে যে কোন তাপমাত্রায় প্রাথমিক আয়তন ধরিলেও গুণাঙ্ক নির্ণয়ে ভুল হয় না।

3.18. স্থির চাপে γ_p নির্ণয় পদ্ধতি :

রেনল্ট পদ্ধতি (Regnault's Method) : এই পদ্ধতিতে একটি বায়ব তাপমান যন্ত্র [চিত্র 3.18 (i)] ব্যবহৃত হয়। এই যন্ত্রে A বাল্‌বে বায়ু বদ্ধ থাকে। উহা U টিউব দিয়া B খোলা টিউবে যুক্ত থাকে। B মুখ দিয়া সালফিউরিক এ্যাসিড ঢালিয়া Aর বায়ু শুষ্ক রাখা হয়। Aর সংবদ্ধ অংশে স্কেল চিহ্ন থাকে—উহা দিয়া A টিউবের আয়তন মাপা হয়। B বায়ুমণ্ডলে মুক্ত থাকে। U টিউবের মধ্যস্থলে একটি কাঁচের নল ও স্টপকক্ (stop cock) থাকে। উহা দিয়া বাড়তি সালফিউরিক এ্যাসিড বাহির করিয়া দেওয়া যায়। A ও B সহ U টিউব জলে ডুবান থাকে, উহাতে A টিউব ডুবিয়া থাকিলেও B টিউবের মুখ জলের বাহিরে থাকে। জলাধারের বাহিরের আবরণ শক্ত কাঁচ দিয়া তৈরী ও নিচের মুখ রাবার ছিপি দিয়া আঁটা থাকে। এই ছিপির ভিতর দিয়া একটি তামার নল চিত্রের মত জলাধারের ভিতর হইয়া আবার বিপরীত দিকে বাহির

চিত্র 3.18 (i)

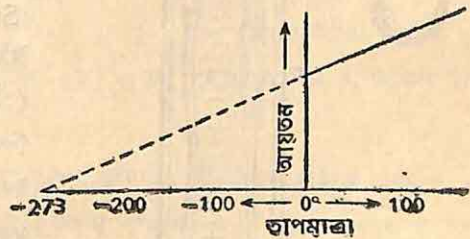
করিয়া দেওয়া হয়। এই তামার নলে জলীয় বাষ্প ঢুকাইলে, জলাধারের জল উত্তপ্ত হয়। বাষ্পের পরিমাণ নিয়ন্ত্রণ করিয়া আধারের জল নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় রাখা হয়। একটি পারদ তাপমান যন্ত্র T দিয়া জলের তাপমাত্রা মাপা হয়। তাপমাত্রা স্থির হইলে A বাল্‌বের বায়ব পদার্থের তাপমাত্রা ও জলের তাপমাত্রা সমান হয়। স্কেলের মাপ পর্যবেক্ষণ করার আগে উহার মধ্যস্থিত বায়বপদার্থ যাহাতে জলের তাপে উঠিতে পারে, সেজন্য যথেষ্ট সময় দেওয়া আবশ্যক। এখন Bতে সালফিউরিক এ্যাসিড ঢালিয়া অথবা নিচের বহির্মুখী নল দিয়া বাহির করিয়া B ও Aতে এ্যাসিডের তল সমান করা হয়। এই অবস্থায় A টিউবে বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের সমান। এবার স্কেল হইতে ঐ চাপে A স্থিত বায়ুর আয়তন দেখ। এবার তামার নলে বাষ্প ঢুকাইলে জল উত্তপ্ত হইবে ও A টিউবের বাতাস আয়তনে বাড়িয়া B টিউবে কিছুটা এ্যাসিড সমানতল হইতে উপরে উঠিয়া যাইবে। এখন কিছুটা এ্যাসিড বাহির করিয়া দিয়া আবার B টিউবের এ্যাসিডের তল A টিউবের তলের সহিত সমান করা হইল। এবার t_1°Cএ V_1 আয়তন দেখ। এইভাবে জলের স্ফুটনাঙ্ক পর্যন্ত বিভিন্ন তাপমাত্রায় আয়তন পর্যবেক্ষণ করিলে যে কোন দুই তাপমাত্রায় যথা t_1°C ও t_2°Cএ যথাক্রমে আয়তন V_2 ও V_3 হইবে।

ধর 0°Cএ আয়তন V_0।

অতএব $V_1 = V_0(1+\gamma_p t_1)$ এবং

$$V_2 = V_0(1+\gamma_p t_2)$$

অথবা $$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1+\gamma_p t_2}{1+\gamma_p t_1} \qquad 3.18\,(1)$$

V_1, V_2 ও t_1, t_2 জানা আছে। এখন ঐগুলির মান হইতে 3.18 (1) সমীকরণের সাহায্যে γ_p জানা যাইবে। পূর্বের পরীক্ষা t_1, t_2, t_3 প্রভৃতি তাপমাত্রায় যথাক্রমে যে আয়তন V_1, V_2, V_3 ইত্যাদি হইবে—লেখচিত্রের সাহায্যে উহাদের সম্পর্ক একটি সরলরেখায় প্রকাশ করা যায় [চিত্র 3.18 (ii)]। X অক্ষে তাপমাত্রা ও Y অক্ষে আয়তন প্লট্ করিলে দেখিবে যে স্থির চাপে তাপমাত্রা বাড়িলে বায়ব পদার্থের আয়তন বাড়ে। সাধারণ বায়ুর পরিবর্তে যে কোন বায়ব পদার্থ ব্যবহার করিয়াও একই ফল পাওয়া যাইবে।

চিত্র 3.18 (ii)

লেখচিত্রের সরলরেখাটি নেগেটিভ দিকে বাড়াইয়া দেখ যে −273°Cএ উহা X অক্ষ ছেদ করে। অর্থাৎ −273°Cএ তত্ত্বগতভাবে বায়ুর আয়তন শূন্য হয়। এখন 0°Cএ V_0 এবং t°Cএ V_t ইহাদের মান লেখচিত্র হইতে দেখিয়া সহজেই γ_p গণনা করা যাইবে।

বায়ুর ক্ষেত্রে প্রতি °Cএ $\gamma_p = 0.00367$ অর্থাৎ প্রতি °Cএ γ_p $\frac{1}{273}$ এর কাছাকাছি। ফলে চার্লসের নিয়ম এই পরীক্ষায় সহজেই প্রমাণিত হয়।

3.19. স্থির আয়তনে বায়ব পদার্থের চাপবৃদ্ধি ঃ

চাপ নিয়ম (Pressure law) ঃ বায়বপদার্থের আয়তন স্থির থাকিলে উহার চাপ ও তাপমাত্রার সম্পর্ক চাপ নিয়ম বা **স্থির আয়তন নিয়ম** (Constant volume law) নামে অভিহিত হয়।

এই নিয়ম অনুযায়ী বায়বপদার্থের আয়তন স্থির থাকিলে প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড্ তাপ বাড়িলে (বা কমিলে) উহার 0°Cএ যে চাপ থাকে উহার $\frac{1}{273}$ ভগ্নাংশে চাপ বাড়ে (বা কমে)। এই স্থির ভগ্নাংশ চাপ গুণাঙ্ক γ_v নামে অভিহিত হয়। উহা আয়তন গুণাঙ্ক γ_pর সমান।

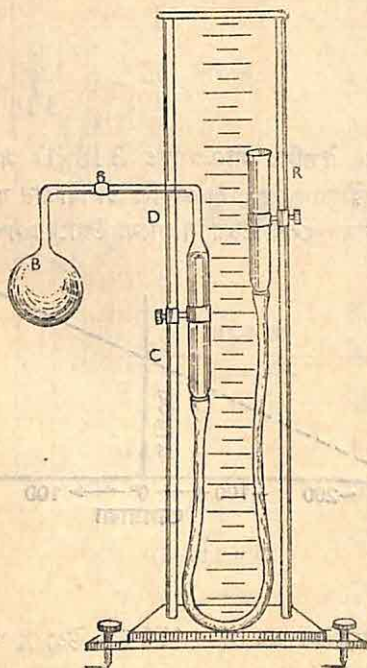
P_t ও P_0 যথাক্রমে t°C ও 0°Cএ কোন বায়ব পদার্থের চাপ হইলে, স্থির আয়তনে

$$P_t = P_0\ (1+\gamma_v t) = P\left(1+\frac{t}{273}\right) = \frac{P_0 T}{273}$$

অথবা $P \propto T$, $T = t$°Cএ পরম তাপমাত্রা

X ও Y অক্ষে যথাক্রমে তাপমাত্রা ও চাপ প্লট (plot) করিয়া যে লেখচিত্র হইবে তাহাতে উহাদের সম্পর্ক সরলরেখায় প্রকাশ করা যাইবে।

3.20. স্থির আয়তনে γ_v নির্ণয় পদ্ধতি ঃ

জোলির যন্ত্র (Joly's Apparatus) : 3.20 (i) চিত্রে জোলির যে যন্ত্র দেখান হইল উহা বয়েলের যন্ত্রের প্রায় অনুরূপ। কেবল সোজা বদ্ধ টিউবের পরিবর্তে এই যন্ত্রে একটি বদ্ধ বাল্‌ব B থাকে। ঐ বাল্‌ব ও C টিউবে পারদের তল পর্যন্ত শুষ্ক বায়ু থাকে।

চিত্র 3.20 (i)

পরীক্ষা পদ্ধতি ঃ ষ্টপ কক্ (Stop cock) খুলিয়া খোলা টিউব R উঠাইতে বা নামাইতে হইবে, যাহাতে C টিউবের যথেষ্ট উপরিতলে কোন D বিন্দুতে পারদতল অবস্থান করে। এখন ষ্টপ কক্ বন্ধ করিলে উভয় টিউবেই বায়ুমণ্ডলের চাপ = H সে.মি. পারদ পাওয়া যাইবে। এবার একটি পিতলের বা তামার বড় পাত্রে জল রাখিয়া B বাল্‌বটি ডুবাইয়া রাখিতে হইবে। এই পাত্রটি যাহাতে বার্নার দিয়া উত্তপ্ত করা যায়

তাহার ব্যবস্থা থাকে। একটি পারদ তাপমান যন্ত্র জলে ডুবাইয়া উহার তাপ পরিমাপ করা হয়। এখন পাত্রের জল t°Cএ উত্তপ্ত করিলে C বাল্‌বের বায়ু প্রসারিত হইবে ও D বিন্দু হইতে পারদতল নিচে নামিয়া যাইবে। এবার R টিউব উপরে উঠাইয়া পারদ-তল পুনরায় D বিন্দুতে তুলিতে হইবে। এখন R ও C টিউবে পারদতলের পার্থক্য h হইলে, C বাল্‌বে বায়ুর চাপ $P=H+h$ সে.মি. পারদ। এইরূপ t_1°C, t_2°C ইত্যাদিতে যথাক্রমে P_1, P_2 প্রভৃতি চাপ পরিমাপ করিতে হইবে।

চার্লসের নিয়ম অনুযায়ী

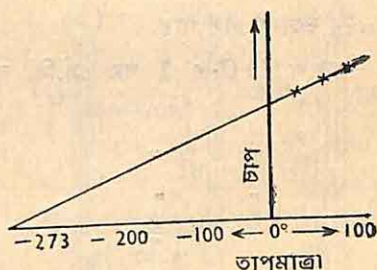
$P_1=P_0(1+\gamma_v t_1)$ এবং $P_2=P_0(1+\gamma_v t_2)$ 3.20 (1)

অর্থাৎ $\dfrac{P_1}{P_2}=\dfrac{1+\gamma_v t_1}{1+\gamma_v t_2}=\dfrac{H+h_1}{H+h_2}$ 3 20 (2)

t_1, t_2 এবং h_1, h_2 জানা থাকায় ও H এর মান বায়ুমান যন্ত্রে নির্ণয় করায় γ_v এর মান পাওয়া যাইবে।

উল্লিখিত পরীক্ষায় t_1, t_2, t_3, t_4 ইত্যাদি তাপমাত্রায় যথাক্রমে P_1, P_2, P_3, P_4 প্রভৃতি মাপিয়া X অক্ষে তাপমাত্রা ও Y অক্ষে চাপ প্লট করিলে যে লেখচিত্র হইবে উহা একটি সরলরেখা। ঐ রেখা নেগেটিভ্ দিকে বাড়াইলে -273°C-এ উহা X অক্ষ ছেদ করিবে। [চিত্র 3.20 (ii)] অর্থাৎ শূন্যচাপে তত্ত্বগতভাবে বায়ুর তাপমাত্রা -273°C হইবে।

চিত্র 3.20. (ii)

লেখচিত্রের সরলরেখা হইতে দেখা যায় যে, আয়তন স্থির থাকিলে বায়ুর চাপ তাপের সহিত সুষমভাবে বাড়িয়া চলে।

ঐ লেখচিত্র হইতে O°C-এ P_0 বা t_0°C এ P_t অর্থাৎ যেকোন তাপমাত্রায় চাপ নির্ণয় করা যায়।

পরীক্ষায় দেখা গিয়াছে যে, প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড্ তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে বায়ুর $\gamma_v=$ 0 00367 অর্থাৎ $\frac{1}{273}$। যে সব বায়ব পদার্থ বয়েলের নিয়ম অনুসরণ করে, উহাদের ক্ষেত্রে γ_v একই মানের হয়। ইহা দ্বারা চার্লসের নিয়মের আর একটি রূপ চাপ নিয়ম প্রমাণিত হয়।

বয়েল ও চার্লসের নিয়ম যে সব বায়ব পদার্থ অনুসরণ করে, তাহাদের ক্ষেত্রে দেখান যায় যে, $\gamma_p=\gamma_v$।

প্রমাণ ঃ চাপ স্থির থাকিলে বায়ব পদার্থের তাপ O°C হইতে t°C বাড়িলে V_o আয়তন বাড়িয়া V হয় ; অর্থাৎ $V = V_o(1+\gamma_p t)$ 3.20 (3)

তাপমাত্রা t°C এ স্থির রাখিয়া ঐ বায়ব পদার্থকে V_o আয়তনে আনিতে চাপ P_o হইতে বাড়াইয়া P_t করিলে বয়েলের নিয়মে

$$P_o V_t = P_t V_o \qquad 3.20\ (4)$$

3·20 (3) এবং 3·20 (4) হইতে

$$P_o(1+\gamma_p t) = Pt \qquad 3.20\ (5)$$

আয়তন স্থির রাখিয়া O°C হইতে তাপমাত্রা t°C এ বাড়াইলে

$$P = P_o(1+\gamma_v t) \qquad 3.20\ (6)$$

অতএব 3·20 (5) ও 3·20 (6) হইতে প্রমাণ হয় যে,

$$\gamma_p = \gamma_v \qquad 3.20\ (7)$$

3.21. পরমশূন্য তাপমাত্রা ও উহার স্কেল (Absolute temperature and its scale) ঃ

চার্লসের নিয়ম প্রয়োগ করিয়া দেখা যায় যে O°C এর নিচে স্থির চাপে বায়ব পদার্থের তাপমাত্রা কমিলে প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড্ হ্রাসে উহার O°C এর আয়তনের $\frac{1}{273}$ ভগ্নাংশ হ্রাস পায়,

ফলে O C-এ 1 ঘন সে.মি. বায়বপদার্থ -1°C-এ $(1-\frac{1}{273})$ ঘন সে.মি. আয়তন পায়

" " -2°C-এ $(1-\frac{2}{273})$ " "

" " -3°C-এ $(1-\frac{3}{273})$ " "

" " -100°C-এ $(1-\frac{100}{273})$ " "

" " -273°C-এ $(1-\frac{273}{273})=0$ " "

অতএব বায়ব পদার্থের আয়তন -273°C এ শূন্য হইবে।

3·17 (1) হইতে পাই, $V_t = V_o\left(1+\frac{t}{273}\right)$ 3.20 (8)

t°C এ আয়তন শূন্য হইলে 3·20 (8) হইতে

$$= V_o\left(1+\frac{t}{273}\right) \text{ অথবা } t = -273^\circ C \qquad 3.20\ (9)$$

3.18 (ii) লেখচিত্র হইতেও একই ফল পাওয়া যায়।

আয়তন শূন্য হওয়া তত্ত্বগতভাবে প্রমাণিত হয়। ফলে যে ভাবেই বিবেচনা করা হউক না কেন আয়তন নেগেটিভ হইতে পারে এরূপধারণা অসম্ভব, ফলে -273°C অপেক্ষা নিম্নতর তাপ থাকিতে পারে না।

চাপ নিয়ম হইতেও দেখা যায় যে O°C এ বায়ব পদার্থের চাপ যাহা থাকে, স্থির আয়তনে প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রা হ্রাসে উহার $\frac{1}{273}$ অংশ কমিয়া যায়। ফলে −273°C-এ চাপ শূন্য হইবে। উহার চেয়ে নিম্নতর তাপমাত্রা অর্থাৎ নেগেটিভ্ চাপ থাকা অসম্ভব।

এখন −273°C তাপমাত্রায় চাপ ও আয়তন দুইই তত্ত্বগতভাবে শূন্য মানে নামিয়া আসে, তাই −273°C তাপমাত্রাকে শূন্য ডিগ্রী ধরিয়া যে তাপমান যন্ত্রের স্কেল তৈয়ার হয় উহাকে **সেল্সিয়াস্ পরম স্কেল** বা **কেল্ভিন্ স্কেল** বলে।

এই স্কেলের তাপমাত্রা সেল্সিয়াসের °C অপেক্ষা 273° বেশী,

অর্থাৎ পরম মান = সেলসিয়াস্ বা সেন্টিগ্রেড মান + 273 অথবা °C + 273 = °K.

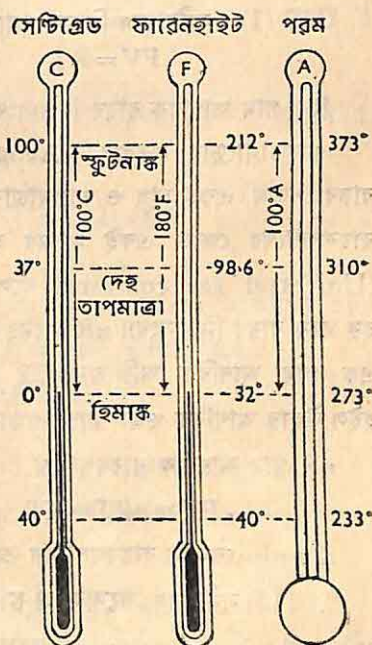
[K = Kelvin] 3.20 (10)

ফারেনহাইট্ স্কেলে,

পরম মান = ফারেনহাইট মান + 460

অথবা °F + 460 = °R [R = Rankine] 3.20 (11)

3.21. (i) চিত্রে সেলসিয়াস্, ফারেনহাইট ও পরমস্কেলের তাপমান যন্ত্রের তুলনা দেখান হইল।

−273°C-এ বায়ব পদার্থের আয়তন ও চাপ শূন্যমান হইবে, ইহা তত্ত্বগত ভাবে ঠিক একথা আগেই বলা হইয়াছে। তাহার কারণ পদার্থের এই অবস্থা কখনই পাওয়া সম্ভব নহে। কারণ তাপমাত্রা কমিলে −273°C-এর অনেক বেশী তাপমাত্রাতেই বায়ব পদার্থ তরল পদার্থে পরিণত হয় ও ক্রমশ আরও তাপ কমিলে উহার কঠিন পদার্থে রূপান্তর ঘটে। পূর্ণাঙ্গ বায়ব পদার্থের (Perfect gas) ক্ষেত্রে এইরূপ ঘটে। যেমন বাতাস −184°C এ তরল হয়। হাইড্রোজেন বায়বের আয়তন −269°C পর্যন্ত তাপমাত্রায় ক্রমশঃ সঙ্কুচিত হয়। তরল হিলিয়াম বায়ব বাষ্পীভূত হইলে নিম্নতম −272°C পর্যন্ত তাপমাত্রায় পৌঁছা যায়। কিন্তু পরম শূন্য অর্থাৎ −273°C তাপমাত্রা আজও উৎপাদন করা সম্ভব হয় নাই।

চিত্র 3.21 (i)

পরবর্তী আলোচনায় বায়ব পদার্থের গতীয় তত্ত্বে (Kinetic theory of gas) দেখিবে যে, পরমশূন্য তাপমাত্রায় আণবিক গতি (molecular motion) সম্পূর্ণ রুদ্ধ হইয়া যায়।

3.22. বায়বপদার্থের চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রার সম্পর্ক (Relation between pressure, volume and temperature of gases) :

মনে কর P, V ও T কোনো নির্দিষ্ট ভরের বায়বপদার্থের যথাক্রমে চাপ, আয়তন ও পরম তাপমাত্রা।

তাহা হইলে $V \propto \frac{1}{P}$, [T স্থির থাকিলে] : বয়েলের নিয়ম

$V \propto T$, [P স্থির থাকিলে] : চার্লসের নিয়ম

অতএব T ও P উভয়ই পরিবর্তিত হইলে

$$V = \frac{T}{P}$$

অথবা $\frac{PV}{T}$ = নিত্যসংখ্যা = $\frac{P'V'}{T'}$, [P′ ও V′ যখন অন্য একটি পরম তাপমাত্রা T′ এ একই ভরের যথাক্রমে চাপ ও আয়তন] 3.22 (1)

3.22 (1) সমীকরণে নিত্যসংখ্যাকে R ধরিয়া পাওয়া যায়

$$PV = RT \qquad 3.22\ (2)$$

R = গ্রাম আণবিক বায়ব নিত্যসংখ্যা (Gramme-molecular gas constant)

এ্যাভোগাড্রোর মতবাদ (Avogadro's hypothesis) অনুযায়ী যে কোনো বায়ব পদার্থ একই চাপ ও তাপমাত্রায় সমমানের আয়তন লাভ করে। তাই R সমস্ত বায়বপদার্থের ক্ষেত্রে একই মানের হয় ও উহাকে **সার্বভৌম বায়ব নিত্যসংখ্যা** (Universal gas constant) বলে। বায়ব পদার্থের m ভর যদি n গ্রাম আণবিক হয় তবে বায়ব নিত্যসংখ্যা nR মানের দ্বারা প্রকাশ করা যায়। গ্রাম আণবিক বলিতে এক গ্রাম আণবিক অক্সিজেন = 32 গ্রাম্ অক্সিজেন, কারণ বায়বপদার্থের গ্রাম্ অণু হইল উহার আণবিক ওজন গ্রামে প্রকাশ করিলে যে ভর হয় তাহার সমান।

nR গ্রাম আণবিক বায়বপদার্থে

$$PV = nRT = KT \qquad 3.22\ (3)$$

$K = nR$-এর মান বায়বপদার্থের ভরের উপর নির্ভর করে।

3.22 (3) সমীকরণ **বয়েল ও চার্লসের নিয়মের যুক্তরূপ**। ইহাকে **বায়ব সমীকরণ** (Gas equation) বা **বায়বপদার্থের অবস্থার সমীকরণ** (Equation of state) বলে ; কারণ চাপ, তাপ ও আয়তন জানিলে বায়বপদার্থের ভৌতিক অবস্থা এই সমীকরণ হইতে সম্পূর্ণরূপে জ্ঞাত হওয়া যায়।

P, V ও T-এর যে কোন দুইটির মান জানিয়া ও বায়বপদার্থের ভর হইতে K-র মান গণনা করিয়া তৃতীয় অজানা অবস্থার মান নির্ণীত হইতে পারে।

3·23. স্বাভাবিক বা নির্ধারিত মান চাপ ও তাপমাত্রা (Normal or Standard pressure and temperature) : বায়ুমণ্ডলের একক চাপে বরফ গলা তাপমাত্রাকে **স্বাভাবিক বা নির্ধারিত মান তাপমাত্রা** বলা হয়। সেলসিয়াস্ বা সেন্টিগ্রেড্ স্কেলে ইহা $0^{\circ}C$ অথবা $273^{\circ}K$। ফারেনহাইট্ স্কেলে ইহা $32^{\circ}F$ বা $492^{\circ}R$।

76 সেন্টিমিটার দীর্ঘ শূন্য ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে শীতল উল্লম্ব পারদস্তম্ভ 45° অক্ষাংশে সমুদ্রস্তরে (sea level) তলদেশে যে চাপ উৎপাদন করে উহা স্বাভাবিক বা নির্ধারিত মানের চাপ।

এই অবস্থায় পারদের ঘনত্ব = 13·596 গ্রাম/ঘন সে. মি. 3.23 (1)

অভিকর্ষ জনিত ত্বরণ $g = 980·6$ সে. মি./(সেকেণ্ড $)^2$ 3.23 (2)

ফলে স্বাভাবিক বা নির্ধারিত মানের চাপ $P_0 = 76 \times 13·596 \times 980·6$ ডাইন/(সে. মি. $)^2$

$= 1·013 \times 10^6$ ডাইন/(সে. মি. $)^2$ 3.23 (3)

3.24. বায়ব নিত্যসংখ্যার মান :

এক গ্রাম আণবিক বায়বপদার্থে $R = \dfrac{P_0 V_0}{T_0}$ 3.24 (1)

P_0 ও T_0 যথাক্রমে স্বাভাবিক চাপ ও তাপ

$P_0 = 1·013 \times 10^6$ ডাইন/(সে.মি. $)^2$ [3.23(2) হইতে]

$T = 273^{\circ}$ K

এ্যাভোগাড্রোর মতবাদ অনুযায়ী এক গ্রাম আণবিক বায়বপদার্থ স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে 22·4 লিটার বা 22400 ঘন সে.মি. আয়তন অধিকার করে।

অতএব, $R = \dfrac{P_0 V_0}{T_0} = \dfrac{1·013 \times 10^6 \times 22400}{273}$

$= 8·31 \times 10^7$ ডাইন-সে.মি./°C $= 8·31 \times 10^7$ আর্গ/°C

এক গ্রাম অণু অক্সিজেন = 32 গ্রাম হইলে 16 গ্রাম অক্সিজেন = $\frac{1}{2}$ গ্রাম অণু।

ঐ পরিমাণ অক্সিজেনে,

$K = nR = \frac{1}{2} \times 8·31 \times 10^7$ আর্গ/°C $= 4·174 \times 10^7$ আর্গ/°C

16 গ্রাম হাইড্রোজেনের বেলায় উহা 8 গ্রাম-অণুর সমান, অথবা, $n = 8$

$\therefore K = nR = 8 \times 8·31 \times 10^7$ আর্গ/°C

$= 66·48 \times 10^7$ আর্গ/°C

উদাহরণ 1. 76 সে. মি.. পারদের চাপে 20°C-এ কিছু পরিমাণ শুষ্ক বায়ু 1 লিটার আয়তন অধিকার করে। 75 সে.মি. চাপে কত তাপমাত্রায় উহা 1·4 লিটার আয়তন অধিকার করিবে ?

আমরা জানি $\frac{PV}{T}=\frac{P'V'}{T'}$; অথবা $\frac{76\times 1}{273+20}=\frac{75\times 1{\cdot}4}{273+t}$;

অতএব, $t=131{\cdot}8°C$

উদাহরণ 2. একখানি ঘরের মাপ 50 ফুট × 30 ফুট × 25 ফুট। ঘরের তাপমাত্রা 20°C হইতে 25°C বাড়াইলে একই চাপে ঘরের বাতাসের শতকরা কত ভাগ বাহির হইয়া যাইবে ?

20°C-এ বাতাসের মূল আয়তন = ঘরের আয়তন = (50 × 30 × 25) ঘনফুট

$V_1=25°C$-এ বাতাসের আয়তন

$T_1=20+273=293°C$ পরম তাপমাত্রা

$T_2=25+273=298°C$ "

আমরা জানি $\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_1}{T_1}$ অথবা $V_2=\frac{V_1\times T_2}{T_1}$

$$=\frac{(50\times 30\times 25)\times 298}{293}$$

= 38139·9 ঘনফুট।

অতএব নির্গত বাতাসের আয়তন = 38139·9 − (50 × 30 × 25) = 639·9 ঘনফুট

বাতাসের শতকরা নির্গত অংশ $=\frac{639{\cdot}9}{38139{\cdot}9}\times 100=1{\cdot}67$

উদাহরণ 3. 1000 ঘন সে.মি. বায়ুর 0°C এ ওজন 1·293 গ্রাম, ঐ অবস্থায় উহার চাপ $1{\cdot}013\times 10^6$ ডাইন/(সে মি.)^2। PV = KT সমীকরণে *K*র মান কত হইবে ?

1 গ্রাম বায়ুর আয়তন $=\frac{1000}{1{\cdot}293}$ ঘন সে. মি.

অতএব $1{\cdot}013\times 10^6\times\frac{1000}{1{\cdot}293}=K\times 273$

[যেহেতু 0°C = 273°C পরম তাপমাত্রা]

অথবা $K=\frac{1{\cdot}013\times 10^6\times 1000}{273\times 1{\cdot}293}=2{\cdot}87\times 10^6\ \frac{\text{আর্গ}}{0°C\ \text{গ্রাম}}$

উদাহরণ 4. বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপে এবং 0°Cএ 1000 *c.c* বায়ুর ওজন 1·2 গ্রাম। −18°C তাপমাত্রায় 3 গুণ বায়ুমণ্ডলের চাপে 75 ঘন সে. মি. আয়তন অধিকার করিতে কত ওজনের বায়ু প্রয়োজন হইবে ?

P = বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপ হইলে,

তিনগুণ চাপে চাপ = 3P ও পরম তাপমাত্রা = 273 − 18 = 255°

এখন, $\frac{PV}{T}=\frac{P'V'}{T'}$ হইতে আমরা পাই $\frac{P\times V}{273}=\frac{3P\times 75}{255}$

[V = 0°C ও P স্বাভাবিক চাপে বায়ুর আয়তন।]

অতএব V = 240·88 ঘন সে.মি.

0°C ও স্বাভাবিক চাপে 1000 ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন = 1·2 গ্রাম হইলে

240·88 ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন = $\frac{240{\cdot}88\times 1{\cdot}2}{1000}$ = 0·289 গ্রাম।

প্রশ্নাবলী

1. একটি বাইসাইকেলে পাম্প দেওয়ার সময় পাম্পটি উত্তপ্ত হয়, কারণ ব্যাখ্যা কর।

2. তাপমাত্রা ও তাপের পরিমাণের মধ্যে পার্থক্য কি ?

3. পারদ তাপমান যন্ত্রের নির্মাণ কৌশল বর্ণনা কর। উহার নলের ছিদ্র কি টিউবের দৈর্ঘ্যের সহিত সুষম হওয়া প্রয়োজন ? কারণ বল। ইহার স্কেল কিরূপ হইবে বল।

4. একটি থার্মোমিটারের নির্দিষ্ট বিন্দু কি হইবে ? সেন্টিগ্রেড ও ফারেনহাইট স্কেলে নির্দিষ্ট বিন্দু দুইটির মধ্যবর্তী বিন্দুর সংখ্যা কী হইবে ?

5. একটি সুষম ছিদ্রের থার্মোমিটার সমান ডিগ্রীতে বিভক্ত। উহা গলিত বরফে 20° ও 100°C-এর বাষ্পে 80° দেখায়। 100°F-এ উহা কত দেখাইবে ?

6. একটি লোহার দণ্ড ও একটি দস্তার দণ্ড 0°C-এ 2 মিটার দীর্ঘ। উহাদিগকে সমান উত্তাপে উত্তপ্ত করা হইল। 50°C এ দস্তার দণ্ডটি লোহার দণ্ড হইতে 0·181 সে মি. দীর্ঘতর হইল। দস্তার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে ·000028 হইলে লোহার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক কত ?

(Ans : ·0000117/°C)

7. একটি তামার রডের দৈর্ঘ্য 50°C-এ 200·166 সে. মি. এবং 200°C-এ 200·664 সে.মি.। 0°C এ উহার দৈর্ঘ্য কত ও তামার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক কত ?

(Ans : 200 সে. মি. ; 0·0000166/°C)

8. একটি লোহার চাকার ব্যাস 3 ফুট। যদি উহার তাপমাত্রা 400°C-এ তোলা হয় তাহা হইলে উহার পরিধি কত ইঞ্চি বাড়িবে ? (Ans. 0·493 ইঞ্চি।)

9. একটি লোহার গোলকের আয়তন 10 ঘনফুট। 25° সেন্টিগ্রেডে উহার আয়তন কত হইবে ? (লোহার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক = ·000012/°C

(Ans. 9·97 ঘনফুট)

10. একটি পিতলের গোলকের আয়তন 100 ঘন সে.মি. এবং ভর 820 গ্রাম। উহা O°C হইতে 100°C এ উত্তপ্ত করা হইল। পিতলের রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক ·000018 হইলে, উহার উপরিউক্ত তাপমাত্রা দুইটিতে ঘনত্বের পার্থক্য কী হইবে ?

(Ans. 0·216 গ্রাম/ঘন সে.মি.)

11. তরলের আপাত ও বাস্তব প্রসারণের পার্থক্য নির্দেশ কর। উহাদের ও পাত্রের পদার্থের প্রসারণের সম্পর্ক নির্ণয় কর।

12. 20°C-এ পারদের ঘনত্ব 13·546 এবং উহার ঘনকীয় প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·000182। 80°C-এ 500 ঘন সে. মি. পারদের ভর নির্ণয় কর। ঐ তাপমাত্রায় 500 গ্রাম পারদের আয়তন কত হইবে ? (Ans. 6699 গ্রাম, 37·3 ঘন সে.মি.)

13. পারদের ঘনত্ব O°C-এ 13·6 গ্রাম/ঘন সে. মি. এবং 100°C এ 13·35 গ্রাম। পারদের পরম (absolute) প্রসারণ গুণাঙ্ক কত হইবে ?

(Ans. $1·84 \times 10^{-4}/°C$)

14. একটি কঠিন বস্তু বিভিন্ন তাপমাত্রায় কোন তরল পদার্থে ওজন করা হইল। উত্তাপে ওজনের কী পরিবর্তন হইবে ?

15. জল ঠাণ্ডা হইবার সময় বরফে পরিণত হওয়ার পূর্বে সর্বোচ্চ ঘনত্ব লাভ করে—ইহা একটি পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ কর।

16. বরফ জলের পৃষ্ঠদেশে গঠিত হয় ও মাছেরা বরফাচ্ছন্ন হ্রদেও বিচরণ করিতে পারে—কারণ ব্যাখ্যা কর।

17. বায়বপদার্থের আয়তন, চাপ ও তাপমাত্রার সম্পর্ক নির্দেশ কর।

18. একটি পাত্রে 20°C-এ এক বায়ুমণ্ডলের চাপে শুষ্ক বায়ু ছিপিবদ্ধ অবস্থায় আছে। 1·7 বায়ুমণ্ডলের চাপে কত তাপমাত্রায় ছিপিটি খুলিয়া যাইবে ? (Ans 225·1°C)

19. একটি পূর্ণাঙ্গ বায়বপদার্থে আয়তন ও চাপ গুণাঙ্ক সমান—প্রমাণ কর।

20. একই চাপে 13°C তাপমাত্রা হইতে বাড়িয়া কোন বায়বপদার্থের আয়তন দ্বিগুণ হইলে উহার শেষ তাপমাত্রা কত হইবে ?

(Ans. 299°C)

দ্বিতীয় অধ্যায়

ক্যালোরিমিতি

(Calorimetry)

[Syllabus : Calorimetry, Preliminary definition, Principle of Calorimetry (no questions on measurement to be set.) Calorimetric problems.]

3.25. **তাপের পরিমাণ :** ক্যালোরিমিতি তাপের পরিমাণ নির্ণয় করিবার পদ্ধতি। এই পরিমাণের একক **ক্যালোরি** (Calorie) হইতে **ক্যালোরিমিতি** কথাটি উৎপন্ন হইয়াছে। যে পাত্রের সাহায্যে তাপের পরিমাপ করা হয় উহাকে **ক্যালোরিমিটার** (Calorimeter) বলে। ঐ পাত্র সাধারণত তামা দিয়া তৈয়ার হয় ও দেখিতে বীকারের (beaker) মত। উহা বিভিন্ন আকার ও আয়তনের হইতে পারে। একই ধাতুতে তৈয়ারী উহার সহিত একটি আন্দোলক (stirrer) থাকে। উহা একটি তারের আংটা লম্বা তার দিয়া সংযুক্ত থাকে। এই লম্বা তার হাত দিয়া ক্যালোরিমিটারের তরলপদার্থ আন্দোলিত করা হয়—ফলে নির্ভুল পরিমাপের জন্য তাপ সারা পাত্রে সুষমভাবে বণ্টিত হইয়া যায়

3.26. **তাপের একক :** C. G. S. পদ্ধতিতে যে পরিমাণ তাপ 1 গ্রাম বিশুদ্ধ জলকে 1°Cএ উত্তপ্ত করে তাহাই **একক তাপ**। উহাকে **এক ক্যালোরি** বলে। যে কোন স্কেলার সংখ্যার মত ক্যালোরির যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ হইতে পারে। আরও সূক্ষ্মভাবে এক ক্যালোরি তাপের পরিমাণ হইল, যে পরিমাণ তাপ বিশুদ্ধ এক গ্রাম জলকে 14.5°C হইতে 15.5°Cএ উত্তপ্ত করিতে পারে। সাধারণতঃ ক্যালোরির এই দুইটি সংজ্ঞায় সাধারণ পরীক্ষাতে বিশেষ পার্থক্য দেখা যায় না।

B. T. U. (British Thermal Unit) পদ্ধতিতে 1 পাউণ্ড জল 1°Fএ উত্তপ্ত করিতে যে তাপ প্রয়োজন হয় তাহাকে **B. t. u. একক** বলে। উহার মান=252 ক্যালোরি।

3.27. **তাপের পরিমাপ :** তাপ পরিমাপের নীতি একটি পরীক্ষা দ্বারা ব্যাখ্যা করা যাইতে পারে। এই পরীক্ষায় দুইটি বীকার লওয়া হইল। উহার একটিতে 50 ঘন সে.মি. (=50 গ্রাম্) জল 40°C তাপে ও অপরটিতে 50 ঘন সে.মি. বরফঠাণ্ডা জল রাখা হইল। এখন দুইটি বীকারের জল ক্ষিপ্রতার সহিত মিশাইয়া দিলে যে শেষ তাপমাত্রা হইবে তাহা 0°C ও 40°C-এর মাঝামাঝি অর্থাৎ 20°C.

এই পরীক্ষায় 1°C পরিবর্তনে যে কোন তাপমাত্রায় জল হইতে ব্যয়িত তাপ বা জল কর্তৃক লব্ধ তাপ স্থির থাকে—উহা ধরিয়া লওয়া হয়। অর্থাৎ 20°C হইতে 21°C, বা 30°C হইতে 31°C বা 40°C হইতে 41°C ঐ তাপের পরিমাণ সমান

দ্বিতীয় তাপের এই বিনিময়ে বাহিরের কোন তাপ জলে যুক্ত হয় না বা জল হইতে বাহির হইয়া যায় না।

ক্যালোরিমিতির মূলকথা হইল

ব্যয়িত তাপ=লব্ধ তাপ

অর্থাৎ অপেক্ষাকৃত ঠাণ্ডা জল গরম জল হইতে যে তাপ লাভ করে ও গরম জলের যে তাপ ব্যয়িত হয় উহাদের পরিমাণ সমান।

অতএব উল্লিখিত উদাহরণে,

$50\ (40-t)=50\ (t-0)$ অথবা $2000=100t$

অথবা $t=20^{\circ}$C শেষ (final) তাপমাত্রা।

লক্ষ্য করিতে হইবে যে, m_1 ও m_2 দুইটি ভরযুক্ত হইয়া m_1+m_2 হয়, তাপ Q_1 ও Q_2 যুক্ত হইয়া Q_1+Q_2 হয়, কিন্তু তাপমাত্রা θ_1 ও θ_2 যুক্ত হইয়া $\theta_1+\theta_2$ হয় না, উহা মধ্যবর্তী একটি θ তাপমাত্রায় আসে।

3.28. আপেক্ষিক তাপ :

জল ব্যতীত অন্য পদার্থে তাপ যুক্ত হইলে বা পদার্থ হইতে তাপ বিযুক্ত হইলে উহার সমান পরিমাণ জল অপেক্ষা তাপমাত্রার পরিবর্তন বেশী হইয়া থাকে। 1 গ্রাম্ হিলিয়াম্ স্থির আয়তনে এক ক্যালোরি তাপ যোগে 1·3°C তাপমাত্রা পায়, ঐ তাপে 1 গ্রাম্ বরফে 2°C, 1 গ্রাম সোনাতে 33°C তাপমাত্রা উঠে। অথচ 1 ক্যালোরি তাপে 1 গ্রাম জলে 1°C তাপমাত্রা বাড়ে।

কোন বস্তুর আপেক্ষিক তাপ (C) হইল সেই পরিমাণ তাপ যাহাতে উক্ত বস্তুর একক ভরে 1°C তাপমাত্রার পরিবর্তন ঘটে। নিচের সারণীতে কয়েকটি পদার্থের গড় আপেক্ষিক তাপ (C) দেওয়া হইল। বিভিন্ন তাপমাত্রায় এই সারণীর মানে কিছু পরিবর্তন হইতে পারে।

পদার্থের নাম	আপেক্ষিক তাপ [ক্যালোরি/গ্র্যাম × °C]	পদার্থের নাম	আপেক্ষিক তাপ [কিলোরি/গ্রাম × °C]
এ্যালকোহল	10·58	কাঁচ	0·18
এলুমিনিয়াম্	0 22	সোনা	0·030
তামা	0·095	গ্রানাইট্	0·19

পদার্থের নাম	আপেক্ষিক তাপ [ক্যালোরি/গ্রাম × °C]	পদার্থের নাম	আপেক্ষিক তাপ [ক্যালোরি/গ্রাম × °C]
বরফ	0·50	সালফিউরিক এ্যাসিড্	0·27
লোহা	0·11	তার্পিন	0·42
সীসা	0·030	জল	1·00
মার্বেল	0·21	কাঠ	0·42
পারদ	0·0333	দস্তা	0·092
রূপা	0·056	প্লাটিনাম	0·0365
জলীয় বাষ্প	0·48		

কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ (°C) জানা থাকিলে উহার m ভরে $\triangle T$ তাপমাত্রার পরিবর্তনে কত তাপ যুক্ত হইবে বা বিযুক্ত হইবে তাহার সূত্র পাওয়া যায়।

এই সূত্র হইল

তাপের পরিমাণ $= m \times C \times \triangle T$

উদাহরণ 1. 14 কি. গ্রা. এলুমিনিয়াম্ 80°C হইতে 15°Cএ ঠাণ্ডা করিতে উহা হইতে কত তাপ বিযুক্ত হইবে ?

$$Q = mC\triangle T = 14000 \text{ গ্রাম্} \times 0{\cdot}22 \frac{\text{ক্যালোরি}}{\text{গ্রাম্ °C}} \times (-65°C)$$

$$= -200000 \text{ ক্যালোরি}$$

(−) চিহ্নে বুঝা যায় যে 2×10^5 ক্যালোরি তাপ এলুমিনিয়াম্ হইতে বিযুক্ত হইলে তবেই উহাতে 15°C − 80°C = −65°C তাপমাত্রার পরিবর্তন হইবে। সারণীতে দেখ যে, আপেক্ষিক তাপের একক হইল ক্যালোরি/গ্রাম্, °C.

উদাহরণ 2. ·05 কি. গ্রা. ওজনের একটি কাপে 0·2 কি. গ্রা. ওজনের কফি 90°Cএ ঢালিয়া দেওয়া হইল। কাপের তাপমাত্রা ছিল 20°C। বাহির হইতে কোন তাপ যুক্ত না হইলে কফির সর্বশেষ তাপমাত্রা কত হইবে ?

কফির আপেক্ষিক তাপ জলের সমান অর্থাৎ কাপের আপেক্ষিক তাপ কাঁচের সমান অর্থাৎ 0·20 ধরা যাইতে পারে।

আমরা জানি যে, কাপের লব্ধ তাপ = কফির ব্যয়িত তাপ

কাপ ও কফির শেষ তাপমাত্রা T হইলে,

কাপের লব্ধ তাপ $= m_{\text{কাপ্}} \times C_{\text{কাপ্}} (T - 20°C)$

$$= 50 \text{ গ্রাম} \times 0{\cdot}18 \frac{\text{ক্যালোরি}}{\text{গ্র্যাম, °C}} \times (T - 20°C)$$

$$= (9T - 200) \text{ ক্যালোরি}$$

এবং কফির ব্যয়িত তাপ $= m_{\text{কফি}} \times C_{\text{কফি}} \times (90^\circ C - T)$

$$= 200 \text{ গ্রাম্} \times 1 \frac{\text{ক্যালরি}}{\text{গ্রাম}, ^\circ C} \times (90^\circ C - T)$$

$$= (18000 - 200T) \text{ ক্যালোরি}$$

লব্ধ তাপ ও ব্যয়িত তাপের সমীকরণ করিয়া পাওয়া যায়

$$9T - 200 = 18000 - 200\ T$$

$$209\ T = 18200$$

$$T = 87^\circ C$$

কফি কাপকে উত্তাপ দিয়া প্রায় $3^\circ C$ তাপমাত্রা ব্যয় করে।

3.29. তাপীয় সামর্থ্য (Thermal capacity) :

কোন বস্তুর তাপমাত্রা $1^\circ C$ বাড়াইতে যে তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে ঐ বস্তুর তাপীয় সামর্থ্য বলে।

বস্তুর ভর m ও আপেক্ষিক তাপ C হইলে উহার তাপীয় সামর্থ্য $= m^\circ C$ একক।

C. G. S. পদ্ধতিতে m গ্রাম্ ও C ক্যালোরি/গ্রাম্ $^\circ C$ হইলে তাপীয় সামর্থ্য $= m^\circ C$ ক্যালোরি।

আপেক্ষিক তাপ বলিতে বস্তুর একক ভরের তাপীয় সামর্থ্য বুঝায়।

উদাহরণ 1. দুইটি বস্তুর আপেক্ষিক ঘনত্ব 2 : 3 এবং উহাদের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে 0·12 এবং 0·09। উহাদের একক আয়তনে তাপীয় সামর্থ্যের তুলনা কর।

মনে কর, বস্তু দুইটির ঘনত্ব যথাক্রমে $2x$ ও $3x$। অতএব প্রথম বস্তুর একক আয়তনের ভর $2x$ গ্রাম্ ও দ্বিতীয় বস্তুটির $3x$ গ্রাম্।

তাহা হইলে প্রথম বস্তুর একক আয়তনের তাপীয় পার্থক্য $= 2x \times 0{\cdot}12$।

দ্বিতীয়টির একক আয়তনের তাপীয় পার্থক্য $= 3x \times 0{\cdot}09$।

$$\therefore \frac{\text{প্রথম বস্তুর তাপীয় সামর্থ্য}}{\text{দ্বিতীয় বস্তুর তাপীয় সামর্থ্য}} = \frac{2x \times 0{\cdot}12}{3x \times 0{\cdot}09} = \frac{8}{9}.$$

3.30. জল তুল্যমূল্য (Water equivalent) :

কোন বস্তুকে $1^\circ C$ তাপমাত্রায় তুলিতে প্রয়োজনীয় তাপে যে পরিমাণ জলকে $1^\circ C$ তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করা যায় তাহাকে ঐ বস্তুর জল তুল্যমূল্য বলে।

C আপেক্ষিক তাপের m গ্রাম্ বস্তুকে তাপমাত্রায় তুলিতে mc ক্যালোরি তাপ প্রয়োজন। এই তাপে mc গ্রাম্ জল $1^\circ C$ উত্তপ্ত করা যায়।

$\therefore$ ঐ বস্তুর জল তুল্যমূল্য $= mc$ গ্রাম্।

তাই বস্তুর তাপীয় সামর্থ্যের পরিমাণের সংখ্যা ঐ বস্তুর জল তুল্যমূল্যের সমান।

ক্যালোরিমিটারের জলতুল্যমূল্য (Water equivalent of a calorimeter)ঃ

ক্যালোরিমিতির পরীক্ষায় তাপ, আপেক্ষিক তাপ ইত্যাদি মাপিতে যে ক্যালোরিমিটার ব্যবহৃত হয়, উহা বীকারের আকারে তামা দ্বারা তৈয়ার হয়। উহার সহিত একটি আন্দোলক থাকে। ক্যালোরিমিতির পরীক্ষায় ক্যালোরিমিটারের জলতুল্যমূল্য মান প্রয়োজন হয়।

নিম্নলিখিত পরীক্ষা দ্বারা এই মান নির্ণয় করা হয়—

একটি ক্যালোরিমিটার শুষ্ক অবস্থায় আন্দোলক সহ ওজন কর। উহার এক তৃতীয়াংশ ঠাণ্ডা জলে ভর্তি করিয়া পুনরায় ওজন করিলে, জলের ওজন পাইবে। উহার সহিত প্রায় সমপরিমাণ গরমজল ক্ষিপ্রতার সহিত মিশ্রণ কর। গরমজলের তাপমাত্রা মাপিয়া রাখ। এখন মিশ্রণের শেষ তাপমাত্রা পরিমাপ কর। এবার ক্যালোরিমিটার ওজন করিয়া গরম জলের পরিমাণ পাইবে।

মনে কর, ঠাণ্ডা জলের ভর $= m$ গ্রাম্। গরম জলের ভর $= m'$ গ্রাম্।

ঠাণ্ডা জলের তাপমাত্রা $= t_1$°C, গরমজলের তাপমাত্রা $= t_2$°C

মিশ্রণের তাপমাত্রা $= t$°C।

ক্যালোরিমিটার ও আন্দোলকের জল তুল্যমূল্য $=$ W গ্রাম্।

গরম জলের ব্যয়িত তাপ $= m'(t_2 - t)$ ক্যালোরি।

ঠাণ্ডা জলের লব্ধ তাপ $= m(t - t_1)$ ক্যালোরি।

ক্যালোরিমিটার ও আন্দোলকের লব্ধ তাপ $= W(t - t_1)$।

এখন ব্যয়িত তাপ = লব্ধতাপ, এই সূত্র হইতে

$$m'(t_2 - t) = W(t - t_1) + m(t - t_1)$$

$$\therefore \quad W = \frac{m'(t_2 - t)}{(t - t_1)} - m$$

এই পরীক্ষায় গরম জল ঢালিবার সময় যাহাতে তাপ নষ্ট না হয় ও মিশ্রণের তাপ বিকিরণে বাহির না হয় সেজন্য সাবধানতা অবলম্বন করিতে হয়। মিশ্রণের তাপমাত্রা কম থাকা প্রয়োজন, নতুবা বাষ্পীভবনে জলের পরিমাণ কমিয়া যাইতে পারে।

উদাহরণ 1. 99°C-এ একটি সীসার টুকরা ক্যালোরিমিটারে 15°C-এর 200 গ্রাম্ জলে রাখা হইল। আন্দোলকের সাহায্যে জল ধীরে ধীরে আন্দোলিত করিয়া সুষম শেষ তাপমাত্রা হইল 21°C। ক্যালোরিমিটারের ওজন 40 গ্রাম্ ও উহার আপেক্ষিক তাপ ·01। সীসার তাপীয় সামর্থ্য গণনা কর।

C=সীসার তাপীয় সামর্থ্য

সীসার ব্যয়িত তাপ=$C(99-21)$ ক্যালোরি

ক্যালোরিমিটারে জলের লব্ধ তাপ=$40\times 0{\cdot}01\times(21-15)+200(21-15)$ ক্যালোরি।

লব্ধ তাপ=ব্যয়িত তাপ,—এই সূত্র হইতে

$C(99-21)=(40\times 0{\cdot}01+200)(21-15)=200{\cdot}4\times 6$

$C=15{\cdot}4$ ক্যালোরি

উদাহরণ 2. একটি মিশ্র ধাতুতে 60% তামা ও 40% লোহা আছে। 50 গ্রাম্ ভরের ঐ ধাতু 5 গ্রাম জলতুল্যমূল্য মানের ক্যালোরিমিটারের 10°C-এ 55 গ্রাম জলে রাখা হইল। শেষ তাপমাত্রা 20°C হইলে মিশ্র ধাতুর মুলতাপমাত্রা কত ছিল ?

মিশ্র ধাতুতে তামার ভর=$\frac{60}{100}\times 50=30$ গ্রাম্

" লোহার ভর=$\frac{40}{100}\times 50=20$ গ্রাম্

মিশ্র ধাতুর মূল তাপমাত্রা t°C হইলে

তামার ব্যয়িত তাপ=$30\times {\cdot}095\times(t-20)$ ক্যালোরি

লোহার ব্যয়িত তাপ=$20\times 0{\cdot}11(t-20)$ ক্যালোরি

জলের লব্ধ তাপ=$55(20-10)$ ক্যালোরি

যেহেতু লব্ধ তাপ=ব্যয়িত তাপ

$(t-20)[(30\times 0{\cdot}095)+(20\times 0{\cdot}11)]=(20-10)(55+5)$

অতএব $t=138{\cdot}8$°C.

উদাহরণ 3. সমান আয়তনের কাঁচ ও পারদের তাপীয় সামর্থ্য সমান। পারদের আপেক্ষিক তাপ ·0333 ও আপেক্ষিক গুরুত্ব 13·6 হইলে 2·5 আপেক্ষিক গুরুত্বের একখণ্ড কাঁচের আপেক্ষিক তাপ কত ?

কাঁচখণ্ডের আয়তন, মনে কর, V ঘন সে.মি.

উহার ভর=$V\times 2{\cdot}5$ গ্রাম্

V ঘন সে.মি. পারদের ভর=$V\times 13.6$ গ্রাম্

V ঘন সে.মি. কাঁচের তাপীয় সামর্থ্য $H_1=V\times 2{\cdot}5\times C$

C=ঐ কাঁচের আপেক্ষিক তাপ।

V ঘন সে মি. পারদের তাপীয় সামর্থ্য $H_2=V\times 13.6\times 0{\cdot}0333$

যেহেতু $H_1=H_2$

$\therefore\ C\times 2{\cdot}5\times V=C\times 13{\cdot}6\times 0{\cdot}0333$ অথবা $V=\dfrac{13{\cdot}6\times 0{\cdot}0333}{2{\cdot}5}$

$=0{\cdot}181.$

উদাহরণ 4. একটি ফার্নেসের তাপমাত্রা নির্ণয় করিতে 80 গ্রাম্ ভরের একটি প্লাটিনাম বল উহাতে রাখা হইল। উহা ফার্নেসের তাপমাত্রায় উঠিলে ক্ষিপ্রগতিতে বলটি একটি ক্যালোরিমিটারের 15°C তাপমাত্রার জলে স্থানান্তরিত করা হইল। জলের তাপমাত্রা 20°C এ বাড়িলে এবং জলের ওজন ও ক্যালোরিমিটারের জল তুল্যমূল্য যুক্ত ভাবে 400 গ্রাম্ হইলে ফার্নেসের তাপমাত্রা কত ?

মনে কর ফার্নেসের তাপমাত্রা $= t^\circ C$

সারণীতে দেখ, প্লাটিনামের আপেক্ষিক তাপ $= 0{\cdot}0365$

প্লাটিনাম বলের ব্যয়িত তাপ $= 80 \times 0{\cdot}0365 \times (t - 20)$ ক্যালোরি

ক্যালোরিমিটার ও জলের লব্ধ তাপ $= 400(20 - 15)$ ক্যালোরি

$\therefore \quad 80 \times 0{\cdot}0365 \times (t - 20) = 400(20 - 15)$

অথবা $t =$ প্রায় 105°C.

উদাহরণ 5. 98°C তাপমাত্রার 200 গ্রাম্ জল 30°C তাপমাত্রার 1·03 ঘনত্বের 200 ঘন সে.মি. দুধের সহিত 8 গ্রাম্ জলের তাপীয় সামর্থ্যবিশিষ্ট পিতলের পাত্রে মিশ্রিত করা হইল। মিশ্রণের তাপমাত্রা 64°C হইলে দুধের আপেক্ষিক তাপ কত ?

দুধের ভর $= (200 \times 1{\cdot}03)$ গ্রাম্

জলের ব্যয়িত তাপ $= 200(98 - 64)$ ক্যালোরি

দুধের লব্ধ তাপ $= (200 \times 1{\cdot}03) \times C(64 - 30)$

$C =$ দুধের আপেক্ষিক তাপ

পাত্রের লব্ধ তাপ $= 8(64 - 30)$

$\therefore \quad 200 \times 34 = [(200 \times 1{\cdot}03 \times C) + 8]34$

অতএব $C =$ প্রায় 0·93.

উদাহরণ 6. দুইটি তরল পদার্থের একটির আপেক্ষিক গুরুত্ব 0·8 ও অন্যটির 0·5। প্রথমটির 3 লিটারের তাপীয় সামর্থ্য দ্বিতীয়টির 2 লিটারের তাপীয় সামর্থ্যের সমান। উহাদের আপেক্ষিক তাপ তুলনা কর।

প্রথম তরলের আয়তন $= 3000$ ঘন সে.মি. ;

উহার ভর $= 3000 \times 0{\cdot}8 = 2400$ গ্রাম্

দ্বিতীয় তরলের আয়তন $= 2000$ ঘন সে.মি.

দ্বিতীয় তরলের ভর $= 2000 \times 0{\cdot}5 = 1000$ গ্রাম্

প্রথমটির তাপীয় সামর্থ্য $H_1 = 2400 \times C_1$, $C_1 =$ উহার আপেক্ষিক তাপ

দ্বিতীয়টির তাপীয় সামর্থ্য $H_2 = 1000 \times C_2$, $C_2 =$ উহার আপেক্ষিক তাপ

প্রদত্ত আছে যে, $H_1 = H_2$

$\therefore \quad 2400 \times C_1 = 1000 \times C_2$ অথবা $\frac{C_1}{C_2} = \frac{1000}{2400} = \frac{5}{12}$

প্রশ্নাবলী

1. 1 কিলোগ্রাম তামা 20°C হইতে 100°Cএ তুলিতে কত তাপ দিতে হইবে ?

[Ans. 7440 ক্যালোরি]

2. 0·6 কিগ্রা. তামার একটি পাত্রে 20°Cএ 1·5 কিগ্রা জল ধরে। একটি 0·1 কিগ্রা. লোহার বল 120°Cএ উত্তপ্ত করিয়া এই জলে ডুবাইলে জলের তাপমাত্রা কত হইবে ?

[Ans. 20·7°C.]

3. 1 কিগ্রা. বরফ 0°C হইতে 100°Cএ বাষ্পে পরিণত করিতে যে তাপ প্রয়োজন তাহা 1 কিগ্রা. জল 0°C হইতে 100°Cএ তুলিতে প্রযুক্ত তাপ অপেক্ষা কত বেশী ?

[Ans. 620 কিলোক্যালোরি]

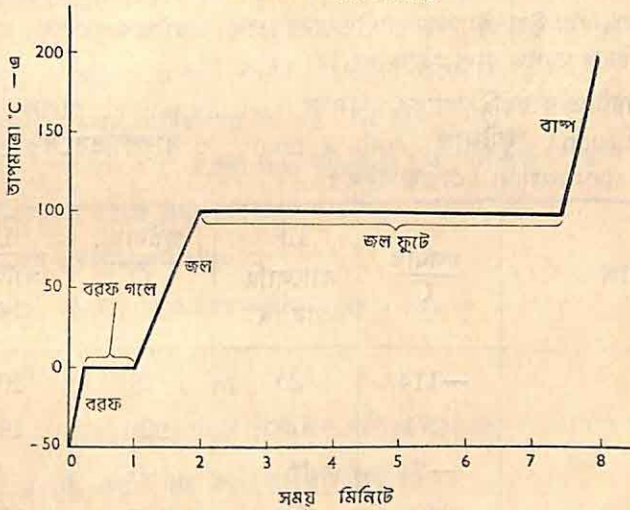
4. প্রেসার কুকারে খাদ্য কেন তাড়াতাড়ি সিদ্ধ হয় ?

তৃতীয় অধ্যায়

অবস্থার পরিবর্তন

(Change of State)

[**Syllabus** : Change of State : Latent heat (brief discussions of determination), evaporation and boiling. Effects of pressure on melting point and boiling point. Vapour pressure. Relative humidity. Dew, fog and cloud. Hygrometry. Regnault's hygrometer.]

3.31. কোনো বস্তুতে তাপ যোগ করিলে বা উহা হইতে তাপ বাহির করিয়া লইলেই যে সব সময় তাপমাত্রার পরিবর্তন হইবে তাহা নহে। 3.31 (i) চিত্রে দেখ, এক কিলোগ্রাম বরফে তাপ যুক্ত করিতে থাকিলে উহার তাপমাত্রার কীরূপ পরিবর্তন ঘটে। মনে কর বরফখণ্ডটি প্রথমে −50°C তাপমাত্রায় ছিল। যেহেতু উহার আপেক্ষিক তাপ 0·5 ক্যালরি/গ্রাম্ °C, এক হাজার ক্যালোরি তাপে উহার তাপমাত্রা 2°C বাড়িবে। 0°Cএ উহার সুষম তাপমাত্রা বৃদ্ধি বন্ধ হইবে ও ঐ অবস্থায়

চিত্র 3.31 (i)

80000 ক্যালরি বাড়তি তাপ যোগ করিলেও তাপমাত্রা 0°C হইতে বাড়িবে না। এই তাপ 0°Cএ বরফ খণ্ডটিকে 0°Cএ তরল জলে রূপান্তরিত করিতে আবশ্যক। অর্থাৎ একগ্রাম্ বরফকে জলে পরিণত করিতে 80 ক্যালোরি তাপ লাগে। এই তাপকে বরফ **গলনের লীনতাপ** (Latent heat of fusion) বলে। সমস্ত বরফ জলে পরিণত হইয়া গেলে এবং আরও তাপ যুক্ত করিলে এখন জলের তাপমাত্রা বাড়িবে। বরফ হইতে জলের আপেক্ষিক তাপ কম বলিয়া অধিকতর তাপে জলের তাপমাত্রার পরিবর্তনের হার বরফ হইতে কম হইবে। চিত্রে দেখ এই অংশের লেখচিত্রের নতি (slope) বরফের অংশ অপেক্ষা কম। জলের তাপমাত্রা 100°Cএ পৌঁছিলে পুনরায় তাপমাত্রা

স্থির থাকিবে—প্রতি গ্রামে 540 ক্যালোরি অর্থাৎ 1 কিগ্রা. জলে 540 কিলো ক্যালোরি তাপ যুক্ত হওয়া পর্যন্ত ও সমস্ত জল বাষ্পে পরিণত হওয়া পর্যন্ত এই তাপমাত্রার পরিবর্তন হইবে না। জলের **বাষ্পীভবনের লীনতাপ** (latent heat of vaporisation) 540 ক্যালোরি—উহা একগ্রাম জলকে সম্পূর্ণভাবে বাষ্পে পরিণত করে। সমস্ত জল বাষ্প হওয়ার পর তাপ বাড়িলে আবার তাপমাত্রা বাড়ে। জলীয় বাষ্পের আপেক্ষিক তাপ 0·48 ক্যালোরি/গ্র্যাম. °C বলিয়া প্রত্যেক ক্যালোরি বাড়তি তাপে উহার তাপমাত্রা 2·71°C করিয়া বাড়িবে। ফলে চিত্রে দেখ যে, লেখচিত্রের নতি জল বা বরফ হইতে আরও খাড়া হইবে।

বস্তুর গলন তাপ L_f (Heat of fusion): এক গ্রাম্ ভরের কোন বস্তুকে উহার গলনাঙ্কে তাপমাত্রা না বাড়াইয়া কঠিন হইতে তরল করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয়, তাহাকে ঐ বস্তুর **গলন তাপ** বলে। ঐ বস্তুকে তরল হইতে কঠিন পদার্থে পরিণত করিতে সমপরিমাণ তাপ উহা হইতে বাহির করিয়া লইতে হয়।

বাষ্পীভবনের তাপ, L_v (Heat of vaporisation): এক গ্রাম্ ভরের কোন তরল পদার্থকে তাহার স্ফুটনাঙ্কে তাপমাত্রা না বাড়াইয়া বাষ্পীভূত করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয়, উহা ঐ বস্তুর বাষ্পীভবনের তাপ। বাষ্পকে তরলে রূপান্তরিত করিতে ঐ পরিমাণ তাপও বাষ্প হইতে সরাইয়া লইতে হয়।

নিচের সারণীতে কয়েকটি পদার্থের **গলনাঙ্ক** (melting point), **গলন তাপ** L_f (heat of fusion), **স্ফুটনাঙ্ক** (boiling point) ও **বাষ্পীভবনের তাপ** L_v (heat of vaporisation) দেওয়া হইল:

পদার্থ	গলনাঙ্ক / °C	Lf / ক্যালোরি গ্রাম. °C	স্ফুটনাঙ্ক / °C	Lv / ক্যালোরি গ্রাম. °C
এ্যালকোহল	—114	25	78	204
বিসমাথ্	271	12·5	920	190
ব্রোমিন	—7	16	60	43
সীসা	330	5·9	1170	175
লিথিয়াম	186	160	1336	511
পারদ	—39	2·8	358	71
নাইট্রোজেন	—210	6·1	—196	48
অক্সিজেন	—219	3·3	—183	51
সালফিউরিক এ্যাসিড্	8.6	39	326	122
জল	0	80	100	540
দস্তা	420	24	918	475

কোন কোন অবস্থায় কিছু কিছু পদার্থ কঠিন হইতে সরাসরি বাষ্পে পরিণত হয় ও বাষ্প হইতে কঠিন অবস্থা পায়। পদার্থের এই ধর্মকে **উর্ধপাতন** (sublimation) বলে। কর্পূর এই উপায়ে গৃহতাপমাত্রায় ধীরে ধীরে উবিয়া যায়। শুষ্ক বরফ (কঠিন কার্বন ডাই-অক্সাইড্) $-78{\cdot}5^{\circ}$Cএ সরাসরি বায়বীয় কার্বন ডাই-অক্সাইড্ বায়বে বাষ্পীভূত হয়। এরকম কয়েকটি পদার্থ ছাড়া অন্য পদার্থে বায়ুমণ্ডলের চাপ হইতে নিম্নতর চাপে সাধারণত উর্ধপাতন ঘটিয়া থাকে।

3.32. লীনতাপ নির্ণয়ের পদ্ধতি (Determination of latent heat) **:**

(1) বরফের গলন তাপ নির্ধারণ :

(A) ক্যালোরিমিটার ও আন্দোলকের ওজন লও (w গ্রাম্)। গৃহতাপমাত্রার 5°C বেশী তাপমাত্রার গরমজলে ক্যালোরিমিটারের আধাআধি ভর্তি কর। জলসহ ক্যালোরিমিটার ওজন করিয়া জলের ওজন (m গ্রাম্) নির্ণয় কর। তাপমান যন্ত্রে জলের তাপমাত্রা ($t_1{}^{\circ}$C) পরিমাণ কর। একখণ্ড বরফ টুকরা করিয়া পরিষ্কার জলে ধুইয়া ব্লটিং কাগজে জলীয় অংশ শুকাইয়া লও। ব্লটিং কাগজ হইতে ক্যালোরিমিটারের জলে কয়েকখণ্ড বরফ ফেলিয়া দাও। মিশ্রণের তাপমাত্রা ($t_2{}^{\circ}$C) মাপ। এবার ক্যালোরিমিটার ওজন করিয়া বরফের ভর (M গ্রাম্) পাইবে। বরফ 0°Cএ গলিয়া 0°C জলে পরিণত হইতে ও ঐ জল 0°C হইতে $t_2{}^{\circ}$Cএ আসিতে যে তাপ লাগে উহা ক্যালোরিমিটারের ব্যয়িত তাপের সমান।

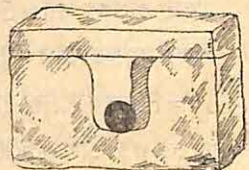
L_f = গলনের লীনতাপ হইলে

$$ML_f + M.1.t_2 = (wc+m)(t_1 - t_2)$$

অতএব $$L_f = \frac{(wc+m)(t_1-t_2)}{M} - t_2$$

C = ক্যালোরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ, জলের আপেক্ষিক তাপ = 1.

(B) ব্ল্যাক্-এর বরফ ক্যালোরিমিটার :

বরফের একটি বড় খণ্ড লও। উহাতে একটি গর্ত কর এবং ঐ গর্ত ঢাকিবার জন্য একটি বরফের ঢাকনা লও। [চিত্র 3.32 (i)]। একখণ্ড কঠিন পদার্থ (w গ্রাম্) লও। উহার আপেক্ষিক তাপ C। উহা স্থির তাপমাত্রা t°C এ উত্তপ্ত করিয়া ক্ষিপ্র গতিতে বরফের গর্তে রাখ এবং বরফের ঢাকনায় ঢাকা দাও। উষ্ণ কঠিনপদার্থ কিছু বরফ গলাইয়া নিজে 0°C তাপমাত্রায় নামিয়া আসিবে। কয়েক মিনিট পরে গর্ত হইতে জলীয় অংশ পিপেটের (pipette) সাহায্যে তুলিয়া উহার ওজন (m গ্রাম) লও।

চিত্র 3.32 (i)

0°C বরফের লব্ধ তাপ $= mL_f$, $L_f =$ বরফের গলনের লীন তাপ। কঠিন পদার্থের ব্যয়িত তাপ $= w.\ c.\ t.$

$$\therefore\ L_f = \frac{w.\ c.\ t.}{m}$$

এই পদ্ধতিতে L জানা থাকিলে যে কোন কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ মাপা যায়।

উদাহরণ 1. নিম্নলিখিত পরীক্ষালব্ধ ফল হইতে বরফের গলনের লীন তাপ বাহির কর।

ক্যালোরিমিটারের ওজন = 60 গ্রাম্

ক্যালোরিমিটার + জলের ওজন = 460 গ্রাম্

বরফ যুক্ত হইবার আগে জলের তাপমাত্রা = 38°C

মিশ্রণের তাপমাত্রা = 5°C

ক্যালোরিমিটার + বরফের ওজন = 618 গ্রাম্

ক্যালোরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ O = 0·1

$L_f =$ বরফের গলনের লীন তাপ

জলের ভর = 460 − 60 = 400

ক্যালোরিমিটার ও জলের ব্যয়িত তাপ $= 60 \times 0{\cdot}1 \times (38-5) + 400(38-5)$ ক্যালোরি 158 গ্রাম্ বরফ গলাইতে ও বরফ গলা জল 5°Cএ তুলিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$= 158L_f + 158(5-0) \text{ ক্যালোরি।}$$

$\therefore\ 158L_f + 158 \times 5 = (38-5)(6+400)$

অথবা $L_f = 79{\cdot}8$ ক্যালোরি/গ্রাম্

উদাহরণ 2. একটি বরফের চাঙড়ের গর্তে এক লিটার গরমজল ঢালিয়া বরফের ঢাকনায় ঐ গর্ত বন্ধ করা হইল। কিছুক্ষণ পরে ঐ গর্তে $1\frac{1}{2}$ লিটার বরফ-শীতল জল পাওয়া গেল। গরমজলের তাপমাত্রা কত ছিল?

গরমজলের তাপমাত্রা, মনে কর t°C

গরমজলের ভর = 1000 গ্রাম্

গলিত বরফের ভর = 500 গ্রাম্

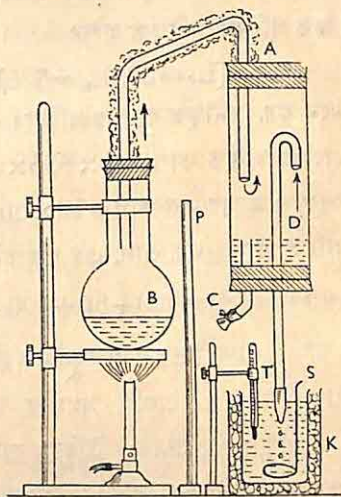
জলের ব্যয়িত তাপ $= 1000(t-0)$ ক্যালোরি

$L_f = 80$ ক্যালোরি/গ্রাম্

বরফের লব্ধ তাপ $= 500 \times 80$ ক্যালোরি

$\therefore\ 1000t = 500 \times 80$ অথবা $t = 40^\circ$C.

(2) **জলের বাষ্পীভবন তাপ নির্ণয়** (Determination of the Heat of Vaporisation of water) :

একটি পরিচ্ছন্ন ও শুষ্ক ক্যালোরিমিটার K, S আন্দোলক সহ ওজন কর (w গ্রাম)। ক্যালোরিমিটার ও আন্দোলক একই ধাতুতে তৈয়ারী হওয়ায় উহাদের আপেক্ষিক তাপ মনে কর C। ক্যালোরিমিটারের দুই-তৃতীয়াংশ জলে ভর্তি করিয়া ওজনের দ্বারা জলের ভর (m গ্রাম) বাহির কর। উহাতে উল্লম্ব অবস্থায় একটি পারদ তাপমান T যন্ত্র রাখিয়া স্থির তাপমাত্রা (t_1°C) মাপ। 3.32 (ii) চিত্রের মত B ফ্লাস্কে জল ফুটাও। উহার মুখ ছিপি দিয়া বন্ধ ও ছিপির মধ্য দিয়া A টিউব বাষ্প ফাঁদের (Steam trap) মধ্যে ঢুকিয়াছে। বাষ্পফাঁদ একটি খোলামুখ কাঁচের নল, উহার দুইটি মুখ বাষ্পরোধী ছিপি দিয়া আঁটা আছে। A টিউব বাঁকিয়া এই ফাঁদে উপরের ছিপির ভিতর দিয়া ঢুকিয়াছে। নিচের ছিপির ভিতর দিয়া দুইটি নল বাহির হইয়াছে, C নলটি জল বাহির করিয়া দিবার নালিকা ও D নল দিয়া বাষ্প ক্যালোরিমিটারের জলে প্রবেশ করে। উহার প্রবেশমুখে সরু ছিদ্র থাকে। B ফ্লাস্কের জল ফুটাইলে বাষ্পফাঁদের মধ্যে ঢুকে ও জলীয় অংশ C নলে বাহির হইয়া যায়। D নলের বাষ্প ক্যালোরিমিটারে ঢুকিলে ক্যালোরিমিটারের জল গরম হয়। এখন D নল তুলিয়া লইয়া ক্যালোরিমিটারের তাপমাত্রা (t°C) মাপ। ক্যালোরিমিটার ঠাণ্ডা হইলে উহা ওজন করিয়া আগের ওজন বাদ দিলে বাষ্প হইতে ঘনীভূত জলের ওজন (m গ্রাম) পাইবে।

চিত্র 3.32 (ii)

t°Cএ জলে ঘনীভূত হইতে বাষ্পের ব্যয়িত তাপ

$$= ML_v + M\,1\,(100 - t) \text{ ক্যালোরি}$$

[বাষ্পের তাপমাত্রা 100°C ধরা হইয়াছে।]

ক্যালোরিমিটার t_1°C হইতে t°C উঠিতে লব্ধতাপ

$$= (w.c + m)\,(t - t_1)$$

লব্ধ তাপ = ব্যয়িত তাপ, এই সূত্র হইতে

$$ML + M\,(100 - t) = (w.c + m)(t - t_1)$$

অর্থাৎ $L_v = \dfrac{(w.c + m)(t - t_1)}{M} - (001 - t)$

বাষ্পফাঁদের কাজ হইল ক্যালোরিমিটারে ঢুকিবার আগে ঘনীভূত বাষ্পের জল যাহাতে আলাদা করিয়া লওয়া যায়। বাষ্প যাহাতে মাঝপথে ঘনীভুত না হয়, তজ্জন্য A টিউব ও বাষ্প ফাঁদ অপরিবাহী পদার্থ এ্যস্‌বেষ্টস্ প্রভৃতি দিয়া ঢাকিয়া দেওয়া হয়।

উদাহরণ 1. একটি পাত্রে 0°Cএর 10 গ্রাম্ বরফ ও 100 গ্রাম জলের মধ্যে 100°Cএর বাষ্প প্রবেশ করাইয়া সমস্ত বরফ গলিতে দেওয়া হইল ও তাপমাত্রা 5°C উঠিল। পাত্রের জল তুল্যমূল্য ও বিকিরণ ইত্যাদির জন্য তাপের ক্ষয় গণ্য না করিয়া বাষ্প কত পরিমাণ ঘনীভূত হইবে গণনা কর।

$$[L_f = 80, L_v = 536].$$

মনে কর, ঘনীভুত বাষ্পের পরিমাণ m গ্রাম্

বাষ্পের ব্যয়িত তাপ $= m \times 536 \times m(100-5)$ ক্যালোরি

বরফ ও জলের লব্ধ তাপ $= 10 \times 80 + 10 \times 5 + 100 \times 5$ ক্যালোরি

ব্যয়িত তাপ = লব্ধ তাপ, এই সূত্র হইতে

$m(536+95) = 800+50+500$; অথবা $m = \frac{1350}{631} = 2{\cdot}13$ গ্রাম্

3.33. বাষ্পীভবন ও স্ফুটন (Evaporation and Boiling) :

বাষ্পীভবন : একটি অগভীর থালায় জল রাখিয়া কোন ঘরে খোলা রাখিয়া দাও। দেখিবে জল ক্রমশঃ উবিয়া যাইতেছে। তরল হইতে বায়ব অবস্থায় এই আপনাআপনি পরিবর্তন যেকোন তাপমাত্রাতে ঘটিয়া থাকে। উহাকে **বাষ্পীভবন** বলে।

সমস্ত তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠদেশ হইতে ধীরে ধীরে ও ক্রমশঃ তরলের বায়ব-পদার্থে পরিবর্তনকে বাষ্পীভবন বলে। **বাষ্পীভবন** কিসের উপর নির্ভর করে ?

(1) **তরলের তাপমাত্রা :** তাপমাত্রা যত বেশী হইবে, ততই বেশী পরিমাণ বাষ্প তৈয়ার হইবে।

(2) **তরলের প্রকৃতি :** একই অবস্থায় জল হইতে ইথার বেশী পরিমাণে বাষ্পীভূত হইবে। অল্প স্ফুটনাঙ্কের তরলপদার্থ তাড়াতাড়ি বাষ্পীভূত হয়।

(3) **তরলপৃষ্ঠে বায়ুর চাপ :** তরলের উপর বায়ুমণ্ডলের চাপ যত কম হইবে বাষ্পীভবনের হারও তত বাড়িবে। নির্বায়ু (vacuum) পাত্রে ঐ হার সবচেয়ে বেশী।

(4) **তরলপৃষ্ঠে বায়ু চলাচলের হার :** তরলপৃষ্ঠে বায়ুর পরিবর্তনের হার বাড়াইয়া দিলে বাষ্পীভবনের হার বাড়ে।

(5) **তরলপৃষ্ঠের মুক্ত আয়তন :** তরলপৃষ্ঠের যত বেশী আয়তন বাহিরের বাতাসের সংস্পর্শে থাকিবে ততই বেশী বাষ্পীভবন হইবে। কাপ হইতে প্লেটে চা ঢালিলে তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হওয়ার ইহাই কারণ।

(6) **তরল সংস্পৃষ্ট বাষ্পের চাপ :** তরলের বাষ্প যদি তরলপৃষ্ঠ ভরিয়া থাকে, তবে বাষ্পীভবন হ্রাস পায়। তাই শীতকালে শুক্না বাতাসে বর্ষাকালের ভিজা বাতাস অপেক্ষা তাড়াতাড়ি ভিজা কাপড় শুকাইয়া যায়।

স্ফুটন : কোন তরল পদার্থ অবিরাম উত্তপ্ত করিলে একটি নির্দিষ্ট চাপে প্রথমত উহার পৃষ্ঠদেশ হইতে বাষ্প নির্গত হয়—শেষে তরলের সমস্ত আয়তন ধরিয়া দ্রুত স্ফুটন চলিতে থাকে ও বাষ্পীভবন ঘটে। উহাকে তরলের **স্ফুটন** বলে। উত্তপ্ত পৃষ্ঠদেশে বাষ্পের বুদ্‌বুদ্‌ বাহির হয়। চাপ পরিবর্তিত না হইলে স্ফুটনের সময় তাপমাত্রার পরিবর্তন হয় না। এই তাপমাত্রা বিভিন্ন তরল পদার্থে বিভিন্ন হইয়া থাকে। বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপে স্ফুটনের তাপমাত্রাকে **স্ফুটনাঙ্ক** (boiling point) বলা হয়।

স্ফুটনাঙ্ক কিসের উপর নির্ভর করে ?

(1) চাপ বাড়িলে বা কমিলে তরলের স্ফুটনাঙ্ক বাড়ে বা কমে।

(2) তরলপদার্থে কোন কিছু মিশ্রিত থাকিলে উহার স্ফুটনাঙ্ক বাড়িয়া যায়।

(3) যে পাত্রে তরলের স্ফুটন হয় তাহার প্রকৃতি, মসৃণতা ও অভ্যন্তরভাগের পরিচ্ছন্নতার উপরেও স্ফুটনাঙ্ক কিছু পরিমাণে নির্ভর করে।

বাষ্পীভবন ও স্ফুটনের পার্থক্য :

বাষ্পীভবন **সমস্ত তাপমাত্রায়** তরলের **পৃষ্ঠদেশে** ঘটিয়া থাকে, অথচ স্ফুটন তরলের **সমস্ত ভর** ব্যাপিয়া একটি **বিশেষ তাপমাত্রায়** ঘটে ; এই তাপমাত্রা চাপের উপর নির্ভর করে। বাষ্পীভবন ক্রিয়া যথেষ্ট মন্থর, অথচ স্ফুটন খুব দ্রুত ঘটিয়া থাকে।

3.34. বাষ্পীভবনজনিত শীতলতা :

বাষ্পীভবন শীতলতার সৃষ্টি করে। তরলপদার্থে বাষ্পীভবনের সময় তাপমাত্রা নামিয়া যায়, কারণ বাষ্পীভবনের সময় লীনতাপ ঐ তরল হইতে বাহির হইয়া যায়। তাই ভিজা গায়ে বাতাস লাগিলে ঠাণ্ডার সৃষ্টি করে। গ্রীষ্মকালে ভিজা খস্‌খসের ভিতর দিয়া বাতাস চলাচল করিলে ঘরে শীতলতার সৃষ্টি করে। বাতাস বাষ্পীভবনের হার বাড়ায় বলিয়া এরূপ ঘটে।

(1) গ্রীষ্মপ্রধান দেশে সরু ছিদ্রময় (porous) মাটির কুঁজাতে জল থাকিলে উহার সারা পৃষ্ঠে ছিদ্রপথে জল বাষ্পীভূত হইয়া কুঁজার জল শীতল রাখে। কাঁচের বা ধাতুর সমআয়তনের পাত্রে জল কম ঠাণ্ডা থাকে। তাহার কারণ, উহাতে কেবল পাত্রের খোলামুখ দিয়া বাষ্পীভবন ঘটে।

(2) গ্রীষ্মকালে রাস্তায় জল দিলে শুধু ধূলিকণা থিতাইয়া যায় না, বাষ্পীভবনের দ্বারা শীতলতারও সৃষ্টি করে।

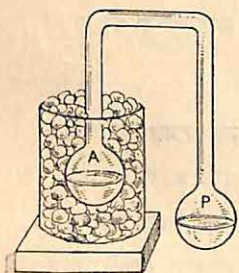
(3) কাপ হইতে প্লেটে চা ঢালিয়া লইলে ঐ চা তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হয়। প্লেটের পৃষ্ঠদেশের আয়তন কাপ অপেক্ষা বেশী বলিয়া তাড়াতাড়ি বাষ্পীভবনের দ্বারা ঠাণ্ডা হয়।

(4) গ্রীষ্মকালে কুকুরেরা জিভ বাহির করিয়া বাতাসে মুক্ত রাখে। ফলে জিভের লালার বাষ্পীভবনে উহারা কিছুটা শীতলতার আস্বাদ পায়।

(5) গ্রীষ্মকালে ঠাণ্ডা হইতে আমরা পাখা ব্যবহার করি। গায়ের চামড়ার ছিদ্র দিয়া যে ঘাম বাহির হয়, তাহা পাখার বাতাসে বাষ্পীভূত হইয়া ঠাণ্ডার সৃষ্টি করে। ক্রমশঃ ঘাম বাষ্প হইয়া বাষ্পীভবনের হার কমাইয়া দেয়—পাখার বাতাস ঐ বাষ্প সরাইয়া বায়ু চলাচলের হার বাড়াইয়া বাষ্পীভবন বাড়াইয়া দেয়। ফলে চামড়ায় বেশী তাপ শোষিত হইয়া ঠাণ্ডার সৃষ্টি করে।

3.35. হিমায়ন (Refrigeration) :

বাষ্পীভবনের সাহায্যে শীতলতার সৃষ্টি করিয়া জল হিমাঙ্কে (freezing point) আসিতে পারে। নিম্নলিখিত পরীক্ষাগুলি হইতে তাহার বিবরণ জানিতে পারিবে।

(1) একটি কাঠের টুকরায় কয়েক ফোঁটা জল রাখ। উহার উপর একটি পাতলা তামার ক্যালোরিমিটারে কিছু ইথার (ether) রাখিয়া বসাইয়া দাও। বাহির হইতে ইথারে বায়ু দ্রুত চালাইলে ইথার তাড়াতাড়ি বাষ্পীভূত হইয়া যে শীতলতার সৃষ্টি করিবে তাহাতে ক্যালোরিমিটার ও কাঠের মধ্যবর্তী জলের কণিকাগুলি বরফে পরিণত হইবে ও কাঠের সহিত ক্যালোরিমিটারকে আটকাইয়া রাখিবে।

চিত্র 3.35 (i)

(2) **ওলাষ্টনের ক্রাইওফোরাস্** (Wollaston's cryophorous): 3.35 (i) চিত্রের মত একটি বাঁকানো নলের দুইদিকে দুইটি বাল্‌ব আছে। উহাতে জল ও জলীয় বাষ্প ছাড়া অন্য কোন বায়ু নাই। সমস্ত জল P বাল্‌বে স্থানান্তরিত করিয়া A বাল্‌ব হিমায়ন মিশ্রণে (freezing mixture) রাখ। বিভিন্ন পদার্থের মিশ্রণে যে হিমায়ন মিশ্রণ পাওয়া যায় তাহা কত শীতলতার সৃষ্টি করে নিচের সারণীতে দেখিতে পার।

হিমায়ন মিশ্রণ

	ওজনের ভাগ	কত তাপমাত্রা সৃষ্টি করে
এ্যামোনিয়াম নাইট্রেট্	5	$-17^{\circ}C$
সোডিয়াম সালফেট্	6	

	ওজনের ভাগ	কত তাপমাত্রা সৃষ্টি করে
বরফের গুঁড়া	9	$-20^{\circ}C$
সাধারণ লবণ	1	
কার্বন ডাই-অক্সাইড্ (কঠিন)	4	$-77^{\circ}C$
ইথার	1	

যে-কোন হিমায়ন মিশ্রণ ব্যবহার করিলে A বাল্‌বে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়। উহার অভ্যন্তরীণ চাপ কমিয়া P হইতে আরও বেশী জল বাষ্পীভূত হয়। ফলে ঐ জল ক্রমশঃ ঘনীভূত হইয়া বরফে পরিণত হইবে।

(3) **লেস্‌লীর পরীক্ষা** (Leslie's Experiment) :

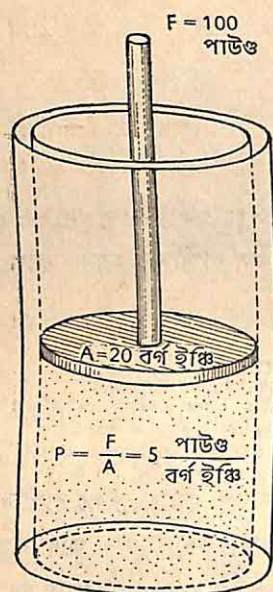
একটি অগভীর থালায় জল ও অন্য একটি অগভীর থালায় তীব্র সালফিউরিক অ্যাসিড লও। থালা দুইটি একটি বায়ুরোধী আধারে রাখিয়া ভ্যাকুয়াম পাম্প দিয়া আধারের বাতাস বাহির করিয়া লও। আধারে বায়ুর চাপ কমায়, জলের বাষ্পীভবন দ্রুত ঘটে এবং সালফিউরিক অ্যাসিডে জলীয় বাষ্প শোষিত হয়। ফলে আধারে চাপ সর্বদাই কম থাকে। ক্রমশঃ জলের বাষ্পীভবন দ্রুততর হয় ও জলের থালায় বরফের পাতলা স্তর উৎপন্ন হয়।

বাড়ীর জন্য হিমায়ন যন্ত্র (Refrigerator), বরফ কল (Ice machine) প্রভৃতি দ্রুত বাষ্পীভবনে শীতলতা উৎপাদনের নীতিতে নির্মিত হইয়া থাকে।

3.36. গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব (Effects of Pressure on Melting point and Boiling point) **:** স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব সম্পর্কে পূর্বেই আলোচনা করা হইয়াছে।

কোন বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন যে তাপমাত্রায় ঘটে উহা চাপের উপর নির্ভর করে। 3.31 অনুচ্ছেদের সারণীতে গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্কের যে মান দেওয়া হইয়াছে, তাহা সমুদ্র উপকূল স্তরে (sea level) স্বাভাবিক চাপে ধরা হইয়াছে। পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে 10000 ফুট উঁচুতে জল $90^{\circ}C$ তাপমাত্রায় ফুটিতে পারে ; কারণ সমুদ্রস্তর হইতে সেখানে চাপ প্রায় দুই তৃতীয়াংশ। প্রেসার কুকারে স্বাভাবিক চাপের দ্বিগুণ চাপে জল $120^{\circ}C$ তাপমাত্রায় ফুটন্ত হয়।

অবস্থার পরিবর্তনে চাপের প্রভাব বুঝিতে চাপ সম্পর্কে কিছু আলোচনা প্রয়োজন। পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদগুলিতে চাপের ভূমিকা সম্পর্কে তোমাদের ধারণা হইয়াছে। কোন বল F, A প্রস্থচ্ছেদের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করিলে চাপ $P=\frac{F}{A}$.

3.36 (i) চিত্রে দেখ যে 20 (ইঞ্চি)^2 পৃষ্ঠ আয়তনের উপর 100 lb বল F প্রযুক্ত হইলে চাপ P=5 পাউণ্ড/(ইঞ্চি)^2 হইবে। বিভিন্ন উপায়ে চাপ পরিমাপ করা হয়। 3.36 (ii) চিত্রে, তিনটি পদ্ধতি দেখান হইয়াছে। সাধারণতঃ চাপ নির্ধারণে বায়ুমণ্ডলের চাপ ও অজানা চাপের পার্থক্য মাপিয়া অজানা চাপ নির্ধারণ করা হয়। এই পার্থক্য-কে **গেজ চাপ** (gauge pressure) ও বাস্তব চাপকে **পরম চাপ** (absolute pressure) বলে। চাপ মাপার যন্ত্রকে **চাপ গেজ** (pressure gauge) বলা হয়।

চিত্র 3.36 (i)

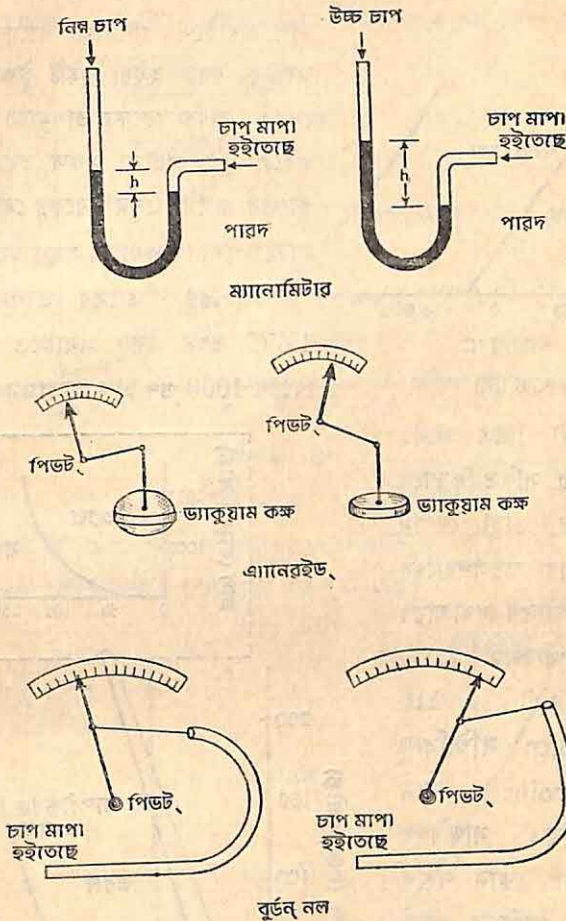
পরম চাপ=গেজ চাপ+বায়ুমণ্ডলের চাপ, তাই বাতাসে ফাপানো গাড়ীর চাকার টায়ার (tyre) এর গেজ্ চাপ প্রতি বর্গ ইঞ্চিতে 24 পাউণ্ড হইলে, সমুদ্র-স্তরে বায়ুমণ্ডলের চাপ 14·7 পাউণ্ড/(ইঞ্চি)^2 হওয়ায় টায়ারের পরমচাপ 39 পাউণ্ড/(ইঞ্চি)^2 হইবে।

কোন বস্তু নির্দিষ্ট চাপে যে বিশেষ তাপমাত্রায় কঠিন হইতে তরল পদার্থে রূপান্তরিত হয় উহা ঐ বস্তুর **গলনাঙ্ক**। এই বিশেষ তাপমাত্রা গলনের সময় স্থির মানে থাকে। অর্থাৎ সমস্ত কঠিন পদার্থ তরল না হওয়া পর্যন্ত, চাপ স্থির থাকিলে, তাপ বাড়িলেও ঐ তাপমাত্রাও স্থির থাকে। কঠিন পদার্থের শেষ কণিকাটি তরলে পরিণত হইলে তবেই তাপ বাড়াইলে তাপমাত্রা বাড়িবে। বিভিন্ন পদার্থের গলনাঙ্ক ভিন্ন হয় ও চাপ পরিবর্তিত হইলে গলনাঙ্কেরও সামান্য পরিবর্তন ঘটে। স্থির চাপে তরল পদার্থের কঠিন পদার্থে রূপান্তর ঘটিলে তাপমাত্রা কমে। তরলের শেষ বিন্দুটি কঠিন পদার্থে পরিণত হওয়া পর্যন্ত একটি বিশেষ তাপমাত্রা বজায় থাকে—উহাকে **হিমাঙ্ক** (Freezing point) বলে।

প্রত্যেক তরলের হিমাঙ্ক ভিন্ন হয় ও চাপের পরিবর্তনে হিমাঙ্কেরও পরিবর্তন ঘটে।

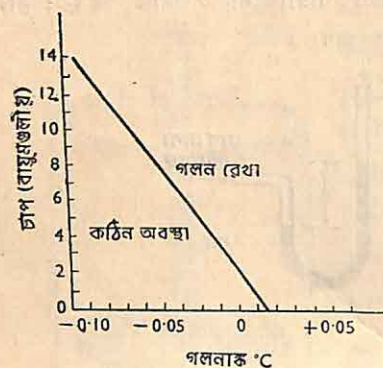
যে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একক বায়ুমণ্ডলের চাপে কোন কঠিন বস্তু গলিয়া যায়, অথবা কোন তরলবস্তু কঠিন পদার্থে পরিণত হয়, উহাকে ঐ বস্তুর **স্বাভাবিক গলনাঙ্ক** বলে।

বরফ, লোহা প্রভৃতি পদার্থ গলিত অবস্থায় কঠিন অবস্থা অপেক্ষা সঙ্কুচিত হয় অর্থাৎ কম আয়তন পায়। চাপ বাড়িলে উহাদের গলনাঙ্ক কমিয়া যায়। প্যারাফিন প্রভৃতি যেসব পদার্থ গলিত অবস্থায় কঠিন অবস্থা অপেক্ষা প্রসারিত হয়, চাপ বাড়িলে

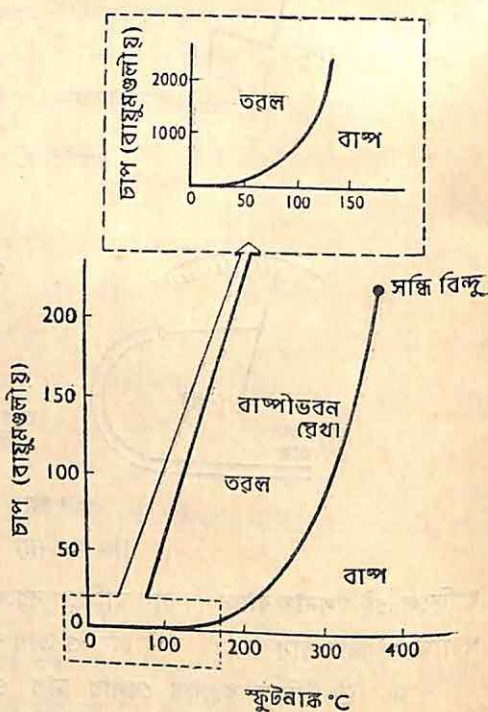
উহাদের গলনাঙ্কও বাড়ে। বায়ুমণ্ডলের চাপ দ্বিগুণ হইলে বরফের গলনাঙ্ক 0°C হইতে ·0073°C কমিয়া যায়। একক বায়ুমণ্ডলের চাপে প্যারাফিনের গলনাঙ্ক 54°C; চাপ

চিত্র 3.36 (ii)

বাড়িলে এই গলনাঙ্ক বাড়ে। চাপ বাড়িলে বরফের মত গ্যালিয়াম্, বিসমাথ প্রভৃতি পদার্থের গলনাঙ্ক হ্রাস পায়। তাই চাপ ও তাপ বাড়াইয়া বরফ গলানো সম্ভব হয়।

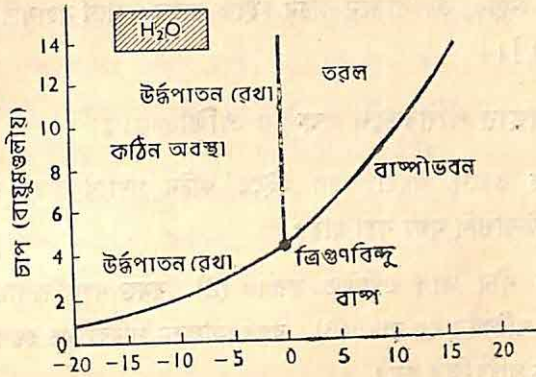
3.36 (iii) চিত্রে বরফের বেলায় চাপ ও গলনাঙ্কের সম্পর্ক দেখান হইল। পুনঃশিলীভবন (regelation) পরীক্ষায় চাপ বাড়িলে যে বরফের গলনাঙ্ক কমে তাহা সহজে পরীক্ষা করা যায়। দুই টুক্‌রা বরফ হাতে জোরে চাপিয়া ধরিলে দেখিবে যে উহারা গলিয়া পরস্পর জোড়া লাগিয়া গিয়াছে। চাপের দ্বারা বরফের গলন ও চাপ তুলিয়া লইলে পুনঃশিলীভবন ইহা দ্বারা প্রমাণিত হয়। হাতের চাপে গলনাঙ্ক কমিয়া

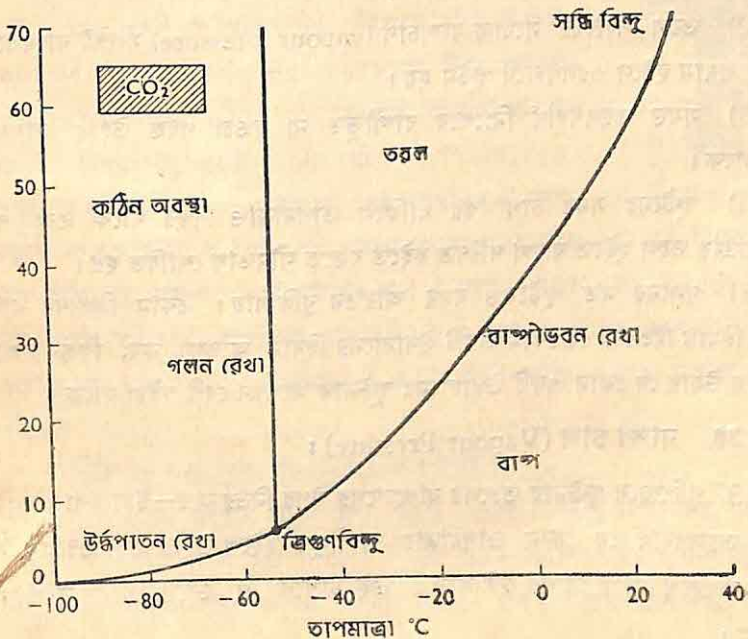
যায় বলিয়া প্রথমত বরফের টুকরা গলিয়া কিছু জল বাহির হয় ও ঐ জল দুইটি টুকরার মধ্যবর্তী সংস্পৃষ্টতলে জড়াইয়া থাকে। হাতের চাপ সরাইলে গলনাঙ্ক বাড়ে; ফলে ঐ জলটুকু বরফ হইয়া দুইটি টুকরাকে জুড়িয়া দেয়। অবশ্য বরফের তাপমাত্রা 0°Cএর কম হইলে এই পরীক্ষা সফল হয় না। কারণ হাতের চাপে তখন বরফের নেগেটিভ্ তাপমাত্রায় গলনাঙ্ক কমানো সম্ভব হয় না।

চিত্র 3.36 (iii)

বাহিরের বাতাসের তাপমাত্রা যখন −1.6°C তখন বরফ গলাইতে বায়ুমণ্ডলের চাপের 1000 গুণ চাপ প্রয়োজন হয়।

3.36 (iv) চিত্রে জলের স্ফুটনাঙ্ক চাপের সহিত কিভাবে পরিবর্তিত হয় তাহা দেখান হইয়াছে। সব তরলপদার্থের ক্ষেত্রে অনুরূপ আচরণ দেখা যায়। ঐ চিত্রে বাষ্পীভবন রেখার উর্ধ্বসীমা 374°C ও 218 বায়ুমণ্ডলের চাপে **সন্ধিবিন্দু** (critical point) নামে অভিহিত হয়। সন্ধিবিন্দুর বেশী তাপমাত্রায় কোন পদার্থ তরল অবস্থায় থাকিতে পারে না, চাপ যতই বেশী হউক না কেন। হিলিয়ামের সন্ধি-তাপমাত্রা সবচেয়ে কম, −268°C উহার বেশী তাপমাত্রায় হিলিয়াম বায়ব অবস্থায় থাকে।

চিত্র 3.36 (iv)

3.36 (v) চিত্রে জলের গলনাঙ্ক ও স্ফুটনাঙ্ক চাপের সহিত কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তাহা যুক্তভাবে দেখান হইয়াছে। উহাতে গলন রেখায় বরফ ও জল এবং স্ফুটন রেখায় জল ও বাষ্প সহাবস্থান করিতে পারে। ঐ দুই রেখা 0.01°C তাপমাত্রা ও

4·6 মি.মি. চাপের বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করে। তাই ঐ চাপ ও তাপমাত্রায় জলের কঠিন, তরল ও বায়বীয় অবস্থার সহাবস্থান ঘটে। ঐ বিন্দুকে তাই **ত্রিগুণ বিন্দু** (triple point) বলে। যে কোন পদার্থ তাহার ত্রিগুণ বিন্দুর কম চাপে তরল অবস্থায়

চিত্র 3.36 (v)

থাকিতে পারে না। চাপ ও তাপমাত্রার লেখচিত্র হইতে কঠিন ও বায়ব অবস্থার মধ্যবর্তী উর্ধ্বপাতন রেখায় (sublimation curve) কঠিন হইতে সরাসরি বায়ব পদার্থে অথবা বায়ব অবস্থা হইতে কঠিনে রূপান্তরের শর্ত বুঝা যায়।

চিত্র 3.36 (vi)

যেমন জলের ত্রিগুণ বিন্দু একক বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা কম বলিয়া একক বায়ুমণ্ডলের চাপে তাপ প্রয়োগ করিলে বরফ গলিয়া যায়। কিন্তু কার্বন ডাই-অক্সাইডের ত্রিগুণ বিন্দুর চাপ একক বায়ুমণ্ডল অপেক্ষা বেশী বলিয়া, একক বায়ুমণ্ডলের চাপে তাপ প্রয়োগ করিলে উহার উর্ধ্বপাতনে কঠিন হইতে বায়ব পদার্থে সরাসরি রূপান্তর ঘটে। [চিত্র 3.36 (vi)]।

3.37. অবস্থার পরিবর্তনে লক্ষণীয় প্রতিক্রিয়া :

কঠিন হইতে তরলে অথবা তরল হইতে কঠিন পদার্থে বস্তুর রূপান্তর ঘটিলে নিম্নলিখিত প্রতিক্রিয়াগুলি লক্ষ্য করা যায় :

(1) বস্তুতে লীন তাপ শোষিত হয়। (2) সমস্ত পদার্থ রূপান্তরিত না হওয়া পর্যন্ত তাপমাত্রার পরিবর্তন হয় না। (3) বস্তুর আয়তন পরিবর্তিত হয়। (4) চাপের তারতম্যে গলনাঙ্ক পরিবর্তিত হয়।

স্ফুটনের ফলে তরল হইতে বাষ্প ও বাষ্প হইতে তরলে রূপান্তরে বস্তুতে নিম্নলিখিত প্রতিক্রিয়াগুলি লক্ষ্য কর :

(1) নির্দিষ্ট চাপে প্রত্যেক তরলের একটি নির্দিষ্ট স্ফুটনাঙ্ক আছে। চাপ বাড়াইয়া বা কমাইয়া স্ফুটনাঙ্ক বাড়ানো ও কমানো যায়।

(2) তরল পদার্থের সর্বোচ্চ বাষ্পচাপ (vapour pressure) সংশ্লিষ্ট বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হইলে তরলপদার্থে স্ফুটন হয়।

(3) সমস্ত তরলপদার্থ নিঃশেষে বাষ্পীভূত না হওয়া পর্যন্ত উহার তাপমাত্রা স্থির থাকে।

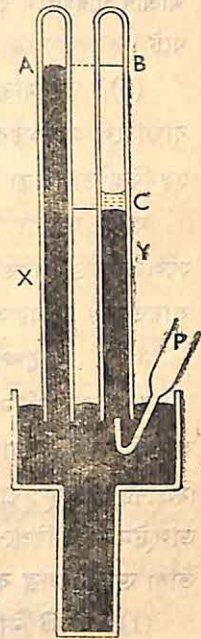
(4) স্ফুটনের সময় চাপ স্থির থাকিলে তাপমাত্রাও স্থির থাকে এবং একই তাপমাত্রায় তরল হইতে বাষ্পে পরিণত হইতে বস্তুতে লীনতাপ শোষিত হয়।

(5) গলনের মত স্ফুটনেও বস্তুর আয়তন বৃদ্ধি পায়। কোন মিশ্রণের ক্ষেত্রে উহার হিমাঙ্ক মিশ্রণের যে কোন একটি উপাদানের হিমাঙ্ক অপেক্ষা কম, কিন্তু মিশ্রণের স্ফুটনাঙ্ক উহার যে কোন একটি উপাদানের স্ফুটনাঙ্ক অপেক্ষা বেশী হইয়া থাকে।

3.38. বাষ্প চাপ (Vapour Pressure) :

3.37 পরিচ্ছেদে স্ফুটনাঙ্ক তরলের বাষ্পচাপের উপর নির্ভর করে—ইহা বলা হইয়াছে। কোন তরলপদার্থ যে কোন তাপমাত্রায় বাষ্পীভূত হইলে উহার বাষ্প তরলের উপর সংশ্লিষ্ট পৃষ্ঠদেশে নির্দিষ্ট চাপের সৃষ্টি করে। এই চাপকে ঐ তাপে তরলের **বাষ্পচাপ** বলা হয়।

নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় যে বাষ্পের ভর সর্বোচ্চ বাষ্পচাপের সৃষ্টি করে উহাকে **সংপৃক্ত বাষ্পচাপ** (Saturated vapour pressure) বলে। ঐ চাপের কম চাপ থাকিলে উহাকে **অসংপৃক্ত বাষ্পচাপ** (Unsaturated vapour pressure) বলে।

পরীক্ষা ঃ 3.38 (i) চিত্রের মত দুইটি টরিসেলী বায়ুমাপক টিউব X, Y লও। প্রত্যেক টিউবে শুষ্ক পারদ ভরিয়া খোলা মুখ দুইটি বুড়ো আঙুলে চাপিয়া পারদের পাত্রে উল্টাইয়া ডুবাইয়া রাখ। টিউব দুইটি পাশাপাশি ক্ল্যাম্প (clamp) দিয়া আঁটিয়া রাখ। এখন দুইটি টিউবেই পারদ-তল সমান A ও B বিন্দুতে থাকিবে। X টিউবটিকে সাধারণ বায়ুমাপক যন্ত্র রূপে ব্যবহার করিয়া, Y টিউবটিতে বাঁকানো পিপেট P দিয়া কিছুটা জল বা ইথার ঢুকাইয়া দাও, জল বা ইথার পারদ হইতে হাল্কা বলিয়া উপরের ফাঁকা জায়গায় উঠিয়া যাইবে ও বাষ্পীভুত হইবে। ঐ বাষ্প Y টিউবের পারদতল কিছুটা নামাইয়া দিবে। ইহা হইতে প্রমাণ হয় যে, যে কোন তাপমাত্রায় বাষ্পের চাপ আছে। ক্রমশঃ অল্প অল্প তরল ঢুকাইয়া দেখিবে ঐ চাপ বাড়িতেছে ও পারদতল নামিয়া যাইতেছে। এইভাবে এক সময় দেখা যাইবে যে, একটি অবস্থায় আর পারদতল নামে না এবং তরল এই অবস্থায় পাতলা স্তরে পারদতলের উপর জমিয়া যায়। ইহা হইতে প্রমাণ হয় যে, বদ্ধ বায়ুহীন স্থানের নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ বাষ্পচাপ ধরিয়া রাখিবার সামর্থ্য আছে পারদতল এই অবস্থায় C বিন্দু হইতে নামিয়া আসে না অর্থাৎ এই অবস্থায় বাষ্পচাপ সর্বোচ্চ এবং C বিন্দুর উপরিস্থ স্থান বাষ্পচাপে সংপৃক্ত। এই অবস্থার পূর্বে ঐ স্থান অসংপৃক্ত বাষ্পে পূর্ণ ছিল। সংপৃক্ত বাষ্পচাপের সৃষ্টি হইলে পারদতল নামে বলিয়া ঐ চাপকে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বাষ্পের সর্বোচ্চ চাপ বলা হয়। পারদতলের B ও C বিন্দুর পার্থক্য হইতে সংপৃক্ত বাষ্পচাপ পরিমাপ করা হয়।

চিত্র 3.38 (i)

সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্পচাপের পার্থক্য ঃ

(1) তরলের সংশ্লিষ্ট স্থানে যখন উহার সর্বোচ্চ পরিমাণ বাষ্প থাকে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় উহাই তরলের সংপৃক্ত বাষ্পচাপ। ঐ স্থানে সর্বোচ্চ পরিমাণ বাষ্প না থাকিলে তরলের পরিমাণ বাড়াইয়া বাষ্পের পরিমাণ বাড়ান যায়। কিন্তু বাষ্প তরলের সংস্পর্শে না থাকিলে উহা সর্বদাই অসংপৃক্ত থাকে।

(2) তরলের সংস্পর্শে যে সংপৃক্ত বাষ্প থাকে, উহার তাপমাত্রা বাড়াইলে অধিকতর তরল বাষ্পীভূত হইয়া বাষ্পচাপ বর্ধিত তাপমাত্রা অনুযায়ী সংপৃক্ত অবস্থায় আসে। বাষ্পের তাপমাত্রা কমাইলে কিছুটা বাষ্প তরলে রূপান্তরিত হইয়া ঐ তাপমাত্রায় সংশ্লিষ্ট নিম্নতর সংপৃক্ত চাপের সৃষ্টি করে। তাপমাত্রার পরিবর্তনের ফলে সংপৃক্ত বাষ্পচাপের পরিবর্তন চার্লসের নিয়ম মানিয়া চলে না। অসংপৃক্ত বাষ্পচাপের ক্ষেত্রে তাপমাত্রার পরিবর্তনে বাষ্পচাপের যে পরিবর্তন হয়, তাহা মোটামুটি চার্লসের নিয়ম অনুযায়ী ঘটে।

(3) তাপমাত্রা স্থির রাখিয়া তরলের উপস্থিতিতে সংপৃক্ত বাষ্পের আয়তন বাড়াইলে অধিকতর বাষ্পের উৎপাদন হয়, এবং আয়তন কমাইলে কিছু বাষ্প ঘনীভূত হয় কিন্তু তাপমাত্রা অনুযায়ী সংপৃক্ত চাপ স্থির থাকে।

বাষ্প তরলের সংস্পর্শে না থাকিলে আয়তন বৃদ্ধিতে উহা অসংপৃক্ত হইয়া পড়ে। ফলে চাপ ও আয়তনের সম্পর্ক বয়েলের নিয়ম মানিয়া চলে। কিন্তু সংপৃক্ত বাষ্পের আয়তন ও চাপের সম্পর্ক নির্ণয়ে বয়েলের নিয়ম খাটে না।

3.39. বাষ্পের মিশ্রণ :

বদ্ধনলে বায়ুহীন স্থানে তরলের বাষ্প থাকিলে উহার চাপ পরিমাপ করা যায়—ইহা আগেই বলা হইয়াছে। বাতাস বা অন্য বায়বের সহিত বাষ্প মিশ্রিত থাকিলে এই মিশ্রণের চাপ মূল বাষ্পের চাপ হইতে পরিবর্তিত হইবে কিনা তাহা জানা আবশ্যক। ডাল্‌টন্ বাষ্প মিশ্রণের চাপ সম্পর্কে নিম্নলিখিত যে নিয়ম পরীক্ষা দ্বারা প্রতিষ্ঠিত করেন, তাহা **ডাল্‌টনের বাষ্পচাপের নিয়ম** নামে অভিহিত হয় :

(1) একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বদ্ধ স্থানে কোন বিশেষ বাষ্পের সংপৃক্ত চাপ কেবল উহার তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে এবং মিশ্রণের উপাদান বাষ্পগুলির মধ্যে কোন রাসায়নিক ক্রিয়া না ঘটিলে ঐ চাপ উহার আয়তন বা অন্য বাষ্পের উপস্থিতির উপর নির্ভর করে না।

(2) বায়ব পদার্থ ও বাষ্পের মিশ্রণের উপাদানগুলির পরস্পর কোন রাসায়নিক ক্রিয়া না হইলে উহাদের মোট চাপ, প্রত্যেক উপাদান পৃথক্ পৃথক ভাবে ঐস্থানে থাকিলে উহাদের চাপ, সেই তাপমাত্রায় যাহা হইত তাহাদের যোগফলের সমান। মিশ্রণের উপাদানের প্রত্যেকের এই নিজস্ব চাপকে **আংশিক চাপ** (partial pressure) বলে। তাই দ্বিতীয় এই নিয়মটি **আংশিক চাপের নিয়ম** নামে অভিহিত হয়।

ডাল্‌টনের প্রথম নিয়ম কেবল সংপৃক্ত বাষ্পের বেলায় প্রযুক্ত হয়। দ্বিতীয় নিয়ম সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত উভয় বাষ্পের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

3.40. সন্ধি তাপমাত্রা (Critical temperature) :

3.36 অনুচ্ছেদে যে সন্ধিবিন্দুর কথা বলা হইয়াছে তাহাও যে কোন বায়ব পদার্থের বেলায় প্রয়োগ করা যাইতে পারে। বাষ্প ও বায়ব পদার্থে বিশেষ কোন পার্থক্য নাই। সাধারণতঃ সন্ধিবিন্দুর বেশী তাপমাত্রায় কোন পদার্থ বায়ব (gas) অবস্থায় থাকে। সন্ধি বিন্দুর কম তাপমাত্রায় বায়ব অবস্থায় থাকিলে উহাকে বাষ্প বলা হয়। সাধারণ তাপ-মাত্রায় বাষ্পকে তরল করিতে বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপ হইতে বেশী চাপ আবশ্যক হয় না। যেমন ইথার বাষ্প ইত্যাদি। 12°C হইতে 15°Cএ ইথারকে তরল করিতে বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপের অর্ধেকই যথেষ্ট হয়।

সন্ধিবিন্দুর যে তাপমাত্রার নিচে কোন বায়ব পদার্থে চাপ বাড়াইয়া তরলে রূপান্তরিত করা যায় উহাই তাহার **সন্ধি তাপমাত্রা** (critical temperature)। এই তাপ-মাত্রার ঊর্ধ্বে যে কোন তাপ বাড়াইয়াও ঐ বস্তুকে তরলে রূপান্তরিত করা যায় না।

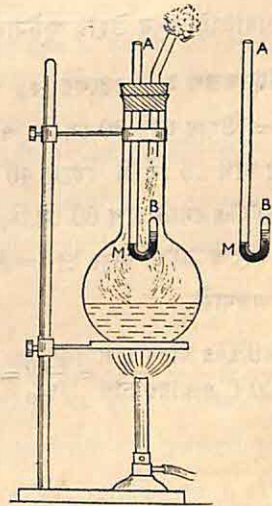
সন্ধি তাপমাত্রায় যে চাপে বায়ব পদার্থকে তরল করা যায়, উহাকে তাহার **সন্ধিচাপ** (critical pressure) বলে।

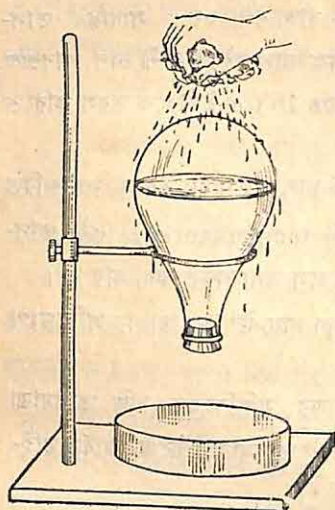
3.36 (vi) চিত্রে দেখ যে, কার্বন ডাই-অক্সাইডের সন্ধিবিন্দুতে সন্ধি তাপমাত্রা 31°C ও সন্ধিচাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের 73 গুণ। এই তাপমাত্রার ঊর্ধ্বে কার্বন ডাই-অক্সাইড অধিক চাপ বাড়াইয়াও তরলে রূপান্তরিত হয় না।

3.41. বাষ্পচাপ ও স্ফুটন :

3.37 অনুচ্ছেদে বলা হইয়াছে, বাষ্পচাপের মান বায়ুমণ্ডলের সমান হইলে তরলপদার্থের স্ফুটন হয়।

নিম্নলিখিত পরীক্ষায় উহার প্রমাণ পাওয়া যাইবে :—

3.41 (i) চিত্রের মত একটি বাঁকানো কাঁচের টিউব লও। উহার ছোট বাহুর B মুখটি বন্ধ ও উহাতে সামান্য বিশুদ্ধ জল আছে। তাহার নিচে কিছু অংশে পারদ আছে। পারদের তল A খোলামুখের অংশে সামান্য উঠিয়াছে। M তল B অংশের পারদতল হইতে নিচে। টিউবটি জলের ফ্লাস্কে এমনভাবে রাখ যে উহা জলের যথেষ্ট উপরে থাকে। জল তাপের দ্বারা ফুটাইলে বাষ্প বাঁকানো টিউব ঘিরিয়া উপরের নির্গমন পথ দিয়া বাহির হইবে। অল্প সময় পরে দেখিবে যে B অংশের জল বাষ্পে পরিণত হইয়া B ও A অংশের পারদ সমান তলে নামিয়া আসিবে। A মুখের

চিত্র 3.41 (i)

পারদতল বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্দেশ করে স্ফুটনের ফলে B অংশের বাষ্পচাপ ও বায়ুমণ্ডলের চাপ সমান হয় বলিয়া পারদতল সমান বিন্দুতে নামিয়া আসে। উহাতে প্রমাণ হয় যে, তরল সংশ্লিষ্ট বাষ্পচাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হইলে স্ফুটন ঘটে।

চিত্র 3·41 (ii)

তরলের সংশ্লিষ্ট চাপ কমাইতে পারিলে উহার স্বাভাবিক স্ফুটনাঙ্কের কম তাপমাত্রায়ও স্ফুটন হইতে পারে। নিচের সহজ পরীক্ষা হইতে ইহা বুঝিতে পারিবে :

একটি ফ্লাস্কে জল ফুটাইয়া উহার বাতাস বাহির করিয়া দাও। এখন একটি ছিপিতে উহার মুখ বন্ধ করিয়া উল্টাইয়া ধর। উহার ফাঁকা জায়গায় এখন সংপৃক্ত জলীয় বাষ্প আছে। [চিত্র 3·41 (ii)]। স্ফুটন বন্ধ হইলে উহার উপর কিছু ঠাণ্ডা জল ঢালিয়া দাও। ফলে কিছু বাষ্প ঘনীভূত হইয়া তরলে রূপান্তরিত হইবে এবং জলের উপরের বাষ্পচাপ কমিবে। এখন দেখ যে জল আবার ফুটিতেছে। কারণ চাপ কমিয়া যাওয়ায় জলের স্ফুটনাঙ্ক 100°C-এর কম তাপমাত্রায়ও জল ফুটিতে পারে। ঐ নিম্নতর চাপে ঐ তাপমাত্রাই তখন উহার স্ফুটনাঙ্ক।

উদাহরণ 1. তরলের কিছু পরিমাণ বাষ্প বায়ুর মিশ্রণে নির্দিষ্ট আয়তনে আছে। 20°C-এ উহার চাপ 80 সে.মি. ও 40°Cএ চাপ 100 সে.মি. পারদের সমান। 20°Cএ বাষ্পের চাপ 15 সে মি. হইলে 40°Cএ উহার চাপ কত ?

20°Cএ মোট চাপ 80 সে.মি. এবং বাষ্পের আংশিক চাপ 15 সে.মি.। ডালটনের নিয়ম হইতে 20°C বায়ুর চাপ $=80-15=65$ সে.মি.। আয়তন স্থির বলিয়া চার্লসের নিয়ম অনুযায়ী,

$$\frac{40^\circ\text{Cএ বায়ুর চাপ}}{20^\circ\text{Cএ বায়ুর চাপ}}=\frac{P_{40}}{P_{20}}=\frac{273+40}{273+20};\ \text{অথবা}\ \frac{P_{40}}{65}=\frac{313}{293}$$

$$\text{অথবা}\ P_{40}=\frac{313}{293}\times 65=69{\cdot}4$$

40°Cএ মোট চাপ $=100$ সে মি.

ঐ তাপমাত্রায় বাষ্পের চাপ $=100-69{\cdot}4=30{\cdot}6$ সে.মি.।

উদাহরণ 2. কিছু পরিমাণ শুষ্ক বায়ু 25°Cএ পারদপাত্রে উল্টানো টিউবে পারদের উপর 156 মি.মি. স্থান অধিকার করিয়া থাকে। পারদস্তম্ভ বাহির হইতে 612 মি মি. উচ্চে টিউবে উঠিয়া আছে। এখন সামান্য জল টিউবে ঢুকাইলে পারদস্তম্ভ 599·4 মি.মি.এ নামিল। 25°Cএ জলীয় বাষ্পের চাপ কত হইবে ?

[পরীক্ষাগারের বায়ুমান যন্ত্রে চাপ=759 মি.মি.]

শুষ্ক বায়ুর মূল চাপ$=759-612=147$ মি মি.

বায়ু জলীয় বাষ্পে সম্পৃক্ত অবস্থায় টিউবে $156+(612-599{\cdot}4)=168{\cdot}6$ মি.মি. দৈর্ঘ্য অধিকার করে।

$$\text{শুষ্ক বায়ুর শেষ (final) চাপ}=\frac{147\times156}{168{\cdot}6}$$

$$=136 \text{ মি.মি. (বয়েলের নিয়ম)}$$

অতএব বাষ্পের চাপ x মি.মি. হইলে

$x+136+599{\cdot}4=759$; $\therefore\quad x=23{\cdot}6$ মি.মি.

উদাহরণ 3. 100°Cএ কিছু বাতাস জলীয় বাষ্পে সংপৃক্ত আছে। তাপমাত্রা 200°C বাড়িলে আয়তন স্থির থাকিয়া চাপ দ্বিগুণ হয়। 0°Cএ ঐ আয়তনে শুষ্ক বাতাসের চাপ কত হইবে ?

P=100°Cএ বাতাসের চাপ

(P+760)mm=ভিজা বাতাসের মোট চাপ

কারণ 100°Cএ জলীয় বাষ্পের চাপ=760 মি.মি.

T পরম তাপমাত্রায় চাপ P ও T′ পরম তাপমাত্রায় চাপ P′ হইলে

$P/T=P'/T'$ এই সূত্র হইতে

$\dfrac{P+760}{373}=\dfrac{2\times760}{273+200}$; অথবা $P=438{\cdot}64$ মি.মি. 0°Cএ P_0 চাপ হইলে

$\dfrac{P_0}{273}=\dfrac{438{\cdot}64}{273+100}$ অথবা $P_0=321{\cdot}04$ মি.মি.

3.42. শিশিরাঙ্ক (Dew point) :

সাধারণতঃ বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প উহাকে সম্পৃক্ত করিয়া রাখে না। ফলে উহার বর্তমান তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের চাপ সম্পৃক্ত চাপ হইতে কম থাকে। কিন্তু তাপমাত্রা কমিলে ঐ চাপই সম্পৃক্ত চাপ হইতে পারে। কোনও অঞ্চলে বাতাস শীতলতর হইলেও চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান থাকে ; বাতাসের আয়তন সঙ্কুচিত হয় ও বাহিরের বাতাস ঐ অঞ্চলে ছুটিয়া আসে, কিন্তু চাপের পরিবর্তন হয় না। যতক্ষণ বাতাস সংপৃক্ত

না হয়, ততক্ষণ জলীয় বাষ্পের বেলায় একই কথা খাটে। জলীয় বাষ্প শীতলতর হইলে একটি তাপমাত্রায় বাতাস উহাতে সম্পৃক্ত হয় এবং উহার চাপের পরিমাণ পূর্বের মতই থাকে। বাতাস আরও ঠাণ্ডা হইলে কিছু বাষ্প ঘনীভূত হইয়া জলকণার সৃষ্টি করে ও চাপ কমিয়া যায়। যে তাপমাত্রায় এইরূপ ঘনীভবন আরম্ভ হয় উহাকে **শিশিরাঙ্ক** (Dew point) বলে। শিশিরাঙ্কে নির্দিষ্ট ভরের বাতাসে বর্তমান জলীয় বাষ্প উহাকে সম্পৃক্ত করিয়া রাখে। ঠাণ্ডা হওয়ার আগে জলীয় বাষ্পের যে চাপ ছিল, শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পচাপও একই পরিমাণ থাকে।

3.43. আপেক্ষিক আর্দ্রতা (Relative Humidity) :

বাতাসে কত পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে উহার পরিমাণের পরিবর্তে বাতাসের কত অংশ জলীয় বাষ্পে সম্পৃক্ত তাহা জানা আবহ-বিজ্ঞানে (Meteorology) বিশেষ আবশ্যক। উহাই আপেক্ষিক আর্দ্রতা নামে অভিহিত হয়।

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{t^\circ\text{Cএ বাতাসের নির্দিষ্ট আয়তনে জলীয় বাষ্পের ভর}}{t^\circ\text{Cএ ঐ আয়তন সম্পৃক্ত করিতে আবশ্যকীয় জলীয় বাষ্পের ভর}} \qquad 3\cdot43\ (1)$$

$$= \frac{t^\circ\text{Cএ বাতাসে জলীয় বাষ্পের বর্তমান চাপ}}{t^\circ\text{Cএ ঐ বাতাস সম্পৃক্ত করিতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের চাপ}} \qquad 3\cdot43\ (2)$$

$$= \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপ}}{\text{ঐ তাপমাত্রায় বাতাসে সম্পৃক্ত বাষ্পীয় চাপ}} \qquad 3\cdot43\ (3)$$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা শতকরা হিসাবে % চিহ্ন দিয়া দেখান হয়।

সম্পৃক্ত অবস্থা পর্যন্ত জলীয় বাষ্প বায়বীয় নিয়ম (gas law) মানিয়া চলে। মনে কর V আয়তন বাড়াইলে জলীয় বাষ্পের আংশিক চাপ p. পরম তাপমাত্রা T হইলে, V আয়তনে m ভরের জলীয় বাষ্প থাকিলে

$$m = \frac{PV}{KT}, \qquad 3.43\ (4)$$

K = জলীয় বাষ্পের 1 গ্রামের জন্য স্থিরসংখ্যা।

P = T তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্প ও বাতাসের সংপৃক্ত বাষ্পচাপ। বাতাস এই অবস্থায় সংপৃক্ত হইতে যদি M ভরের জলীয় বাষ্প প্রয়োজন হয় তবে

$$M = \frac{PV}{KT} \qquad 3.43\ (5)$$

3.43 (4) কে 3.43 (5) দিয়া ভাগ করিলে

$$\frac{m}{M} = \frac{p}{P} \qquad 3.43\ (6)$$

নিচের সারণী হইতে দেখিবে যে নির্দিষ্ট আয়তনের জলীয় বাষ্প উহার চাপের সমানুপাতী এবং m = এক ঘনমিটার বাতাস সারণীতে প্রদর্শিত তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত করিতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন তাহার ভর এবং p = ঐ তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের সংপৃক্ত চাপ।

তাপমাত্রা °C	0	5	10	15	20	25
m (গ্রাম্)	4·9	6·8	9·4	12·8	17·2	22·8
p (মি.মি. পারদ)	4·6	6·5	9·2	12·8	17·5	23·7

আদ্র´তা ও শুষ্কতা ঃ আমাদের আদ্র´তা ও শুষ্কতার অনুভূতি বাতাসে কত জলীয় বাষ্প আছে শুধু তাহার উপর নির্ভর করে না, ঐ তাপমাত্রায় কত জলীয় বাষ্প বাতাস সংপৃক্ত করিতে পারে তাহার পরিমাণের উপরও নির্ভর করে। অর্থাৎ আপেক্ষিক আদ্র´তা হইতেই এই অনুভূতি আসে। কুয়াশায় ঘেরা ঠাণ্ডা শীতকালের দিনে আমরা আদ্র´তা অনুভব করি ; অথচ ঐ সময়ে নির্দিষ্ট আয়তনের বাতাসে গ্রীষ্মকালের একটি শুষ্ক দিনের সময় অপেক্ষা জলীয় বাষ্প কম থাকে। তাহার কারণ বাতাস সম্পৃক্ত করিতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের অংশ শীতকালের ঐ দিনটিতে গ্রীষ্মকালের শুষ্ক দিনটি হইতে বেশী পরিমাণ থাকে। আদ্র´তা বা শুষ্কতার অনুভূতি বাতাসে কত পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে তাহা হইতেই শুধু নির্ধারিত হয় না, বাতাস সম্পৃক্ত হইতে আর কতটুকু জলীয় বাষ্প আবশ্যক অর্থাৎ বাষ্পীভবনের মাত্রা কতটা তাহা হইতে আমরা আদ্র´তা বা শুষ্কতা অনুভব করি। আপেক্ষিক আদ্র´তা কম থাকিলে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়, কারণ বায়ুমণ্ডল জলীয় বাষ্প টানিয়া লইতে পারে।

বাসগৃহে বায়ু নির্গম পথ (ventilator) থাকা বাঞ্ছনীয়। কারণ নিঃশ্বাস নির্গত কার্বন ডাই-অক্সাইড দেহের বাষ্পীভূত জলীয় বাষ্প বাড়ীর বাহির করিতে উহা সাহায্য করে। বায়ুমণ্ডলের আপেক্ষিক আর্দ্রতা শতকরা 100 ভাগ হইলে আমাদের শ্বাস-প্রশ্বাসে কষ্ট হয় এবং আবহওয়া কষ্টদায়ক হয়। কারণ দেহের জলীয় বাষ্প বাতাস কর্তৃক শোষিত হইতে পারে না।

আর্দ্র বায়ু শুষ্ক বায়ু অপেক্ষা হাল্কা, কারণ জলীয় বাষ্প বাতাস অপেক্ষা হাল্কা। জলীয় বাষ্পের ঘনত্ব শুষ্ক বায়ুর তুলনায় $\frac{5}{8}$।

মেঘ (Cloud) **ঃ** পৃথিবীপৃষ্ঠের জলীয় অংশ হইতে জলীয় বাষ্প বায়ুমণ্ডলের নিচের স্তরে সর্বদাই সঞ্চিত হয়। উহার পরিমাণ কোন অঞ্চলের তাপমাত্রা ও অন্যান্য অবস্থার উপর নির্ভর করে। সম্পৃক্ত বা অসম্পৃক্ত এই ভিজা বাতাস শুষ্ক বাতাস অপেক্ষা

হাল্কা হওয়ায় উপরের স্তর নিম্নতর চাপ অঞ্চলে উঠিয়া যায়। উপরের স্তরে ক্রমশঃ তাপমাত্রা ও ট্রপোস্ফিয়ার পর্যন্ত কমিতে থাকে। উহার ফলে এবং নিম্নতর চাপের জন্য উর্ধ্বগামী বায়ু প্রসারিত হইয়া ক্রমশঃ অধিকতর শীতল হয়। সম্পৃক্ত অবস্থার আগেই ভিজা বায়ুর কিছু জলীয় অংশ উপরের স্তরে ছোট ছোট ফোঁটার আকারে জমিয়া যায়। বাতাসে ভাসমান এই সব জলকণাই মেঘ। বাতাসের বেগে মেঘ এক অঞ্চল হইতে অন্য অঞ্চলে চলাচল করিতে পারে।

অবস্থাভেদে মেঘ বিভিন্ন প্রকারের হইতে পারে। গরম ভিজা বাতাসের স্তম্ভ উপরে উঠিবার সময় উহার উপরের অংশে প্রচুর জলীয় বাষ্পের সহিত ঘনীভবন হয়। ঐ মেঘকে **কিউম্যুলাস্ মেঘ** (cumulus cloud) বলে।

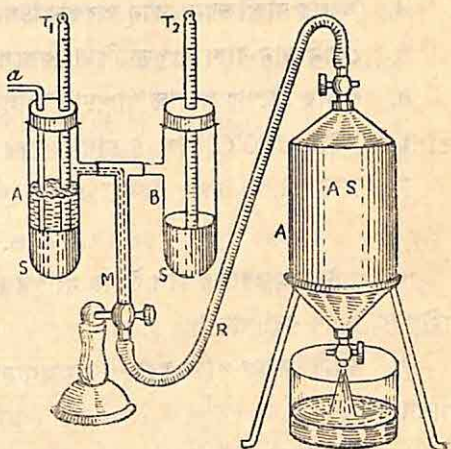
ভিজা বাতাসের স্রোত বিভিন্ন তাপমাত্রায় যুক্ত হইলে সংস্পৃষ্ট স্তরে ঘনীভবন ঘটিয়া **ষ্ট্রেটাস্** (stratus) মেঘের সৃষ্টি করে। অনেক উঁচু স্তরে ঘনীভবন ঘটিলে বরফের টুকরা ক্রষ্ট্যালের আকারে উৎপাদিত হইয়া **সাইরাস্** (cirrus) মেঘের সৃষ্টি করে। কিউম্যুলাস্ মেঘ নিচু স্তরে উৎপাদিত হইলে উহা কালোরঙের **বর্ষণ মেঘ নিম্বাসের** (nimbus) সৃষ্টি করে।

বৃষ্টি : বায়ুমণ্ডলের নিচের স্তর জলীয় বাষ্পে সংপৃক্ত হইলে ঘনীভূত মেঘকণা বিন্দু বিন্দু একত্র হইয়া অভিকর্ষের টানে বৃষ্টি হইয়া মাটিতে পড়ে। বৃষ্টির ফোঁটা নিচে পড়িবার সময় নিচের স্তরের জলীয় বাষ্প উহাতে ঘনীভূত হইয়া ফোঁটার আকার বাড়াইয়া দেয়। ফোঁটা যতই বড় হয়, সান্দ্র বায়ুর মধ্য দিয়া বৃষ্টিপাতের গতিবেগও ততই বাড়ে।

কুয়াসা (Fog) **:** পৃথিবীর পৃষ্ঠদেশের নিকটবর্তী অঞ্চলে সঞ্চিত মেঘকে কুয়াসা বলে। ধূলা বা ময়লার কণার উপর জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হইয়া কুয়াসার সৃষ্টি করে। এই সব কণার আকৃতি ও প্রকৃতির উপর কুয়াসা নির্ভর করে। বড় বড় সহরাঞ্চলে কলকারখানার ধোঁয়ার ঝুল ও ময়লার কণার উপর কুয়াসা সহজে জমে। মেঘ ও কুয়াসার মধ্যে বিশেষ পার্থক্য এই যে, মেঘের গতি থাকে কিন্তু কুয়াসার গতি থাকে না বলিলেই চলে। বায়ুমণ্ডলের শিশিরাঙ্কের নিচের তাপমাত্রায় কুয়াসা সৃষ্টি হয়। সূর্য উঠিলে কুয়াসা ধীরে ধীরে সরিয়া যায়। মধ্যাহ্নের আগেই কুয়াসা অপসারিত হয়। কারণ, বায়ুমণ্ডল উষ্ণ হইয়া অসংপৃক্ত হয়, ঘনীভূত জলীয় বাষ্প বাষ্পীভূত হইয়া কুয়াসা কাটিয়া যায়।

3.44. হাইগ্রোমিতি (Hygrometry) **:** বায়ুমণ্ডলে সবসময়েই কিছু না কিছু জলীয় বাষ্প সঞ্চিত থাকে। হাইগ্রোমিতি পদার্থ বিজ্ঞানের একটি শাখা যাহাতে বায়ুর একটি নির্দিষ্ট আয়তনে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ পরিমাপ করা হয়। বায়ুতে জলীয় বাষ্প থাকে বলিয়াই মেঘ, কুয়াসা, শিশির ইত্যাদির সৃষ্টি হয়।

বিভিন্ন প্রকারের হাইগ্রোমিটার যন্ত্রে বাতাসের জলীয় বাষ্প পরিমাপ করা হয়। আমরা এখানে রেনল্টের হাইগ্রোমিটার (Regnault's Hygrometer) যন্ত্রে কিভাবে বাতাসের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ মাপা হয় তাহা আলোচনা করিব।

3.44. (i) চিত্রে রেনল্টের হাইগ্রোমিটার দেখানো হইল। উহাতে A একটি টেষ্টটিউব ; টিউবটির তলভাগ রূপা দিয়া তৈয়ার করা হয়। উহার মুখ ছিপি দিয়া আঁটিয়া ছিপির মধ্য দিয়া একটি তাপমান যন্ত্র T_1 রাখা হয়। ঐ ছিপি দিয়া একটি টিউব a টেষ্টটিউবের প্রায় তলদেশ পর্যন্ত থাকে। এই টিউব পার্শ্বের আর একটি টিউবের সহিত যুক্ত থাকে এবং একটি ষ্ট্যাণ্ডের (M) মধ্য দিয়া রাবার টিউবের (R) সাহায্যে জলপূর্ণ এ্যাস-পিরেটর (AS) সহিত যুক্ত করা হয়। B টিউবে T_2 তাপমান যন্ত্রে গৃহতাপ-মাত্রা পরিমাপ করা হয় এবং উহার তলভাগও রূপা দিয়া তৈয়ার করা হয়।

চিত্র 3·44 (i)

ঐ টিউবটি A টিউবের সহিত তুলনার জন্য থাকে ও A টিউবের সহিত উহার বায়বীয় কোন সংযোগ থাকে না। টেষ্টটিউব দুইটি দূরবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে দেখা হয়। A টেষ্টটিউবে কিছু ইথার রাখা হয় ও এ্যাস্‌পিরেটরের কিছু জল বাহির করিয়া দিলে a নলে বাহিরের বাতাস A টিউবে ঢুকিয়া এ্যাসপিরেটরের ফাঁকা অংশে জমা হয়। এই বায়ু চলাচলে ইথার বাষ্পীভূত হয় ও A টিউবে শীতলতার সৃষ্টি হইয়া রূপালী অংশে শিশির জমিয়া যায়। তখন উহার এই অংশটি চক্‌চকে উজ্জ্বলভাব হারাইয়া ফেলে। B টেষ্ট-টিউবের রূপালী অংশের সহিত তুলনায় এই অনুজ্জ্বল অংশ সহজেই ধরা পড়ে। এই অবস্থায় T_1 তাপমানযন্ত্রে তাপ পরিমাপ করা হয়। এ্যাস্‌পিরেটরে জল বহির্গমন ট্যাপ বন্ধ করিয়া থামাইয়া দিলে a নল দিয়া আর বায়ু চলাচল হয় না। তখন শিশিরবিন্দু-গুলিও উঠিয়া যায়—ফলে A টিউবের রূপালী অংশ আবার B টিউবের রূপালী অংশের মত উজ্জ্বল হইয়া উঠে। এখন T_1 যন্ত্রে তাপ মাপিয়া পূর্ববর্তী তাপ ও বর্তমান তাপের গড় লইয়া শিশিরাঙ্ক নির্ণয় করা হয়। T_2 তাপমান যন্ত্রে গৃহতাপমাত্রা মাপা হয়। 3.43 (3) সমীকরণ হইতে আপেক্ষিক আর্দ্রতা মাপিতে পরীক্ষালব্ধ শিশিরাঙ্ক প্রয়োজন হয়। রেনল্টের সংপৃক্ত বাষ্পচাপের চার্ট দেখিয়া নির্ণীত শিশিরাঙ্ক হইতে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা হিসাব করা যায়।

প্রশ্নাবলী

1. একটি পাত্রে বরফ-শীতল জলের উপর একখণ্ড বরফ ভাসিতে থাকিলে ঐ জলের উচ্চতা একই থাকিবে কেন ব্যাখ্যা কর।

2. দুই টুক্‌রা বরফ জোরে চাপিয়া ধরিলে উহা কেন একখণ্ড বরফে পরিণত হয় ?

3. জলে ভেজানো খস্‌খস্ দরজায় ব্যবহার করিলে ঘর ঠাণ্ডা থাকে কেন ?

4. জলের বাষ্পীভবন কোন্ অবস্থার উপর নির্ভর করে ব্যাখ্যা কর।

5. কোন স্থান বাষ্প সংপৃক্ত কিনা কিরূপে বুঝিবে ব্যাখ্যা কর।

6. জলীয় বাষ্পের সর্বোচ্চ বাষ্পচাপ বলিতে কি বুঝ ? পরীক্ষাগারের সাধারণ তাপমাত্রা হইতে 100°C পর্যন্ত ঐ চাপ নির্ণয়ের পরীক্ষা বর্ণনা কর।

7. 733 মি.মি. চাপে 99°C এ জল ফুটিলে 101°C এ সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কত ?

(Ans. $770+(760-733)=787$ মি. মি.)

8. স্ফুটনাঙ্কে তরলের চাপ উহার সংস্পৃষ্ট চাপের সহিত সমান। উহা কিভাবে পরীক্ষায় প্রমাণ করা যায় ?

9. একটি কাঁচের পাত্রে বরফ-শীতল জল ঢালিলে উহার বাহিরে মেঘ জমে কেন ব্যাখ্যা কর।

10. আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাহাকে বলে ? কী অবস্থার উপর উহা নির্ভর করে ?

11. 7, 9, 11 ও 13 মি. মি. চাপে জলের স্ফুটনাঙ্ক যথাক্রমে 6°, 10°, 13° ও 15°C হইলে 15°C এ বায়ু জলীয় বাষ্পের 2/3 অংশ সম্পৃক্ত হইলে উহার শিশিরাঙ্ক নির্ণয় কর।

(Ans. 9·3°C)

12. মেঘমুক্ত রাত্রে মেঘাচ্ছন্ন রাত্রি হইতে শিশির পড়ার সম্ভাবনা বেশী হয় কেন ?

13. ঘাসের কিনারায় শিশির জমে কিন্তু গাছের পাতায় জমে না কেন ব্যাখ্যা কর।

চতুর্থ অধ্যায়

তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য

(Mechanical Equivalent of Heat)

[**Syllabus** ; Mechanical equivalent of heat ; Heat as a form of energy. Relation between the calorie and the erg. Determination of mechanical equivalent of heat (paddle method). First law of thermodynamics. Isothermal and adiabatic expansion of gases. Specific heat of gases, definitions of C_P, C_V.]

3.45. দুইটি বস্তু পরস্পর ঘষিলে তাপ উৎপন্ন হয়। ফলে ঘর্ষণরূপ কার্য তাপে পরিণত হয়। উপর হইতে কোন বস্তু পড়িলে উহা গতীয় শক্তি হারায় ও ঐ শক্তি তাপে রূপান্তরিত হয়। বিপরীতভাবে, কয়লা পুড়িয়া যে তাপ বাহির হয় তাহা ইঞ্জিন চালাইবার কাজে লাগান হয়। উল্কা প্রচণ্ডবেগে পৃথিবীতে পড়িলে উহার গতীয় শক্তি বায়ুমণ্ডলের সংস্পর্শে উচ্চ তাপমাত্রার সৃষ্টি করে, ফলে উহা জ্বলন্ত হইয়া উঠে। তরলপদার্থ বাষ্পীভূত হইলে যে শীতলতার সৃষ্টি হয়, তাহার কারণ বাষ্পীভবনে প্রসারণ রূপ কার্যে তরলের কিছু তাপ ব্যয়িত হইয়া যায়।

বিজ্ঞানী **জুল্** তাপ ও কার্যের নির্ভুল সম্পর্ক আবিষ্কার করেন। এই সম্পর্ক **তাপ-গতিবিদ্যার** (Thermodynamics) **প্রথম নিয়মের** সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়।

তাপ-গতিবিদ্যার প্রথম নিয়ম ঃ কার্য তাপে অথবা তাপ কার্যে রূপান্তরিত হইলে উহার একটি অপরের সহিত তুল্যমূল্য (equivalent) হইয়া থাকে। তাপ ও কার্যের তুল্যমূল্যতার এই নিয়ম **তাপ-গতিবিদ্যার প্রথম নিয়ম** নামে অভিহিত হয়।

এই নিয়ম অনুযায়ী কার্য তাপে অথবা তাপ কার্যে রূপান্তরিত হইলে একটি অপরের তুল্যমূল্য হয় একথা বলা হইয়াছে। একক তাপের তুল্যমূল্য কার্যের পরিমাণকে তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য বলা হয়। উহা দ্বারা তাপ ও কার্যের বিনিময় হার পাওয়া যায়। W, যান্ত্রিক কার্যের পরিমাণ H পরিমাণ তাপে সম্পূর্ণভাবে রূপান্তরিত হইলে এবং J = তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য অর্থাৎ একক তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য হইলে

$$W = JH \qquad 3.45\ (1)$$

অথবা
$$J = \frac{W}{H} \qquad 3.45\ (2)$$

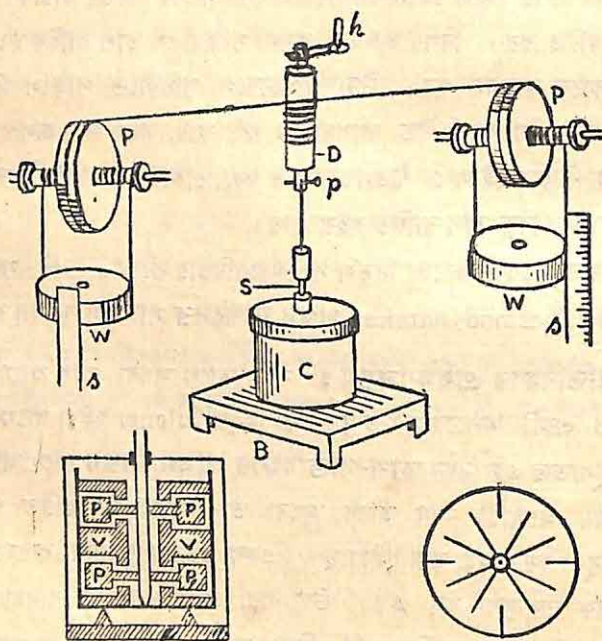
জুলের সম্মানার্থে J জুলের নামে অভিহিত হয়।

Jর মান ঃ F. P. S. পদ্ধতিতে তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য $= J = 778$ ফুট পাউণ্ড/B. Th. U. 3.45 (3)

C. G. S. পদ্ধতিতে তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য

$J = 4{\cdot}186 \times 10^7$ আর্গ/ক্যালোরি 3.45 (4)

ঐ মানের কাছাকাছি সাধারণতঃ $J = 4.2 \times 10^7$ আর্গ/ক্যালরি। এই মান ব্যবহার করিলে বিশেষ ভুল হয় না। কার্য সম্পূর্ণরূপে তাপে রূপান্তরিত হইলে $4\,186 \times 10^7$ আর্গ কার্য এক ক্যালরি তাপ উৎপাদন করে এবং 1 ক্যালরি তাপ যান্ত্রিক কার্যে ব্যয়িত হইয়া 4.186×10^7 আর্গ কার্য উৎপাদন করে। এই সম্পর্ক হইতে ক্যালরি ও আর্গের তুল্যমূল্যতা বুঝিতে পারিবে।

3.46. J নির্ণয় পদ্ধতি ঃ জুল্ পরীক্ষাগারে সর্বপ্রথম Jর মান পরীক্ষায় নির্ণয় করেন। উহা **প্যাডল চাকা পদ্ধতি** (paddle wheel method) নামে অভিহিত হয়। 3.46 (i) চিত্রে জুলের এই পদ্ধতি দেখান হইল। উহাতে C ক্যালোরিমিটার

চিত্র 3·46 (i)

কয়েকটি ত্রিপার্শ্ব দণ্ডের (Prismatic rods) উপর ষ্ট্যাণ্ডে বসান থাকে। ক্যালোরিমিটার ত্রিপার্শ্ব দণ্ডের ছুঁচলো অংশের সংস্পর্শে থাকে। ফলে স্পৃষ্ট আয়তন কম থাকে বলিয়া ক্যালোরিমিটারের তাপ অল্পই পরিবাহিত হইতে পারে। ক্যালোরিমিটারের ভিতরের দেওয়ালে V ভেন্ (vane)-গুলি চিত্রের নিচের অংশে আলাদা দেখান হইয়াছে।

S দণ্ডটির সহিত P ভেন্‌গুলি যুক্ত থাকে। S দণ্ডটি D ড্রামের সহিত p পিন্ দিয়া আঁটা থাকে। পিনটি সরাইয়া হাতল ঘুরাইলে S দণ্ডটি ক্যালোরিমিটারে ঘুরিতে পারে। ড্রামটিতে একটি দড়ি দুই ভাঁজ করিয়া দুইদিকে দুইটি পুলির (pulley) উপর দিয়া W ওজনের দুইটি ভারী বস্তু ঝুলাইয়া রাখে। p মুক্ত করিলে ড্রামটি ঘোরে ও W ওজন দুইটি কিছুটা উপরে উঠিয়া যায়—ঐ সময় S দণ্ডটি স্থির থাকে। p আঁটিয়া দিয়া ওজন দুইটিকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় নামিতে দিলে S দণ্ডটি ঘুরিয়া ক্যালোরিমিটারের জলে আলোড়ন সৃষ্টি করে। ঐ আলোড়ন V ভেন্‌গুলি কর্তৃক বাধাপ্রাপ্ত হয়। ফলে জলের গতীয় শক্তি তাপে রূপান্তরিত হয়।

W ওজনের ভারী পদার্থ নিচে নামিয়া যে স্থৈতিক শক্তি গতীয় শক্তিতে পরিণত হয়, ঐ শক্তি ক্যালোরিমিটারের জলে তাপ বাড়াইয়া দেয়। ঐ তাপ (t°C) ক্যালোরিমিটারে মাপা হয়।

m = ক্যালোরিমিটারে জলের ভর।

h = W ওজন যে উচ্চতায় নামে।

n = যতবার W নামাইয়া এই পরীক্ষা করা হয়।

M = W ওজনের ভর'

v = মাটিতে পড়িলে M ভর যে গতিবেগ পায়

অতএব দুইটি W ওজনের স্থৈতিক শক্তি $= 2Mgh$

মাটিতে পড়িবার আগে উহাদের গতীয় শক্তি $= 2 \times \frac{1}{2}Mv^2 = Mv^2$

∴ পরীক্ষায় ব্যবহৃত মোট শক্তি $= n(2Mgh - Mv^2)$ আর্গ

ঐ শক্তি কর্তৃক উৎপাদিত তাপ $= (m+w)t$

W = ক্যালরিমিটারের তুল্যমূল্য জল।

$$\therefore \quad J = \frac{W}{H} = \frac{n(2Mgh - Mv^2)}{(m+w)t}$$

জুলের এই পদ্ধতি হইতে পৃথক কয়েকটি নূতন পদ্ধতিতে Jর মান নির্ণয় করা হইলেও এই সহজ পদ্ধতিতে জুল Jর মান শতকরা 0·5 নির্ভুলতার সহিত নিরূপণ করিয়াছিলেন।

3.47. বায়ব পদার্থের রুদ্ধতাপ ও মুক্ততাপ প্রসারণ (Adiabatic and Isothermal expansion of gases):

সাধারণ বাহিরের তাপ হইতে সম্পূর্ণ অন্তরিত করিয়া কোন যন্ত্রে যদি বায়বীয় ধর্মের পরিবর্তন করা হয় তাহাকে **রুদ্ধতাপ পরিবর্তন** বলে। এই পরিবর্তনের ফলে বাহিরের সহিত ঐ যন্ত্রের তাপ বিনিময় হইতে পারে না। মুক্ততাপ পরিবর্তনে কোন যন্ত্রে বায়বীয় ধর্মের পরিবর্তনে তাপ বাড়িলে বা কমিলে যথাক্রমে তাপ বাহির করিয়া দিয়া বা বাহির হইতে তাপ আনিয়া উহার তাপ স্থির মানে রাখা হয়।

কোন যন্ত্র বাহিরের তাপ হইতে অন্তরিত থাকিলেও যদি উহাতে হঠাৎ কোন পরিবর্তন আনা হয়, ঐ অল্প সময়ে বাহিরের সহিত উহার তাপ বিনিময় হইতে পারে না, বিপরীত ক্রমে মুক্ততাপ পরিবর্তন ধীরে ধীরে ঘটে।

মুক্ততাপ পরিবর্তন: মনে কর বায়ব পদার্থ একটি সিলিণ্ডারে আছে—উহা চলমান পিষ্টন দ্বারা আবদ্ধ। পিষ্টন ভিতরের দিকে চাপিয়া বায়ব পদার্থ সঙ্কুচিত করিলে বায়ব পদার্থে ঐ কার্য তুল্যমূল্য তাপে রূপান্তরিত হয়। সঙ্কোচনের ফলে বাড়তি তাপ বাহির করিয়া লইলে তবেই সিলিণ্ডারে তাপ স্থির থাকে। পিষ্টন বাহিরে টানিয়া বায়ব পদার্থের প্রসারণ করিলে বায়ব পদার্থ যে কার্য করে, উহার ফলে তাপ বাহির হইতে যোগান দিলে তবেই তাপমাত্রা স্থির থাকে। ধাতুর সিলিণ্ডার ব্যবহার করিলে মুক্ততাপ পরিবর্তন তাহা চাপে বা আয়তনে যাহাই হউক না কেন স্থির তাপমাত্রায় ঘটে। পরিবর্তন ধীরে ধীরে হইলে বাহিরের সহিত তাপ বিনিময় সহজে ঘটিয়া তাপমাত্রা স্থির করিয়া রাখে। তাই এই ধীর পরিবর্তনকে **মুক্ততাপ পরিবর্তন** বলা হয়।

রুদ্ধতাপ পরিবর্তন: কোন পদার্থে বাহির হইতে তাপ বিনিময় না হইয়া ভৌত পরিবর্তন ঘটিলে উহাকে **রুদ্ধতাপ পরিবর্তন** বলে। রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে তাপের আগম বা নির্গম কিছুই হয় না। সেক্ষেত্রে পদার্থটি অপরিবাহী পদার্থে মুড়িয়া বাহিরের সহিত যাহাতে তাপ বিনিময় না হয় সেই মত অন্তরিত রাখা হয়। তাছাড়া ভৌত পরিবর্তন খুব দ্রুত হঠাৎ ঘটিলে তাপ বিনিময়ের সম্ভাবনা যথেষ্ট কমিয়া যায়। এই হঠাৎ পরিবর্তন রুদ্ধতাপ পরিবর্তন নামে অভিহিত হয়। রুদ্ধতাপ প্রসারণে বায়ব পদার্থ দ্রুত শীতল হয়, কারণ বায়ব পদার্থ কর্তৃক এই কার্যের তুল্যমূল্য শক্তি ঐ পদার্থ হইতেই আসে। রুদ্ধতাপ সংকোচনে বায়ব পদার্থ দ্রুত উত্তপ্ত হয়, কারণ এই তুল্যমূল্য তাপ উহাতেই থাকিয়া যায়।

পূর্ণাঙ্গ বায়ব পদার্থে রুদ্ধতাপ পরিবর্তনে চাপ P, আয়তন V ও পরম তাপমাত্রা Tএর সম্পর্ক নিম্নরূপ হইবে:

P ও Vএর সম্পর্ক: $PV^{\gamma} = K_1$, একটি নিত্যসংখ্যা

P ও Tএর সম্পর্ক: $VT^{\gamma - 1} = K_2$, একটি নিত্যসংখ্যা

T ও P এর সম্পর্ক: $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = K_3$, একটি নিত্যসংখ্যা

$$\gamma = \frac{\text{স্থির চাপে বায়ব পদার্থের আপেক্ষিক তাপ } (C_p)}{\text{স্থির আয়তনে বায়ব পদার্থের আপেক্ষিক তাপ } (C_v)}$$

আয়তন স্থির থাকিয়া একক ভরের বায়ব পদার্থের তাপমাত্রা 1° C বাড়াইতে যে তাপ আবশ্যক হয়, উহাকে স্থির আয়তনে বায়ব পদার্থের আপেক্ষিক তাপ, C_v বলে। চাপ স্থির থাকিয়া একক ভরের বায়বপদার্থের তাপমাত্রা 1° C বাড়াইতে যে তাপ আবশ্যক হয়, উহাকে স্থির চাপে বায়ব পদার্থের আপেক্ষিক তাপ, C_p বলে।

3.48. $C_p > C_v$

মনে কর 1 গ্রাম্ বায়ব পদার্থ 1°C তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করিতে হইবে। উহার আয়তন স্থির রাখিয়া উত্তাপ দিলে চাপ বাড়িবে। আবার স্থির চাপে ঐ বায়ব পদার্থ উত্তপ্ত হইলে উহার প্রসারণ হইয়া আয়তন বাড়িবে ; তখন শুধু তাপমাত্রা বাড়াইতে নহে, প্রসারণ কার্যের জন্যও তাপ ব্যয়িত হইবে। স্থির আয়তনের উত্তাপে বাহিরের চাপের বিপরীতে এরূপ কার্যের প্রয়োজন হয় না। স্থির চাপে স্থির আয়তনের মত 1° C তাপমাত্রা বাড়াইতে তাপ ছাড়াও বাহিরের চাপের বিপরীতে প্রসারণ কার্যের জন্য বাড়তি তাপ লাগে। তাই স্থির চাপে আপেক্ষিক তাপ C_p, স্থির আয়তনে আপেক্ষিক তাপ C_v, অপেক্ষা বৃহত্তর হয়। $\gamma = C_p/C_v$ অনুপাত অক্সিজেন, হাইড্রোজেন, নাইট্রোজেন, বাতাস প্রভৃতির বেলায় 1.41।

প্রশ্নাবলী

1. 200 গ্রাম্ ওজনের ভর 300 সে. মি. উচ্চতা হইতে পড়িলে উহার সমস্ত শক্তি তাপে রূপান্তরিত হইলে কত তাপ উৎপন্ন হইবে ? $(J = 4.2 \times 10^7)$

(Ans. 14 ক্যালরি)

2. 420 ওয়াটের একটি বৈদ্যুতিক দণ্ড 100 ঘন সে. মি. জল 10° Cএ তুলিতে কোন তাপ বিনষ্ট না হইলে কত সময় লইবে ? $[J = 4.2 \times 10^7]$

(Ans. 10 সেকেণ্ড)

3. একটি জলপ্রপাতের নিচে ও উহার 200 মিটার উচ্চতায় তাপমাত্রার কিরূপ পার্থক্য হইবে ? (Ans. 0.467° C)

4. তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য নির্ণয় করিবার একটি পরীক্ষা বর্ণনা কর।

পঞ্চম অধ্যায়

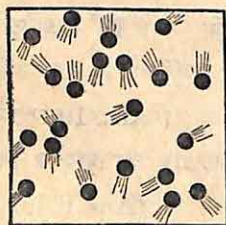
বায়ব পদার্থের গতীয় তত্ত্ব

(Kinetic Theory of Gases)

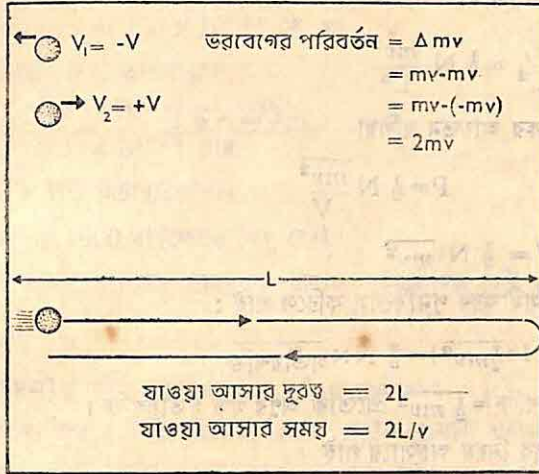
[**Syllabus :** Kinetic Theory of Gases. Evidence of molecular structure of matter and of random molecular motion. Brownian movement (qualitative description). Basic assmptions of the kinetic theory of ideal gases. Pressure of an ideal gas (mention of the formula ; derivation not required). Concept of temperature from kinetic theory. Qualitative discussions of limitations of ideal gas laws.]

3.49. পদার্থের অণু ও বিশৃঙ্খল গতি ঃ

বস্তুকে ভাঙিয়া যে ক্ষুদ্রতম কণা পাওয়া যায় তাহাই বস্তুটির **অণু** (molecule)। অণু ভাঙিয়া যে পরমাণু পাওয়া যায় উহা পূর্বের বস্তু নহে। যৌগিক পদার্থে উপাদানগুলির পরমাণু নির্দিষ্ট অনুপাতে যুক্ত থাকে। অক্সিজেন অণুতে দুইটি পরমাণু যুক্ত থাকে, জলের অণুতে দুইটি হাইড্রোজেন ও একটি অক্সিজেন পরমাণু যুক্ত থাকে।

বায়বপদার্থের গতীয় তত্ত্ব অনুযায়ী বায়বপদার্থে বহু অণু থাকে কিন্তু সংঘাত না ঘটিলে উহারা পরস্পরের সহিত কোন ক্রিয়া করে না। বায়বের অণুগুলি দূরে দূরে থাকে, উহাদের স্থিরগতি আছে এবং আধারের কঠিন দেওয়ালের বাহিরে যাইতে না পারিয়া ইতস্ততঃ বিচরণ করে [চিত্র 3.49 (i)]। বিশৃঙ্খলগতি ও প্রত্যেক অণুর মধ্যবর্তী দূরত্ব যথেষ্ট বলিয়া বায়বপদার্থ সারা আধারে পূর্ণ থাকে ও সঙ্কুচিত বা প্রসারিত হইতে পারে।

চিত্র 3.49 (i)

সাধারণ দৃষ্টিতে বায়বপদার্থের গতীয় তত্ত্ব ও পূর্ণাঙ্গ বায়বের নিয়মে (ideal gas law) কোন সাদৃশ্য নাই। কিন্তু বায়বের আণবিক ধর্ম উহার বিশৃঙ্খল আণবিক গতি এবং বায়বের সামগ্রিক প্রবাহ ও তাহার ভৌত নিয়মের মধ্যে সামঞ্জস্য রহিয়াছে। মনে কর L বাহু বিশিষ্ট ফাঁপা ঘনকে N সংখ্যক সমধর্মী অণু আছে—উহাদের প্রত্যেকের ভর m। ইহারা যখন সবদিকে ঘুরিয়া বেড়ায়, তিনজোড়া পরস্পর বিপরীত দেওয়ালের

প্রতি জোড়ায় $\frac{1}{3}$ সংখ্যক অণু ধাক্কা দেয়। 3.49 (ii) চিত্রে দেখ যে, একটি অণু একটি দেওয়ালে ধাক্কা দিলে উহার $-V$ গতিবেগ থাকে ও ভরবেগ $-mv$, $+v$ গতিবেগে আবার ধাক্কায় ফিরিয়া আসে এবং ভরবেগ হয় $+mv$।

চিত্র 3.49 (ii)

ফলে ভরবেগের পরিবর্তন

$= mv-(-mv) = 2mv$ 3.49 (1)

ঘনকের দৈর্ঘ্য L বলিয়া 2L দৈর্ঘ্য দূরত্ব $= v \times \Delta t$।

$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2L}{v}$। এক দেওয়াল হইতে অন্য দেওয়ালে ধাক্কা দিয়া প্রথম দেওয়ালে ফিরিয়া আসিতে Δt সময় লাগে।

এই ভরবেগ পরিবর্তনে বলের আবেগ (impulse)

$F(t_2 - t_1) = F \Delta t$ 3.49 (2)

গড় বল F হইলে $F \Delta t = \Delta mv$ 3.49 (3)

দেওয়ালে পর পর ধাক্কায় গড় বলের পরিমাণ

$$F = \frac{\Delta mv}{\Delta t} = \frac{2mv}{\frac{2L}{v}} = \frac{mv^2}{L}$$ 3.49 (4)

এখন $\frac{N}{3}$ অণুর আঘাতে দেওয়ালে কত চাপ পড়িবে ?

v^2 এর গড় মান $\overline{v^2}$ হইলে, সামগ্রিক বল

$$F_t = \frac{N}{3} \frac{\overline{mv^2}}{L}$$

দেওয়ালে অণুগুলির চাপ বল ও দেওয়ালের আয়তনের ভাগফল।

চাপ $P = \frac{F_t}{L^2} = \frac{1}{3} N \frac{\overline{mv^2}}{L^3}$ 3.49 (5)

L^3 = ঘনকের আয়তন বলিয়া

$$P = \frac{1}{3} N \frac{\overline{mv^2}}{V}$$ 3.49 (6)

অথবা $PV = \frac{1}{3} N \overline{mv^2}$ 3.49 (7)

3.49 (7) সমীকরণ পুনর্বিন্যাস করিলে পাই :

$PV = \frac{2}{3} N (\overline{\tfrac{1}{2}mv^2}) = \frac{2}{3} \cdot N \times \overline{\text{গতীয়শক্তি}}$ 3.49 (8)

গড় গতীয়শক্তি $= \overline{\frac{1}{2} mv^2}$ প্রত্যেক অণুর গড় গতীয়শক্তি।

আমরা বায়ব নিয়ম অনুসারে পাই

$$PV = RT$$ 3.49 (9)

K সংখ্যা বায়বের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।

3.49 (8) ও 3.49 (9) সমান হয়, যদি ধরিয়া লওয়া হয় অণুগুলির গড় গতীয়শক্তি পরম তাপমাত্রার সমানুপাতী। ফলে ঐ সমীকরণ দুইটি সমান করিয়া পাই

$\frac{2}{3} N \overline{\text{গতীয়শক্তি}} = RT$ 3.49 (10)

$\overline{\text{গতীয়শক্তি}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N} \cdot T.$ 3.49 (11)

$\frac{R}{N}$ একটি নিত্যসংখ্যা $= K$

উহা **বোল্টজ্‌ম্যানের নিত্যসংখ্যা** নামে খ্যাত।

$\overline{\text{গতীয়শক্তি}} = \frac{3}{2} KT$ 3.49 (12)

T পরম তাপমাত্রায় $\frac{3}{2} KT$ অণুগুলির গড় গতীয়শক্তি।

3.49 (12) হইতে

$\frac{1}{2} \overline{mv^2} = \frac{3}{2} KT$

অথবা $v = \sqrt{\frac{3KT}{m}}$ 3.49 (13)

উদাহরণ 1. 0°C তাপমাত্রায় অক্সিজেন m অণুর গতিবেগ কী হইবে ?

$K = 1{\cdot}38 \times 10^{-23}$ J/°K

m (অক্সিজেন অণু) $= 32 \times 1{\cdot}660 \times 10^{-27}$ কি. গ্রা.

$= 5{\cdot}31 \times 10^{-26}$ কি. গ্রা.

$T = 273°$ অর্থাৎ 0°C তাপমাত্রায়

$$v = \frac{3 \times 1{\cdot}38 \times 10^{-23}\ \text{J/°K} \times 273°\text{K}}{5{\cdot}31 \times 10^{-23}\ \text{গ্রাম}}$$

$= 4{\cdot}61 \times 10^{2}$ মিটার/সেকেণ্ড

এই সংখ্যা ঘণ্টায় 1000 মাইলেরও কিছু বেশী।

আণবিক গতিবেগ বায়বের সামগ্রিক প্রবাহ হইতে কত বেশী তাহা এই গণনা হইতে বুঝা যায়।

3.50. ব্রাউনীয় গতি (Brownian Movement) :

1827 খ্রীষ্টাব্দে ইংরাজ উদ্ভিদ্‌বিজ্ঞানী রবার্ট ব্রাউন একটি পরীক্ষা করার সময় শক্তিশালী অণুবীক্ষণে জলে ছোট ছোট ভাসমান কণা ইতস্ততঃ বিশৃঙ্খলভাবে ঘুরিয়া বেড়াইতেছে দেখিতে পান। ঐ কণাগুলি অবিরাম দ্রুত গতিতে জলে ডুবিতেছে, আবার উঠিতেছে ও ইতস্ততঃ ঘুরিতেছে দেখিতে পান। তাপমাত্রা বাড়িলে এই গতি আরও দ্রুত হয়। গ্লিসারিনে উহা সহজে দেখা যায়। তরলপদার্থে আণবিক বস্তুর এই বিশৃঙ্খল গতিকে ব্রাউনীয় গতি বলে।

বায়বপদার্থের গতীয়তত্ত্ব নিখুঁত ভাবে যে বায়বপদার্থে প্রযুক্ত হয় উহাকে পূর্ণাঙ্গ বায়ব (Ideal gas) বলে। ঐ বায়ব PV = RT নিয়মও অবিকল অনুসরণ করিবে। এইরূপ বায়বের সান্দ্রতা (Viscosity) থাকিবে না এবং উহা পরমশূন্য তাপ-মাত্রা পর্যন্ত বায়বরূপে অবস্থায় থাকিবে। বস্তুত এইরূপ পূর্ণাঙ্গ বায়ব কিছুই নাই। হাই-ড্রোজেন, অক্সিজেন, নাইট্রোজেন ও বাতাস প্রভৃতি বায়ব কতকগুলি নির্দিষ্ট অবস্থার সীমায় পূর্ণাঙ্গ বায়বরূপে অভিহিত হইতে পারে। যেমন সাধারণ চাপ ও কিছুটা উঁচু তাপমাত্রায় উহারা বয়েলের নিয়ম মানে কিন্তু সব অবস্থায় নহে। সাধারণ ভাবে উহাদের পূর্ণাঙ্গ বায়ব বলা হয় মাত্র।

প্রশ্নাবলী

1. কোন বায়বপদার্থের অণুর গড় গতীয়শক্তি 0°C এবং 100°C-এ কত হইবে ?

2. 1500°K তাপমাত্রায় রূপা বাষ্পীভূত হয়। এই তাপমাত্রায় রূপার পরমাণুর গড় বেগ কত ?

ষষ্ঠ অধ্যায়
তাপ সঞ্চালন
(Transmission of Heat)

[**Syllabus :** Transmission of heat, simple demonstrations ; thermal conductivity. Practical applications of thermal conduction. Convection of heat, convection current. Radiation ; radiation as a from of energy ; Stefan's law—statement and applications.]

3.51. তাপ কীভাবে সঞ্চালিত হয় ?

তিনটি নির্দিষ্ট পদ্ধতিতে তাপ একটি বস্তুদেহ হইতে অন্যদেহে অথবা একস্থান হইতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হয়। এই পদ্ধতিগুলি হইল **পরিবহন** (Conduction), **পরিচলন** (Convection) ও **বিকিরণ** (Radiation)। তাপ উচ্চতর তাপমাত্রা হইতে নিম্নতর তাপমাত্রায় যাইতে পারে—বিপরীতভাবে নহে। প্রাকৃতিক এই নিয়ম তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় নিয়ম নামে অভিহিত হয়।

পরিবহন দ্বারা তাপ কোন বস্তুর উত্তপ্ত অংশ হইতে শীতল অংশে অথবা পরস্পর স্পৃষ্ট কোন উত্তপ্ত বস্তু হইতে শীতল বস্তুতে পদার্থকণার সঞ্চালন ছাড়াই প্রবাহিত হয়। যেমন, কোন ধাতব দণ্ডের একপ্রান্ত চুল্লীতে রাখিলে উহার অন্যপ্রান্ত গরম হয়। পদার্থদেহের মাধ্যমে কেবল পরিবহন সম্ভব হইতে পারে।

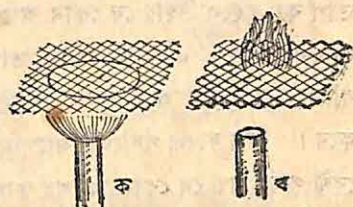
পরিচলন দ্বারা বস্তুদেহের এক অংশ হইতে অন্য অংশে ঐ পদার্থের তপ্ত কণা চলাচলের ফলে তাপ প্রবাহিত হয়। যেমন, তরলপূর্ণ আধারে নিচ হইতে উত্তাপ দিলে উহার উপরের স্তর নিচের স্তরের উত্তপ্ত তরলের যোগাযোগে গরম হইয়া উঠে।

বিকিরণের দ্বারা দুইটি বস্তুদেহ পরস্পর দূরে থাকিলেও উত্তপ্ত বস্তু হইতে তাপ শীতল বস্তু মধ্যবর্তী পদার্থ বা বায়ুহীন স্থানকে তপ্ত না করিয়া প্রবাহিত হয়। যেমন, সূর্য হইতে পৃথিবীপৃষ্ঠে বিকিরণের দ্বারা তাপ প্রবাহিত হয়।

3.52. পরিবহন (Conduction) : কোন বস্তু উত্তপ্ত হইলে, উহার অণুগুলি দ্রুত গতিতে স্পন্দিত হয়। উহাদের এই আন্দোলন পরস্পর সংঘাতে কণা হইতে কণায় ছড়াইয়া পড়ে। ধাতুদণ্ডের এক প্রান্ত হইতে অন্যপ্রান্তে তাপ আনিতে হইলে প্রথমত দণ্ডের একপ্রান্তের কণাগুলি উৎসের সংস্পর্শে তপ্ত হয়। এই কণাগুলি আন্দোলিত হইয়া সংঘাতে দ্বারা অন্য কণাগুলিকে তপ্ত করে। ক্রমশ এইভাবে সমস্ত স্তরে তাপ ছড়াইয়া পড়ে। কতকগুলি পদার্থ অন্য পদার্থ হইতে বেশী তাপ পরিবাহী। ধাতু সাধারণত ভাল তাপ পরিবাহী, কাঁচ, অভ্র, ইত্যাদি ভাল তাপ পরিবাহী নহে। বাতাস ও অন্যান্য বায়বপদার্থও মন্দ তাপ পরিবাহী হইয়া থাকে। তরল পদার্থও

ভাল তাপ পরিবাহী নহে, কেবল পারদ উহার ব্যতিক্রম। ভাল পরিবাহিতার জন্য উহা তাপমান যন্ত্রে ব্যবহৃত হয়।

ভাল ও মন্দ তাপ পরিবাহী ঃ (1) পাতলা কাগজের একটি ঠোঙা তৈয়ার কর। ত্রিপদ ষ্ট্যাণ্ডে তামার তারের জালি (wire gauge) রাখিয়া উহার উপর ঐ ঠোঙা রাখ। ঠোঙায় কিছু জল রাখিয়া জালির নীচ হইতে উত্তাপ দাও। কিছুক্ষণ পরে জল ফুটিবে। কাগজ পাতলা বলিয়া সহজে তাপ পরিবহন হইবে অথচ উহা পুড়িবে না। জলের তাপমাত্রা 100°Cএর উপরে উঠে না।

(2) আর একটি পরীক্ষায় একটি বুনসেন বার্নার (Bunsen burner) লও। উহার শিখার উপর একটি তারের জালি রাখিলে, শিখাটি জালির উপরে উঠিবে না। যে কোন দাহ্য পদার্থ বাতাসের সংস্পর্শে থাকিলেও একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় উহাতে আগুন ধরিতে পারে। ঐ উষ্ণতাকে **জ্বলন উষ্ণতা** (ignition temperature) বলে। তারের জালির উপরে গ্যাস থাকিলেও উহাতে কোন শিখা থাকে না, কারণ তামার পরিবহন ক্ষমতা বেশী বলিয়া উহাতে তাপ শীঘ্র ছড়াইয়া পড়ে ও উপরের গ্যাস্ জলন উষ্ণতায় আসিতে কিছু সময় নেয় [চিত্র 3·52 (i)] তারের জালিটি বার্নার হইতে ইঞ্চি দুই দূরে রাখিয়া উপরের গ্যাস্ জ্বালাইয়া দেখ যে, বার্নার ও জালির মধ্যবর্তী অংশে গ্যাসে শিখা ধরে নাই—উহাও একই কারণে ঘটে।

চিত্র 3.52 (i)

3.53. তাপীয় পরিবাহিতা (Thermal conductivity) ঃ

যদি Q=একটি প্লেট দিয়া পরিবাহিত তাপের পরিমাণ হয়,

তবে $Q \propto A$ A= প্লেটের আয়তন।

$\propto \theta_1 - \theta_2$ θ_1 ও θ_2 যথাক্রমে প্লেটের উত্তপ্ত ও শীতল পৃষ্ঠের তাপমাত্রা।

$\propto t$, Q পরিমাণ তাপ প্রবাহিত হওয়ার সময়ের ব্যবধান।

$\propto \frac{1}{d}$, d প্লেটের বেধ (thickness)।

$$\therefore Q \propto A\frac{(\theta_1-\theta_2)t}{d}; \text{ অর্থাৎ } Q=\frac{K.A(\theta_1-\theta_2)t}{d} \quad 3.53\text{ (i)}$$

K একটি স্থির সংখ্যা ও উহার মান পদার্থের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। K **তাপীয় পরিবাহিতা** (Thermal conduction) বা ঐ পদার্থের **পরিবহন গুণাঙ্ক** (Co-efficient of conduction) নামে অভিহিত হয়।

$A=1$ বর্গ সেমি., $d=1$ সেমি., $\theta_1-\theta_2=1^\circ C$, $t=1$ সেকেণ্ড হইলে $K=Q$ ক্যালোরি/সেমি./$^\circ C$/সেকেণ্ড।

যে পরিমাণ তাপ কোন পদার্থের একক ঘনকের দুইটি বিপরীত পৃষ্ঠের মধ্য দিয়া, উহাদের তাপমাত্রার পার্থক্য $1^\circ C$ হইলে এক সেকেণ্ডে প্রবাহিত হয়, উহাকে ঐ পদার্থের **তাপ পরিবাহিতা** বলে।

একটি ধাতুদণ্ডের একপ্রান্ত চুল্লীতে রাখিয়া উহা গরম হইয়া তাপ সারা দণ্ডে যখন ছড়াইয়া পড়িতে থাকে তখন উহার অবস্থা পরিবর্তনশীল থাকে। ক্রমশঃ দণ্ডটি একটি স্থির তাপমাত্রায় আসিয়া পৌঁছে। পরিবর্তনশীল অবস্থায় তাপের শোষণ ও পরিবহন চলিতে থাকে। এই অবস্থায় শুধু পদার্থের পরিবাহিতার উপর তাপমাত্রা বৃদ্ধি নির্ভর করে না, পদার্থের আপেক্ষিক তাপের উপরও এই বৃদ্ধি নির্ভর করে। দণ্ডের আপেক্ষিক তাপ কম হইলে উহার যে কোন অংশের তাপমাত্রা স্থির অবস্থা না আসা পর্যন্ত দ্রুতভাবে বাড়িয়া যায়। এমনকি দণ্ডের তাপীয় পরিবাহিতা কম হইলেও যে সামান্য তাপ পরিবহনের ফলে অন্য অংশে আসিয়া পৌঁছায়, তাহাই তাপমাত্রা বাড়াইতে সাহায্য করে। কিন্তু দণ্ডের পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বেশী হইলে এবং তাপীয় পরিবাহিতা বেশী থাকিলেও যে কোন অংশের তাপমাত্রা ধীরে ধীরে বাড়ে।

$d=$ দণ্ডের পদার্থের ঘনত্ব

$t^\circ C=$ সেকেণ্ডে তাপমাত্রা বৃদ্ধি

$Q=$ সেকেণ্ডে এক ঘন সেন্টিমিটার আয়তনে তাপের পরিমাণ।

$S=$ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ

তাহা হইলে $d.\ s.\ t=Q$

অথবা $t=Q/d.\ s.$ 3.53(2)

3.53(2) হইতে দেখা যায় যে,

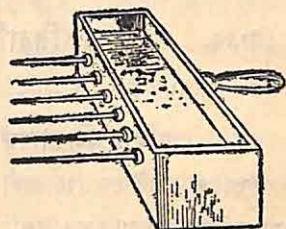
পরিবর্তনশীল অবস্থায় দণ্ডের একক আয়তনে তাপমাত্রা বৃদ্ধি ঐ আয়তনে উপস্থিত তাপের এবং তাপীয় পরিবাহিতার সমানুপাতী এবং ঘনত্ব ও আপেক্ষিক তাপের অর্থাৎ উহার তাপীয় সামর্থ্যের সহিত ব্যস্ত অনুপাতী।

অতএব $\dfrac{K}{d.s.}=\dfrac{\text{তাপীয় পরিবাহিতা}}{\text{একক আয়তনের তাপীয় সামর্থ্য}}$, এই অনুপাতের উপর তাপমাত্রা বৃদ্ধি নির্ভর করে।

তাই দেখা যাইতেছে যে, পরিবর্তনশীল অবস্থায় তাপীয় পরিবাহিতা ও আপেক্ষিক তাপ উভয়েরই ভূমিকা আছে। কিন্তু যখন স্থির অবস্থা আসে তখন তাপ শোষিত

হয় না এবং তাপীয় পরিবাহিতার উপরই তাপ প্রবাহ নির্ভর করে। অতএব, স্থির অবস্থাতে বিভিন্ন পদার্থের তাপীয় পরিবাহিতা তুলনা করিলে নির্ভুল ফল পাওয়া যায়।

তাপীয় পরিবাহিতার তুলনা ঃ ইন্‌জেনহাউজের নিম্নলিখিত পরীক্ষায় বিভিন্ন পদার্থের তাপীয় পরিবাহিতা তুলনা করিতে পার ঃ

বিভিন্ন পদার্থের সমান দৈর্ঘ্য ও ব্যাসের কয়েকটি দণ্ড লও। উহাতে সুষমভাবে মোম মাখাইয়া একটি চতুষ্কোণ পাত্রে সম্মুখস্থ ছিদ্রগুলির ভিতর দিয়া ঢুকাইয়া দাও। এখন পাত্রটিতে ফুটন্ত জল ঢাল। প্রত্যেক দণ্ডের মধ্য দিয়া জলের যে তাপ পরিবাহিত হইবে উহাতে দণ্ডের মোম গলিতে থাকিবে। এই গলন কিছুক্ষণ পরে বন্ধ হইলে দেখিবে যে, বিভিন্ন দণ্ডে বিভিন্ন দৈর্ঘ্য পর্যন্ত মোম গলিয়াছে। উহার কারণ বিভিন্ন পদার্থের তাপ পরিবহন ক্ষমতা সমান নহে।

চিত্র 3·53(i)
ইন্‌জেনহাউজের পরীক্ষা

ইহা প্রমাণ করা যায় যে, তাপীয় পরিবাহিতা গলিত মোমের অংশের দৈর্ঘ্যের বর্গের সমানুপাতী অর্থাৎ,

l_1, l_2, l_3 প্রভৃতি দণ্ডগুলির দৈর্ঘ্য ও K_1, K_2, K_3 যথাক্রমে উহাদের তাপীয় পরিবাহিতা হইলে

$$K_1 : K_2 : K_3 \cdots\cdots = l_1^2 : l_2^2 : l_3^2 \cdots\cdots \qquad 3.53(3)$$

উদাহরণ 1. কঠিন পাথরের তাপীয় পরিবাহিতা 0·0027 C. G. S. একক হইলে, ঐ অঞ্চলের ভূমিতল 27 মিটার নিচে তাপমাত্রা 1°C বাড়িলে ঐ অঞ্চলের পৃথিবীপৃষ্ঠের প্রতি বর্গ কিলোমিটারে ঘণ্টায় কত তাপ ব্যয়িত হইবে ?

$$Q = \frac{K\,A\,(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$$

এখানে $K = 0{\cdot}0027$; $A = 1$ বর্গ কি. মি. $= 10^{10}$ বর্গ সে. মি.

$\theta_1 - \theta_2 = 1^\circ C$, $d = 2700$ সে. মি. $t = 3600$ সেকেণ্ড

$$Q = \frac{0{\cdot}0027 \times 10^{10} \times 3600}{2700} = 3{\cdot}6 \times 10^7 \text{ ক্যালোরি}$$

উদাহরণ 2. একটি লোহার 1·25 সে. মি. বেধযুক্ত বয়লারে বায়ুমণ্ডলের চাপে জল আছে। উহার উত্তপ্ত পৃষ্ঠের আয়তন 2·5 বর্গমিটার এবং ভিতরের তাপমাত্রা 120°C. লোহার তাপীয় পরিবাহিতা 0·2 এবং জলের বাষ্পীভবনের লীনতাপ 536 হইলে ঘণ্টায় কত জল বাষ্পীভূত হইবে ?

$K=0{\cdot}2$, $A=2{\cdot}5\times100\times100$ বর্গ সে. মি. $\theta_1=120°C$,
$\theta_2=100°C$ $t=60\times60=3600$ সে. $d=1{\cdot}25$ সে. মি.

অতএব $Q=\dfrac{0{\cdot}2\times2{\cdot}5\times10^4\times(120-100)\times3600}{1{\cdot}25}$

$=288\times10^6$ ক্যালোরি।

Q কর্তৃক বাষ্পীভূত জলের পরিমাণ $=\dfrac{288\times10^6}{536}=537313$ গ্রাম।

3·54. তাপীয় পরিবাহিতার প্রয়োগ (Application of Thermal conduction) :

(ক) ডেভির নিরাপদ বাতি (Davy's safety lamp) :

ইহাতে একটি তেলের প্রদীপ থাকে ও উহার শিখা বেলনাকৃতি সরু তারের জালি দিয়া ঢাকিয়া দেওয়া হয়। খনির মধ্যে দাহ্য গ্যাসের সংস্পর্শে আসিলেও জালিতে তাপ দ্রুত পরিবাহিত হইয়া গ্যাসের দহন সৃষ্টি করিতে পারে না। এই বাতি হাতে লইয়া খনির মধ্যে নিরাপদে যাতায়াত করা যায়। যদি কখনও দাহ্য গ্যাসের দহন ঘটিবার সম্ভাবনা দেখা দেয়, তবে এই বাতির শিখা এরূপ পরিবর্তিত হয় যে, উহা সহজেই ধরা পড়ে। ফলে সাবধানতা অবলম্বন করা যায়।

(খ) কাঁচের ছিপি বোতলে শক্তভাবে আঁটিয়া গেলে সহজে খোলা যায় না। এখন বোতলের মুখে তাপ দিলে মুখটি প্রসারিত হয়। কিন্তু কাঁচ ভাল তাপ পরিবাহী নহে বলিয়া ছিপিটি প্রসারিত হয় না এবং সহজে খুলিয়া যায়।

(গ) গ্রীষ্মকালে বরফ কাঠের গুঁড়ার মধ্যে রাখা হয়। তাহার কারণ কাঠের গুঁড়া কুপরিবাহী বলিয়া বাহিরের তাপের পরিবহনে বাধা দিয়া বরফ গলিতে দেয় না। শীতকালে পশমী কাপড় গায়ে রাখিলে গায়ের তাপ বাহিরে আসিতে উহা বাধা দেয়—ফলে আমরা গরম বোধ করি। তুলা বা পশমের বোনা কাপড়ে বুননের মধ্যে যে বাতাসটকু থাকে, তাহাও কুপরিবাহী বলিয়া বাহিরের ঠাণ্ডা শরীরে পৌঁছিতে বাধা দেয়। পশমের বুননে বেশী বাতাস থাকে বলিয়া সুতী কাপড় অপেক্ষা উহা বেশী উত্তাপ ধরিয়া রাখিতে পারে।

3 55. পরিচলন প্রবাহ (Convection of Heat) :

তরল ও বায়ব পদার্থ উত্তপ্ত হইলে উহার তপ্ত কণিকার চলাচলের দ্বারা এক অংশ হইতে অন্য অংশে তাপের পরিচলন হয়। বিভিন্ন অংশে তাপমাত্রার পার্থক্যের জন্য এই চলাচল সম্ভব হয়। একটি অংশে তাপ বাড়িলে, ঐ অংশের ঘনত্ব কমে ও উষ্ণতর অংশ হাল্কা বলিয়া উপরে উঠিয়া যায়। পার্শ্বের শীতলতর অংশ উহার স্থান অধিকার করে।

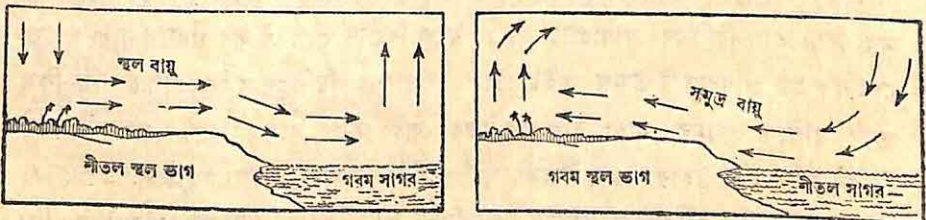
একটি পাত্রের জলের তলায় কিছু রঙীন পদার্থ (Colouring material) রাখিলে উহাতে উত্তপ্ত অবস্থায় পরিচলন তাপপ্রবাহ দৃশ্যমান হয়।

চিমনীর ধোঁয়া যে উপরে ওঠে, উহা পরিচলনের পরিচিত দৃষ্টান্ত। আগুনের উপরের বাতাস চিমনীতে উপরে উঠিলে, নিচের ঠাণ্ডা বাতাস উহার স্থান অধিকার করিয়া পরিচলন স্রোত প্রবাহিত করে। বায়ুমণ্ডলে পরিচলনের দ্বারা বায়ুপ্রবাহ চলে, আগুন ঘরের বায়ুচলাচলে সাহায্য করে।

গরম কাপড়চোপড়ের উষ্ণতা পরিচলনের উপর নির্ভর করে। পশমী মোটা কাপড়ে উলের বুননের মধ্যে যে ফাঁকা জায়গা বাতাসে পূর্ণ থাকে, গায়ের উষ্ণতা বাহিরে আসিতে এই বাতাসের মধ্য দিয়া পরিচলন প্রবাহে বাহিরে আসিতে পারে। হাল্কা বুননের উলের পোষাকে বাতাসের স্থানগুলি এত আঁকা বাঁকা থাকে যে পরিচলনে গায়ের উষ্ণতা সহজে বাহিরে আসিতে পারে না। অপরিবাহী উলের বুননও বাধার সৃষ্টি করে। বাহিরের বাতাস প্রবল হইলে উলের পোষাকে পরিচলনের সাহায্যে গায়ের উষ্ণতা সহজে বাহিরে আসিতে পারে। তাই মোটরসাইকেলচালক বা বিমানচালক, যাহাদের প্রবল বাতাসের সংস্পর্শে কাজ করিতে হয়, উহাদের পোষাক ঠাসা চামড়ার বুনন হইলে ভাল হয়।

পরিচলন বায়ুপ্রবাহ (Convection current)**:** বায়ুমণ্ডলে বায়ুপ্রবাহের কারণ হইল স্থানীয় কারণে অসমান উত্তাপের ফলে বাতাসে তাপের পরিচলন। সমুদ্রবায়ু ও স্থলবায়ু উভয় বায়ুপ্রবাহই তাপের পরিচলন দ্বারা প্রবাহিত হয়। মৌসুমীবায়ু বাণিজ্য বায়ু প্রভৃতিও পরিচলনের ফলে প্রবাহিত হয়।

সমুদ্র বায়ু প্রবাহ : দিনের বেলায় সমুদ্র হইতে স্থল অধিক উত্তপ্ত হয়। তাহার কারণ স্থলভাগ বেশী পরিমাণে সূর্যের উত্তাপ শোষণ করিতে পারে। সন্ধ্যাকালে তাই স্থলভাগের উপরিস্থ বায়ু বেশী উত্তপ্ত ও হাল্কা বলিয়া উপরে উঠে ও সমুদ্রের উপরিস্থ শীতল বায়ু পরিচলনের দ্বারা স্থলের দিকে প্রবাহিত হইয়া সমুদ্রে বায়ু প্রবাহের সৃষ্টি করে।

স্থল বায়ু প্রবাহ : স্থলভাগের বেশী উত্তাপ শোষণ করিবার ক্ষমতা আছে বলিয়া

চিত্র 3.55 (i)

উহার উত্তাপ বিকিরণ করিবার ক্ষমতাও বেশী। তাই রাত্রিকালে স্থলভাগ অধিক পরিমাণে তাপ বিকিরণ করিয়া থাকে। ফলে প্রাতঃকালে স্থলভাগের উষ্ণতা সমুদ্র পৃষ্ঠ হইতে কমিয়া যায়। এখন স্থলভাগ হইতে যে বায়ুস্রোত পরিচলনের দ্বারা সমুদ্রের দিকে প্রবাহিত হয় তাহাকে স্থল বায়ু প্রবাহ বলে।

মৌসুমী বায়ুঃ ইহাও স্থলবায়ু এবং সমুদ্র বায়ু প্রবাহ বিশেষ। পরিচলনের দ্বারা ইহা প্রবাহিত হয়। আরবী 'মৌসিম' অর্থাৎ ঋতু হইতে মৌসুমী কথাটি উৎপন্ন হইয়াছে। আমাদের দেশে গ্রীষ্ম ঋতুতে দক্ষিণ-পশ্চিম দিক হইতে ও শীত ঋতুতে উত্তর-পূর্ব দিক হইতে মৌসুমীবায়ু প্রবাহিত হয়।

বাণিজ্য বায়ুঃ বিষুবরেখা অঞ্চল হইতে উষ্ণ বায়ু উপরে উঠিলে অপেক্ষাকৃত শীতল বায়ু ঐ অঞ্চলে চলিয়া আসে। কিন্তু পৃথিবীর পশ্চিম হইতে পূর্ব আবর্তনের জন্য ঐ বায়ু উত্তর গোলার্ধে উত্তর-পূর্বদিকে ও দক্ষিণ গোলার্ধে দক্ষিণ-পূর্বদিকে প্রবাহিত হয়। উহাদিগকে যথাক্রমে উত্তর-পূর্ব বাণিজ্য বায়ু ও দক্ষিণ-পূর্ব বাণিজ্য বায়ু বলে।

3.56. বিকিরণ (Radiation)**ঃ** আমরা আগুনের নিকট দাঁড়াইলে তাপ অনুভব করি। এই তাপ পরিবহনের দ্বারা আমাদের নিকট পৌঁছায় না ; তাহার কারণ বাতাস সুপরিবাহী নহে। পরিচলনের দ্বারা উত্তপ্ত বায়ুও উপরের দিকে উঠিয়া থাকে। শীতল বাতাস তাহার স্থান দখল করে। তাই আগুনের যে তাপ আমরা অনুভব করি তাহা পরিবহন বা পরিচলনের জন্য নহে। আগুন হইতে বিকিরণের ফলে যে তাপ সঞ্চালিত হয় তাহাই আমরা অনুভব করি। 92000000 মাইল দূরে সূর্যের তাপ বিকিরণের ফলে পাওয়া যায়। আমাদের বায়ুমণ্ডলের সীমা আছে। উহার সীমা ছড়াইয়া সূর্যের দূরত্ব হইতে তাপ পরিবহন বা পরিচলনের দ্বারা আসে না। আলোর মত এই বিকিরণ তরঙ্গের আকারে উৎস হইতে ছড়াইয়া পড়ে। কোন পদার্থের উপর পড়িয়া বাধাপ্রাপ্ত হইলে ঐ অণু তাপ শোষণ করিয়া আন্দোলিত হয় ও পদার্থকে উত্তপ্ত করে।

কোন কোন পদার্থের মধ্য দিয়া তাপ বিকিরণ শোষিত না হইয়া চলিয়া যাইতে পারে। বায়ুশূন্য স্থান, শুষ্ক বায়ু এই সব পদার্থের উদাহরণ। কাঠ, ধাতু প্রভৃতি পদার্থের মধ্য দিয়া তাপ বিকিরণ বাধাপ্রাপ্ত হয়। ফলে বিকীর্ণ তাপ ঐ সব পদার্থে বাধা পাইয়া শোষিত হয় ও পদার্থটি উত্তপ্ত হইয়া উঠে। তাপের বিকিরণ হইল তাপীয় শক্তি কিন্তু তাপ বলিতে আমরা যাহা বুঝি বিকিরণ সেই তাপ নহে। কোন পদার্থের তাপ বিকিরণের ক্ষমতা উহার নিজস্ব উষ্ণতা, পারিপার্শ্বিক উষ্ণতা, পদার্থের পৃষ্ঠদেশের প্রকৃতি, উহার আয়তন ও বিকিরণের সময়ের উপর নির্ভর করে। কৃষ্ণবর্ণ পদার্থের (black body) সম্পূর্ণ তাপপ্রবাহ শোষণ ও বিকিরণের ক্ষমতা আছে।

কোন পদার্থের পৃষ্ঠদেশের বিকিরণ ক্ষমতা (emissive power) বলিতে একটি আদর্শ কৃষ্ণবর্ণ পদার্থের একই আয়তনের তুলনায় একই উষ্ণতা ও সময়ে কত তাপ বিকিরণ করিতে পারে, তাহার পরিমাণ বুঝায়।

3.57. বিকিরণশীল শক্তি (Radiation as a form of energy) :

যে কোন শক্তির তরঙ্গাকারে বিকিরণ হইলে উহাকে বিকিরণশীল শক্তি বলে। এই তরঙ্গের কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য হইতে শক্তির প্রকৃতির পার্থক্য হয়। এই তরঙ্গের প্রকৃতি তড়িৎচুম্বকীয়—অর্থাৎ অণু পরমাণুর ইলেকট্রনের আন্দোলনে চুম্বকক্ষেত্রে, পুনরায় পরিবর্তনশীল চুম্বকক্ষেত্র হইতে বিদ্যুৎক্ষেত্রে, এইভাবে বিকিরণ উৎস হইতে বিকিরণ শূন্যে ছড়াইয়া পড়ে। শূন্যে কল্পিত ইথারের মাধ্যমে এই তরঙ্গ চলাচল করে।

খুব দীর্ঘ তরঙ্গ বেতারে ব্যবহৃত হয়। তাপ তরঙ্গ বেতার তরঙ্গ হইতে ছোট। আলো, অতি বেগুনি-রশ্মি, এক্স-রশ্মি, গামা-রশ্মি প্রভৃতির বেলায় তরঙ্গ ছোট হইতে আরও ছোট হইতে থাকে।

কম তাপমাত্রায় উষ্ণ বস্তু তাপ বিকিরণ করিলেও অন্ধকার ঘরে উহা দৃশ্যমান হয় না। কিন্তু উষ্ণ হইতে উষ্ণতর তাপমাত্রায় বস্তুটি লাল ও পরে সাদা হইয়া উঠে। কারণ তাপ ছাড়াও ইহা তখন ক্ষুদ্রতর আলো তরঙ্গ বিকিরণ করে।

$3{\cdot}75 \times 10^{14}$ সাইক্‌ল্/সেকেণ্ড (লাল)—$7{\cdot}5 \times 10^{14}$ সাইক্‌ল্/সেকেণ্ড (বেগুনী) কম্পাঙ্কবিশিষ্ট তরঙ্গের দৈর্ঘ্য 80×10^{-6} সে. মি. (লাল)—40×10^{-6} সে. মি. (বেগুনী) দৃশ্য আলোতরঙ্গ রূপে প্রকাশিত হয়। তাপ তরঙ্গের দৈর্ঘ্য ·03 সে. মি. হইতে 80×10^{-6} সে. মি. পর্যন্ত হইতে পারে।

40×10^{-6} সে. মি. হইতে 1×10^{-6} সে. মি. দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ অতিবেগুনী রশ্মির পর্যায়ে পড়ে। 1×10^{-3} সে. মি.—6×10^{-10} সে. মি. দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ এক্সরশ্মি ও তার চেয়ে ছোট তরঙ্গ গামারশ্মির পর্যায়ে পড়ে। বেতার তরঙ্গ যেমন কয়েক মাইল পর্যন্ত লম্বা হইতে পারে, তেমনি মাইক্রোওয়েভ এক সেন্টিমিটার দৈর্ঘ্যেরও হইতে পারে। বেতার, টেলিভিসন রাডার প্রভৃতি যন্ত্রে ইহাদের প্রয়োগ করা হয়।

আলো ও তাপ তরঙ্গ উভয়েই তড়িৎচুম্বকীয়। কেবল উহাদের কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে পার্থক্য আছে।

3.58. কৃষ্ণদেহ (Black body) :

একটি আদর্শ কৃষ্ণদেহ উহার উপর পতিত সমস্ত বিকিরণই শোষণ করিয়া লয়। কৃষ্ণদেহ হইতে তাপের প্রতিফলন বা সঞ্চালন হয় না। কৃষ্ণদেহ উত্তপ্ত হইলে সব তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের বিকিরণ উৎপন্ন করে। কোন বস্তুই এইরূপ পূর্ণাঙ্গ কৃষ্ণদেহ নহে। প্রদীপের

ভুষা শতকরা 95 ভাগ আপতিত বিকিরণ শোষণ করিতে পারে। কৃত্রিম উপায়ে এরূপ পূর্ণাঙ্গের নিকটতর ধর্মের কৃষ্ণদেহ বস্তু তৈয়ার করিয়া লওয়া সম্ভব।

বস্তু পৃষ্ঠের বিকিরণ ক্ষমতা (emissive power) উহার নির্দিষ্ট সময়ে মোট বিকিরণ ও একই তাপমাত্রায় সম আয়তনের কৃষ্ণদেহের বিকিরণের অনুপাত ধরা হয়।

A আয়তনের বস্তুর মোট বিকিরণ R হইলে

$$R \propto A(\theta_1 - \theta_2)t \quad \cdots \quad \cdots \quad 3.58\ (1)$$

অথবা $R = E.A(\theta_1 - \theta_2)t$; 3.58 (2)

E = বিকিরণ গুণাঙ্ক প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রায় সেকেণ্ডে প্রতি একক আয়তনের তাপ বিকিরণ।

বিকিরণ ক্ষমতা ও বিকিরণ গুণাঙ্কের পার্থক্য সহজেই বুঝিতে পারিবে।

3 59. **ষ্টিফেনের নিয়ম** (Stefan's law) **:** এই নিয়ম অনুযায়ী কোন কৃষ্ণদেহ বস্তুর মোট তাপ বিকিরণের পরিমাণ উহার পরম তাপমাত্রার চতুর্থ ঘাতের সমানুপাতী হয়। উহা ষ্টিফেন কর্তৃক পরীক্ষায় প্রমাণিত হয় ও বোল্‌টজ্‌ম্যান্‌ তত্ত্বগতভাবে গণনায় একই ফল পান। তাই এই নিয়ম **ষ্টিফেন বোল্‌ট্‌জ্‌ম্যান নিয়ম** নামে অভিহিত হয়। নিয়মটি নিম্নরূপ ঃ

$$E \propto T^4$$

$$\therefore \quad E = \sigma T^4 \qquad 3.59\ (1)$$

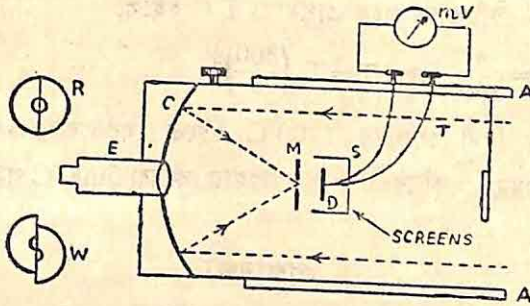
ষ্টিফেনের নিত্যসংখ্যা $\sigma = 5{\cdot}735 \times 10^{-5}$ আর্গ/(সে.)^2/সেকেণ্ড/(ডিগ্রী)^4

যদি $T^\circ C$ পরম তাপমাত্রার কৃষ্ণদেহে বাহিরে $T^\circ C$ পরম তাপমাত্রায় অন্য একটি কৃষ্ণদেহ উহাকে ঘিরিয়া থাকে, তবে বিকীর্ণ তাপের পরিমাণ হইবে σT^4. ও শোষিত তাপের পরিমাণ σT^4.

অতএব প্রতি সেকেণ্ডে একক আয়তন হইতে শক্তির ব্যয় $= \sigma(T^4 - T_0{}^4)$ 3.58(4)

ষ্টিফেনের নিয়ম প্রয়োগ করিয়া মোট বিকিরণ পাইরোমিটারের (Total radiation-pyrometer) সাহায্যে 1400°C – 3000°C এমনকি 5000°C পর্যন্ত তাপমাত্রা মাপা যায়।

ফেরির পাইরোমিটার (Fery's pyrometer) **:** ষ্টিফেনের নিয়ম প্রয়োগ করিয়া ফেরি যে পাইরোমিটার তৈয়ার করেন উহা 3·59 (i) চিত্রে দেখান হইল। উহাতে C একটি অবতল দর্পণ, E একটি আইপিস্‌ (eyepiece)। উহারা একই আলোকীয় অক্ষে (optical axis) অবস্থিত। অবতল দর্পণের কেন্দ্রের ছিদ্রের পিছনে আইপীস্‌ থাকে। দর্পণটি সামনে ও পিছনে সরান যায়। D একটি ধাতুর চাকতি। উহার

কৃষ্ণবর্ণ পৃষ্ঠটি দর্পণের দিকে ও অপর পৃষ্ঠ একটি থার্মোকাপল্ এর (Thermocouple) সঙ্গে যুক্ত। থার্মোকাপ্‌লে বিশেষ প্রকৃতির দুইটি ভিন্ন ধাতু (যথা প্ল্যাটিনাম-রেডিয়াম) থাকে, যাহা তাপের সংস্পর্শে বিদ্যুৎ উৎপন্ন করে। , ঐ বিদ্যুৎ মিলিভোল্টমিটার mvতে পরিমাপ করা যায়

চিত্র 3·59 (i)

A A ফাঁক দিয়া তাপ বিকিরণ দর্পণের কেন্দ্রে আসিয়া পড়ে। D, S পর্দায় আচ্ছাদিত থাকে বলিয়া উহার উপর তাপ পড়ে না। D চাক্‌তির সামনে দুইটি অর্ধ বৃত্তাকার দর্পণ M সামান্য পরিমাণ কোণে পরস্পরের সহিত আনত থাকে। উহাদের কেন্দ্রে অর্ধবৃত্তাকার ছিদ্রে দর্পণের প্রতিফলিত তাপ বিকিরণ বাহির হইয়া Dতে পড়ে। আইপীস্ দিয়া দেখিলে যদি ফোকাসিং ঠিক হয়, তবে অর্ধবৃত্ত দুইটি জোড়াঅবস্থায় R-এর মত দেখাইবে নতুবা বিকৃত wএর মত দেখা যাইবে।

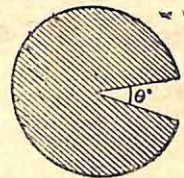
এখন উৎসের দিকে দর্পণ রাখিয়া উহার প্রতিরূপ Mএ ফোকাস করা হয়। থার্মোকাপ্‌লে এই প্রতিফলিত বিকিরণের তাপ মিলিভোল্টমিটারে মাপা হয়। এই তাপ মোট বিকিরণের সামান্য অংশ মাত্র। তাপের উৎস দূরে থাকিলেও তাই এই যন্ত্রে তাপ মাত্রা পরিমাপ করা যায়। মিলিভোল্টমিটার V মিলিভোল্ট বিদ্যুৎ বিভব হইলে,

$$V = a(T^b - T_0{}^b) \qquad 3.59\ (2)$$

T_0 = S এর পরম তাপমাত্রা, T = উৎসের কৃষ্ণদেহ তাপমাত্রা।

b স্থির সংখ্যার মানগণনায় 4 হইলেও উহা 3·8 হইতে 4·2 পর্যন্ত হইতে পারে।

এই পাইরোমিটার প্রথমে কৃষ্ণদেহের কয়েকটি জানা তাপমাত্রায় বাঁধিয়া লইয়া মিলিভোল্টমিটার স্কেল ডিগ্রীতে পরিবর্তিত করা হয়।

বেশী তাপমাত্রা মাপিতে হইলে এই পাইরোমিটারে একটি অস্বচ্ছ চাক্‌তিতে $\theta = 2^\circ$ হইতে 6° কোণে 3·59 (ii) চিত্রের মত সেক্টর কাটিয়া ফাঁকে কাছে পাইরোমিটারের অক্ষে ঘুরান

চিত্র 3·59 (ii)

হয়, যাহাতে মোট বিকিরণের ঐ সেক্টর অংশটুকু দর্পণে পড়ে। কারণ উচ্চ তাপমাত্রার মোট বিকিরণ একসঙ্গে এই যন্ত্রে মাপা সম্ভব হয় না। তাই বিকিরণের $\frac{\theta}{2\pi}$ অংশ পাইরোমিটারে ঢুকিতে পারে। মোট বিকিরণের পরম তাপ মাত্রা T°C ও θ কোণের আংশিক বিকিরণের পরম তাপমাত্রা T°C হইলে,

$$\frac{T_1^4}{T^4}=\frac{\theta}{360^\circ} \text{ এবং } T=T_2\left(\frac{360}{\theta}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \cdots \quad 3.59\ (3)$$

এই উপায়ে বিনা সেক্টরে 1400°C হইতে সেক্টরে $\theta=6^\circ$ ব্যবহার করিয়া 3600° পর্যন্ত এমন সেক্টরে $\theta=2^\circ$ ব্যবহার করিয়া 5000°C পর্যন্ত তাপ পরিমাপ করা যায়।

প্রশ্নাবলী

1. তাপের পরিবহন ও পরিচলনের পার্থক্য নির্দেশ কর ও উদাহরণ সহ ব্যাখ্যা কর।

2. তাপীয় পরিবাহিতা কাহাকে বলে? কাঁচের তাপীয় পরিবাহিতা ·002 সি. জি. এস্. একক বলিলে কী বুঝায়?

3. একটি লোহখণ্ডের প্রস্থচ্ছেদ 4 বর্গ সে. মি.; উহার দুইটি প্রান্ত যথাক্রমে বাষ্প ও গলিত বরফে রাখা হইল। 10 মিনিট পরে কত পরিমাণ বরফ গলিবে?

লোহার পরিবাহিতা 0·2 ও বরফের লীনতাপ=80 ক্যালোরি।

[Ans. 300 গ্রাম্]

4. এক মিটার দীর্ঘ 3·15 মি. মি. পুরু লোহার পাইপের মধ্য দিয়া বাষ্প 100°C তাপমাত্রায় ঢুকান হইল। প্রতিমিনিটে 100°C তাপমাত্রায় 100 গ্রাম জল সংগৃহীত হইলে পাইপের বাহিরের তাপমাত্রা কত?

লোহার পরিবাহিতা=0·2 ; বাষ্পের লীনতাপ=540 ক্যালোরি/গ্রাম

[Ans. 93·25°C]

5. তাপের উত্তম বিকিরক পদার্থ তাপের উত্তম শোষক হইতে পারে—পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ কর।

6. একটি ধাতব গোলক 5 মিনিটে 80°C হইতে 70°C তাপমাত্রায় ও পরের 5 মিনিটে 62·5°C এ শীতলতা প্রাপ্ত হয়। পরবর্তী 5 মিনিটে উহা কত তাপমাত্রায় নামিবে?

[Ans. 56·875°C.]

5 | কম্পন ও তরঙ্গ (Vibrations and Waves)

প্রথম অধ্যায়

কম্পন (Vibrations)

[**Syllabus :** Vibrations ; Oscillations and its characteristics. Simple harmonic motion, examples. Relation with uniform circular motion. Graphical and mathematical representation. Energy in simple harmonic motion. Superposition of two simple harmonic motions in the same directions (graphical) (i) in phase, (ii) in opposite phase.

Nature of vibrations—(transverse and longitudinal). Free and forced vibrations, resonance, damped oscillations (qualitative discussions with examples).]

5.1. কম্পন, পর্যায়বৃত্ত কম্পন ও ইহাদের বিশেষত্ব (Vibrations, Periodic vibrations and their characteristics) **:** কোনও বস্তু স্থির থাকিলে উহা যেখানে অবস্থান করে, তাহাকে বস্তুটির **স্থির-অবস্থান** (Position of rest) বলে। বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে উহা স্থির-অবস্থান হইতে অন্যত্র গিয়া পুনরায় স্থির-অবস্থানে ফিরিয়া আসে এবং সেইস্থান হইতে পুনরায় অন্য স্থানে যায়, তাহা হইলে স্থির-অবস্থানের মধ্য দিয়া বস্তুর এইরূপ ইতস্তত: গতিকে উহার **কম্পন** বলা হয়। দেওয়াল ঘড়ির দোলকপিণ্ডের গতি, কম্পনের একটি অতি-পরিচিত উদাহরণ। স্থির অবস্থায় দোলকটি উল্লম্ব থাকে। দোলকপিণ্ডকে কোনও একদিকে অল্প সরাইয়া লইয়া ছাড়িয়া দিলে, উহা স্থির-অবস্থানের মধ্য দিয়া কম্পিত হইতে থাকে।

যে কোনও এক মুহূর্ত হইতে সময় গণনা করিয়া যদি দেখা যায় যে, সমান সময়ের ব্যবধানে কোন একটি কম্পমান বিন্দু একই অবস্থায় আসিতেছে, অর্থাৎ বিন্দুর অবস্থানের, গতিবেগের এবং ত্বরণের মানের পুনরাবৃত্তি হইতেছে, তাহা হইলে ঐ কম্পনকে **পর্যায়বৃত্ত কম্পন** (Periodic vibration) বলে।

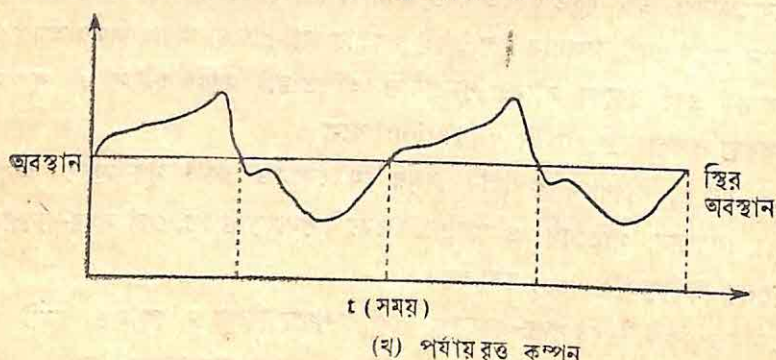
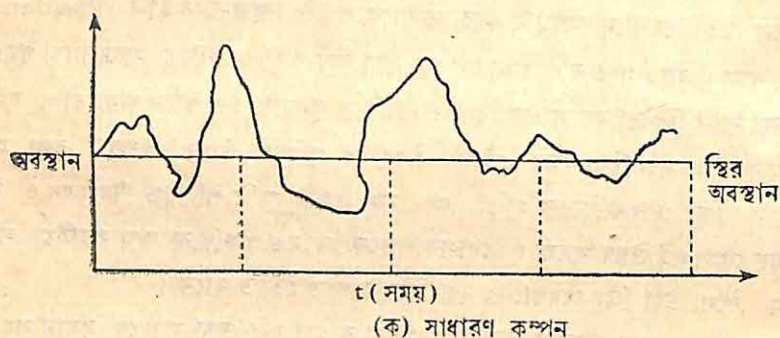
যে সময়ের ব্যবধানে কম্পমান বিন্দুর যে কোনও একটি পূর্ব-নির্দিষ্ট অবস্থার (অর্থাৎ অবস্থান, গতিবেগ ও ত্বরণের মানের) পুনরাবৃত্তি হয়, সেই সময়-ব্যবধানকে **কম্পনের পর্যায়** (Period) বলা হয়।

কোনও একটি নির্দিষ্ট সময়-এককের মধ্যে কম্পমান বিন্দুর যে কোনও একটি পূর্ব-নির্দিষ্ট অবস্থার যতবার পুনরাবৃত্তি হয়, সেই সংখ্যাকে **কম্পনাঙ্ক** (Frequency)

বলে। সময়-একক কি ধরা হইতেছে, তাহার উপর কম্পনাঙ্ক নির্ভর করে। সুতরাং কম্পনাঙ্ক উল্লেখের সময় যে সময়-একক ধরা হইতেছে তাহার উল্লেখ করা সর্বদাই প্রয়োজন।

স্থির-অবস্থান হইতে কম্পমান বিন্দুর দূরতম অবস্থানের দূরত্বকে **কম্পনের বিস্তার** (Amplitude) বলা হয়।

কোনও এক মুহূর্তে কম্পন-অবস্থা কি, তাহা নানাভাবে সূচিত করা যায়। কোনও একটি রাশি বা একাধিক রাশি সম্মিলিত ভাবে এই অবস্থা সূচিত করিলে, উহাদিগকে কম্পনাবস্থা-সূচক রাশি, বা সংক্ষেপে শুধু **কম্পনাবস্থা** (Phase) বলা হয়।

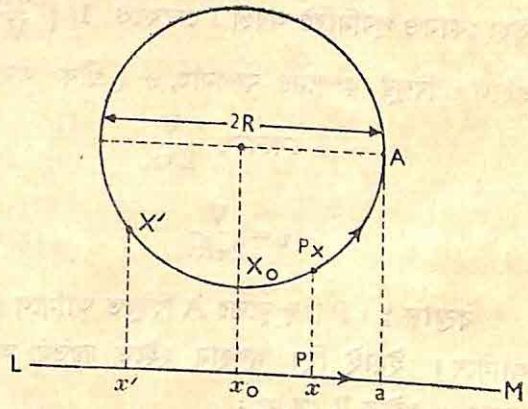
সাধারণ কম্পন ও পর্যায়বৃত্ত কম্পনের মধ্যে পার্থক্য 5.1 (i) চিত্রে দেখানো হইয়াছে। এই চিত্রের (ক) অংশে সাধারণ কম্পনের একটি রেখাচিত্র দেওয়া হইল। ইহাতে দেখানো হইয়াছে, কম্পমান বিন্দুর অবস্থান কিভাবে সময়ের সহিত পরিবর্তিত হয়। বিন্দুটি যদিও স্থির অবস্থানের মধ্য দিয়া ইতস্ততঃ গতিশীল, ইহার কোনও পূর্বনির্দিষ্ট কম্পনাবস্থার পুনরাবৃত্তি কোনও নির্দিষ্ট সময়ের ব্যবধানে হইতেছে না। সুতরাং বিন্দুটির গতিকে কম্পন বলা যাইতে পারে, কিন্তু ইহা পর্যায়বৃত্ত কম্পন নহে। চিত্রের (খ) অংশে

চিত্র 5.1 (i)

পর্যায়বৃত্ত কম্পনের বৈশিষ্ট্য দেখানো হইয়াছে। এখানে, নির্দিষ্ট এক সময়-ব্যবধানের মধ্যে সমস্ত কম্পনাবস্থারই পরবর্তী অনুরূপ সময়-ব্যবধানগুলিতে পুনরাবৃত্তি হইতেছে।

5.2. সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন (Simple harmonic motion) :

পর্যায়বৃত্ত কম্পন অনেক রকমের হইতে পারে। যে কোনও এক পর্যায়ে কম্পনাবস্থার খুঁটিনাটিই পর্যায়বৃত্ত কম্পনটির বিশেষত্ব নির্দেশ করে। ইহা প্রমাণ করা যায় যে, যেকোনও পর্যায়বৃত্ত কম্পনকেই কতকগুলি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে বিশ্লেষণ করা যায়। এই সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন বলিতে কি বুঝায় তাহা নিম্নে আলোচিত হইল। উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় যে দোলকের পর্যায়বৃত্ত কম্পনের বিস্তার খুব কম হইলে ঐ দোলক-পিণ্ডের কম্পনকে **সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন** বলা যাইতে পারে।

সংজ্ঞা : বৃত্তাকার পথে গতিশীল অবস্থায় যদি কোনও বিন্দুর সর্বদাই একটি নির্দিষ্ট গতিবেগ থাকে, এবং ঐ বৃত্তের সমতলে কোনও একটি সরলরেখায় বিন্দুটির গতি সমকোণে প্রক্ষিপ্ত করা হয়, তাহা হইলে ঐ প্রক্ষিপ্ত বিন্দুর কম্পনকে সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন বলে।

5.2. (i) চিত্রে P বিন্দু R ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে একটি নির্দিষ্ট গতিবেগে ঘুরিতেছে। ধরা যাক্, P বিন্দুর স্থির অবস্থান X_0 এবং বৃত্তটির সমতলে অবস্থিত LM সরলরেখায় ইহা p বিন্দুতে সমকোণে প্রক্ষিপ্ত হইয়াছে। তাহা হইলে p বিন্দুর কম্পন একটি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন হইবে।

চিত্র 5.2 (i)

বৃত্তে অবস্থিত যে কোনও বিন্দু x'-কে সমান সময়ের ব্যবধানে গতিশীল p বিন্দুটি অতিক্রম করিবে। সুতরাং p বিন্দুও X' বিন্দুকে সমান সময়ের ব্যবধানে অতিক্রম করিবে। যখনই P বিন্দুটি X'-কে অতিক্রম করিবে, ইহার গতিবেগ ও ত্বরণ একই থাকিবে ; সুতরাং p বিন্দুরও x'-কে অতিক্রম করার সময় একই গতিবেগ ও ত্বরণ হইবে। বস্তুতঃ P বিন্দুর গতিবেগ ও ত্বরণকে LM সরলরেখার উপর সমকোণে প্রক্ষিপ্ত করিলে p বিন্দুর গতিবেগ ও ত্বরণ পাওয়া যাইবে। সুতরাং আমরা দেখিতেছি যে সমান সময়ের ব্যবধানে p বিন্দুর কোনও একটি পূর্ব-নির্দিষ্ট অবস্থান, গতিবেগ ও

ত্বরণের পুনরাবৃত্তি হইতেছে ; অর্থাৎ LM সরলরেখায় p বিন্দুর গতি একটি পর্যায়বৃত্ত কম্পন।

এখানে P বিন্দুর গতিবেগের মান বৃত্তাকার পথে একই থাকার জন্য p বিন্দুর পর্যায়-বৃত্ত কম্পনের কতকগুলি বৈশিষ্ট্য লক্ষ্য করা যায়। এই বৈশিষ্ট্যগুলির জন্যই LM সরলরেখায় p বিন্দুর কম্পনকে সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন বলে। গাণিতিক সমীকরণ ও রেখাচিত্রের দ্বারা এই বৈশিষ্ট্যগুলি নিম্নে ব্যাখ্যা করা হইয়াছে।

পর্যায় : ধরা যাক্ P বিন্দুর গতিবেগের মান V সে. মি./সেকেণ্ড। যেহেতু বৃত্তের ব্যাসার্ধ R সে. মি. ইহার পরিধির দৈর্ঘ্য হইবে $2\pi R$ সে. মি.। সুতরাং P বিন্দু $\frac{2\pi R}{V}$ সেকেণ্ডে একই অবস্থা অতিক্রম করিবে। LM সরলরেখায় p বিন্দুও $\frac{2\pi R}{V}$ সেকেণ্ডে একই অবস্থা অতিক্রম করিবে। সুতরাং p বিন্দুর কম্পনের পর্যায়, T, হইবে, $\frac{2\pi R}{V}$ সেকেণ্ড ;

$$T=\frac{2\pi R}{V} \qquad 5.2\ (1)$$

কম্পনাঙ্ক : যেহেতু p বিন্দু $\frac{2\pi R}{V}$ সেকেণ্ডে একই অবস্থা অতিক্রম করে, সুতরাং উহা কোনও পূর্বনির্দিষ্ট অবস্থা 1 সেকেণ্ডে $1/\left(\frac{2\pi R}{V}\right)$-বার অতিক্রম করিবে। তাহা হইলে p বিন্দুর কম্পনের কম্পনাঙ্ক, υ (গ্রীক অক্ষর, উচ্চারণ 'নিউ') হইবে প্রতি সেকেণ্ডে $\frac{V}{2\pi R}$

$$\upsilon=\frac{V}{2\pi R} \qquad 5.2\ (2)$$

বিস্তার : P বিন্দু বৃত্তের A বিন্দুতে আসিলে p বিন্দু LM সরলরেখায় a বিন্দুতে আসিবে। ইহাই স্থির অবস্থান হইতে দূরতম অবস্থান ; সুতরাং p বিন্দুর কম্পনের বিস্তার, a, হইবে R সে.মি. ;

$$a=R. \qquad 5.2\ (3)$$

বৃত্তাকার পথে গতিবেগের মান একই রাখিয়া গতিশীল বিন্দুর কৌণিক গতিবেগ, w, হইল $\frac{V}{R}$ রেডিয়ান/সেকেণ্ড-এর সমান ;

$$w=\frac{V}{R} \qquad 5.2\ (4)$$

5.2. (1) এবং 5.2. (2) সমীকরণে, 5.2. (4) সমীকরণ ব্যবহার করিয়া আমরা নিম্নলিখিত সমীকরণ পাইব ;

$$T=\frac{2\pi}{w} \qquad 5.2.\ (5)$$

$$\text{এবং } v=\frac{w}{2\pi}$$

অবস্থান ঃ 5.2. (ii) চিত্রের (ক) অংশে $t=0$ সময়ে P বিন্দুর অবস্থান X_0, এবং t সেকেণ্ড সময়ে উহার অবস্থান X। যদি $\angle XOX_0=\theta^\circ$ ডিগ্রী হয়, তবে P বিন্দু t সেকেণ্ড সময়ের ব্যবধানে θ° কোণ অতিক্রম করিয়াছে। P বিন্দুর সুষম কৌণিক গতি w ডিগ্রী/সেকেণ্ড হইলে,

$$\theta=wt \qquad 5.2.\ (6)$$

এই সময় ব্যবধানে p বিন্দু LM সরলরেখায় x দূরত্ব অতিক্রম করে। যেহেতু,

$$x=XK$$

$$XK=OX \sin\theta$$

এবং $OX=R$,

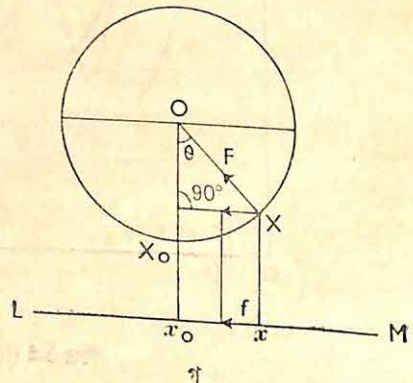
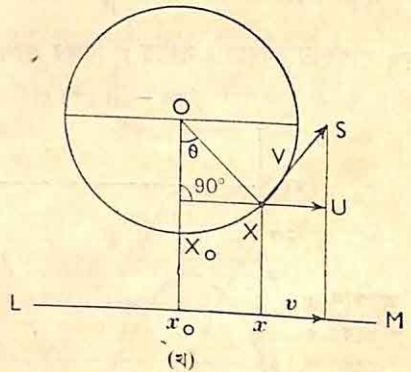
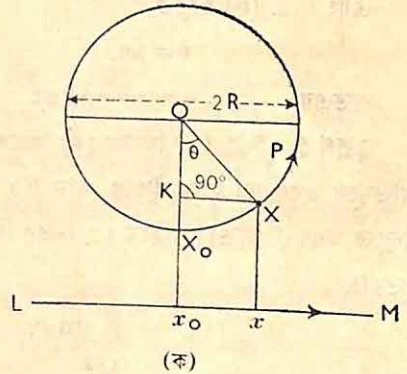
সুতরাং $x=R\sin\theta$.

5.2. (3) এবং 5.2. (6) সমীকরণ হইতে R এবং θ-এর মান ব্যবহার করিলে,

$$x=a\sin wt \qquad 5.2.\ (7)$$

এই সমীকরণ t সময়ে p বিন্দুর অবস্থান x সূচিত করে।

গতিবেগ ঃ 5.2. (ii) চিত্রের (খ) অংশে দেখানো হইয়াছে যে, X-বিন্দুতে গতিবেগের মান V এবং গতির দিক X-বিন্দুতে বৃত্তের স্পর্শক XS অভিমুখে। $\angle XOX_0=\theta$ বলিয়া $\angle SXU=\theta$। সুতরাং X বিন্দুতে

(ক)

চিত্র 5.2. (ii)

গতিবেগকে LM সরলরেখাবরাবর প্রক্ষিপ্ত করিলে x বিন্দুতে x_0x অভিমুখে গতিবেগ v হইবে,

$$v = V \cos \theta$$

5.2. (4) এবং 5.2. (3) হইতে

$$V = Rw$$
$$= aw.$$

এবং 5.2. (6) হইতে,

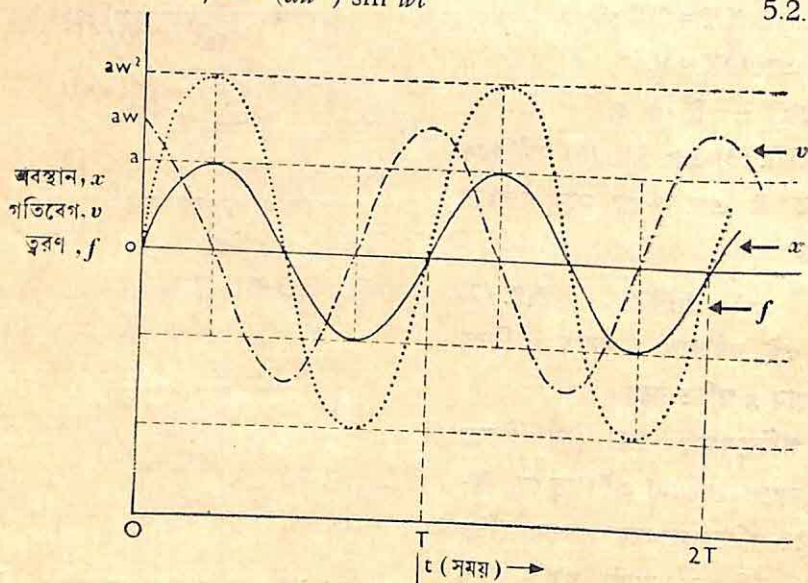
$$\theta = wt.$$

অতএব, $$v = aw \cos wt \qquad 5.2.\ (8)$$

ত্বরণ : 5.2. (ii) চিত্রের (গ) অংশে দেখানো হইয়াছে যে, X-বিন্দুতে ত্বরণ XO অভিমুখে এবং ধরা যাক্ ইহার মান F। ইহাকে LM সরলরেখায় প্রক্ষিপ্ত করিলে x বিন্দুতে ত্বরণ f পাওয়া যাইবে। f-এর দিক xx_0 অভিমুখে এবং ইহার মান F sin θ। সুতরাং,

$$f = -F \sin \theta.$$

সুষম বৃত্তীয় গতিতে $F = \frac{V^2}{R}$; সুতরাং 5.2. (6), 5.2. (3) এবং 5.2. (4) সমীকরণ ব্যবহার করিয়া t সময়ে p বিন্দুর ত্বরণ নিম্নোক্ত সমীকরণ হইতে পাওয়া যাইবে,

$$f = -(aw^2) \sin wt \qquad 5.2.\ (9)$$

চিত্র 5.2 (iii)

উপরে বর্ণিত গাণিতিক সমীকরণগুলি অনুসরণ করিয়া 5.2. (iii) চিত্রে লেখ-চিত্রের সাহায্যে সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের বৈশিষ্ট্যগুলি দেখানো হইয়াছে।

5.2. (7) এবং 5.2. (9) সমীকরণ তুলনা করিলে দেখা যায় যে,

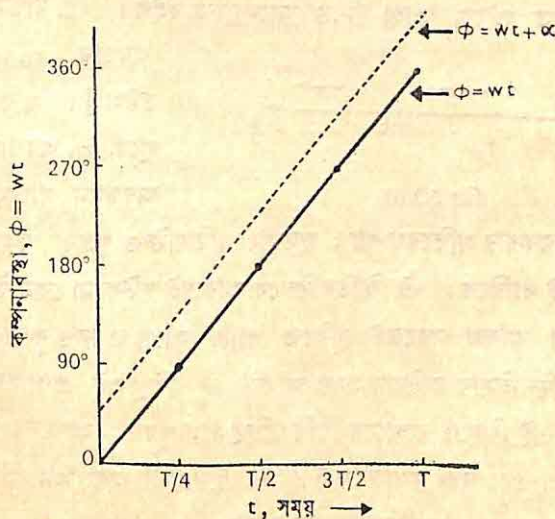
$$f = -w^2 x \qquad 5.2.\ (10)$$

5.2. (10) সমীকরণের উভয়দিকে কম্পমান বিন্দুর ভর, m, দ্বারা গুণ করিয়া,

$$mf = -(w^2 m)\ x = -\mathrm{K}x, \qquad 5.2.\ (11)$$

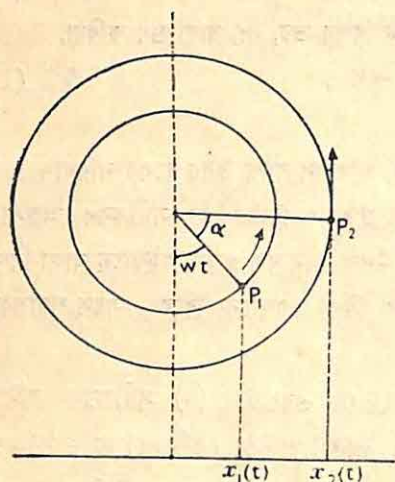
$$\mathrm{K} = w^2 m.$$

গতিসংক্রান্ত নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে, গতিশীল বস্তুর উপর বলের পরিমাণ mf-এর সমান এবং বলের দিক f-এর অভিমুখে। সুতরাং 5.2. (11) সমীকরণ অনুসারে আমরা বলিতে পারি যে, কম্পমান বিন্দুর উপর এমন বল প্রযুক্ত হইয়াছে যাহা বিন্দুর অবস্থানের সহিত সমানুপাতী এবং সর্বদাই স্থির অবস্থানের দিকে ; সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের ইহা একটি বৈশিষ্ট্য।

কম্পনাবস্থা (Phase) **:** 5.2. (7), 5.2.(8) এবং 5.2. (9) সমীকরণ হইতে বুঝা যাইতেছে যে অবস্থান, গতিবেগ ও ত্বরণ, প্রতিটি রাশিই একটি সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন-মানের মধ্যে সময়ের সহিত নিয়মিতভাবে পরিবর্তিত হইতেছে। একটি বিশেষ মুহূর্তে ইহারা ইহাদের সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মানের তুলনায় কত তাহা নির্দিষ্ট হইতেছে ঐ মুহূর্তে wt-এর মানের উপর। সুতরাং এক্ষেত্রে, wt দ্বারা কম্পনাবস্থা সূচিত করা যায়। সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের wt-ই হইল উহার কম্পনাবস্থা। কম্পনাবস্থাকে সাধারণতঃ ϕ (ফাই) চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়।

চিত্র 5.2 (iv)

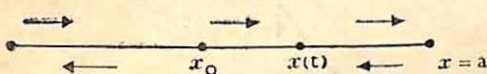
উপরিবর্ণিত সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের কম্পনাবস্থা সময়ের সহিত কিভাবে পরিবর্তিত হইতেছে (এক পর্যায়ের মধ্যে), 5.2. (iv) চিত্রে তাহা দেখানো হইয়াছে। দুইটি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের প্রথমটির কম্পনাবস্থা দ্বিতীয়টির কম্পনাবস্থা হইতে α° ডিগ্রী অগ্রগামী হইলে আমরা দুইটি কম্পনের অবস্থান নিম্নলিখিতভাবে লিখিতে পারি,

$x_1 = a_1 \sin wt$, প্রথম কম্পন,

$x_2 = a_2 \sin (wt + \alpha)$, দ্বিতীয় কম্পন।

5.2. (iv) চিত্রে ভগ্ন-রেখা দ্বারা দ্বিতীয় কম্পনের কম্পনাবস্থা সময়ের সহিত কিভাবে পরিবর্তিত হইবে তাহা দেখানো হইয়াছে। উপরে বর্ণিত কম্পন দুইটি যে সুষম বৃত্তীয় গতি হইতে পাওয়া যায়, তাহা 5 2. (v) চিত্রে দেখানো হইয়াছে।

চিত্র 5.2 (v)

5.3. সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের শক্তি (Energy in simple harmonic motion) :

m ভরের একটি বস্তুকণা সরলরেখা বরাবর সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে কম্পিত হইলে উহার শক্তি কত হইবে, তাহা নিম্নে আলোচিত হইল। ধরা যাউক, বস্তুকণার স্থির অবস্থান x_0 [চিত্র 5.3 (i) দ্রষ্টব্য]। গতি আরম্ভ হইবার পূর্বে, x_0 অবস্থানে বস্তুকণা স্থির-অবস্থানে থাকে, অর্থাৎ তখন

চিত্র 5.3 (i)

ঐ অবস্থানে বস্তুকণার গতিবেগ শূন্য ; সুতরাং গতিশক্তিও শূন্য। ইহার সমগ্র শক্তি স্থিতিশক্তি রূপেই থাকিবে। ঐ স্থিতিশক্তি যে কারণেই হউক না কেন উহা যে কম্পনের জন্য নহে তাহা আমরা সহজেই বুঝিতে পারি, কারণ তখনও কম্পন শুরু হয় নাই। কম্পনের স্থিতিশক্তি হিসাব করিবার সময় আমরা ঐ বিন্দুকেই প্রাথমিক বিন্দু হিসাবে ধরিতে পারি। এই বিন্দুতে কম্পনের স্থিতিশক্তির মান শূন্য। কম্পনের সময় বস্তুকণার অবস্থান, গতিবেগ এবং ত্বরণ যথাক্রমে 5.2 (7) 5.2. (8) এবং 5.2 (9) সমীকরণ দ্বারা নির্দিষ্ট। প্রথমে আমরা গতিশক্তির হিসাব করিব।

(ক) **গতিশক্তি :** কোনও এক বিন্দুতে গতিশক্তির পরিমাণ, T, ঐ বিন্দুতে গতিবেগের বর্গের সমানুপাতী, এবং বস্তুতঃ

$T=\frac{1}{2}\, m\, v^2,$ 5.3 (1)

v = গতিবেগের পরিমাণ।

5.2. (8) সমীকরণ হইতে t সময়ের গতিবেগের পরিমাণ ব্যবহার করিলে,

$T=\frac{1}{2}\, m\,(a^2w^2)\,\cos^2 wt$ 5.3. (2)

স্থির অবস্থানে, $t=0$, অর্থাৎ $wt=0$ এবং $x=a$ অবস্থানে $t=\frac{T}{4}$। যেহেতু $w=\frac{2\pi}{T}$, $x=a$ অবস্থানে $wt=\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{4}=\frac{\pi}{2}$. সুতরাং 5.3. (2) সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে, স্থির অবস্থানে, $T=\frac{1}{2}\, ma^2w^2$. এবং $x=a$ অবস্থানে, $T=0$ অনুরূপ ভাবে দেখানো যায় যে $-x=a$ অবস্থানেও বস্তুকণার গতিবেগ শূন্য। সুতরাং সরল-পর্যায়বৃত্ত কম্পনে বস্তুকণার গতিশক্তি দুই প্রান্ত-অবস্থানে শূন্য এবং উহাদের মধ্যবিন্দুতে (স্থির অবস্থানে) গতিশক্তির মান সর্বোচ্চ এবং ইহার পরিমাণ $\frac{1}{2}\, ma^2w^2$.

(খ) **স্থিতিশক্তি :** ভর m এর বস্তুকণা, উহার উপর প্রযুক্ত বলের বিরুদ্ধে x_0 হইতে x অবস্থানে যাইবার সময় যতখানি কার্য করে, x অবস্থানে বস্তুকণার স্থিতিশক্তি $V(x)$, তাহার সমান।

m এর উপর প্রযুক্ত বলকে P লিখিলে, নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে,

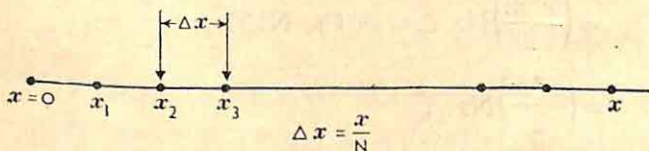
$$P=mf$$

5.2. (9) সমীকরণ ব্যবহার করিলে,

$$P=-maw^2\sin wt.$$

5.2. (7) সমীকরণ হইতে x-এর মান ব্যবহার করিয়া,

$$P=-(w^2m)x \qquad 5.3.\ (3)$$

সুতরাং প্রযুক্ত বল, P, অবস্থান x এর উপর নির্ভর করে। আমরা অবশ্য x_0 হইতে x পর্যন্ত দূরত্বকে N সংখ্যক সমান ও ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করিতে পারি এবং N এর মান

চিত্র 5.3 (ii)

এত বেশী ধরিতে পারি যাহাতে প্রত্যেক ক্ষুদ্র অংশ Δx এ বল একই থাকে। [চিত্র 5.3. (ii) দ্রষ্টব্য]। ঐ চিত্রে Δx অন্তর অন্তর অবস্থানগুলিকে যথাক্রমে. x_1, x_2,

ইত্যাদি দ্বারা সূচিত করিয়া প্রথমে শূন্য হইতে x_1 পর্যন্ত দূরত্ব বিবেচনা করা যাউক। প্রযুক্ত বল, অবস্থানের উপর নির্ভর করিলেও আমরা এই দূরত্বের মধ্যে উহা একই আছে এবং উহার মান $(-w^2m)x_1$ ধরিতে পারি, কারণ এই দূরত্ব Δx এর পরিমাণ খুবই কম। সুতরাং m বস্তুকণা O হইতে x_1 যাইতে এই বলের বিরুদ্ধে যে কার্য করিবে তাহার পরিমাণ,

$$\Delta V_1 = (w^2m)x_1 \ \Delta x \qquad 5.3.\ (4)$$

(কোন বলের বিরুদ্ধে কার্য করিলে উহাকে ঋণাত্মক ধরা হয়, এবং যেহেতু এক্ষেত্রে বল ঋণাত্মক, কার্যের পরিমাণ ধনাত্মক হইবে) দ্বিতীয় অংশে (x_1 হইতে x_2), বলের পরিমাণ $(-w^2m)x_2$ এবং m বস্তুকণা x_1 হইতে x_2 যাইতে এই বলের বিরুদ্ধে যে কার্য করিবে তাহার পরিমাণ হইবে,

$$\Delta V_2 = (w^2m)x_2 \Delta x \qquad 5.3.\ (5)$$

অনুরূপ ভাবে, অন্য সমস্ত অংশগুলি বিবেচনা করিয়া, এবং প্রত্যেক অংশে কার্যের পরিমাণ যোগ করিয়া আমরা x_0 হইতে x-এ আসিতে m ভরের বস্তুকণার মোট কার্যের পরিমাণ হিসাব করিতে পারি। অর্থাৎ,

$$V(x) = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \cdots\cdots + \Delta V_N.$$

$$= (w^2m)\Delta x(x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_{N.})$$

$$= (w^2m)\Delta x \ \left(\frac{x}{N} + \frac{2x}{N} + \cdots\cdots + \frac{Nx}{N}\right).$$

$$= \left(\frac{w^2m}{N}\right)\Delta x(x + 2x + \cdots\cdots + Nx)$$

$$= \left(\frac{w^2m}{N}\right)\Delta x \ \left(\frac{Nx + x}{2} N\right)$$

$$= \left(\frac{w^2m}{2}\right)\Delta x.(N+1)x.$$

$$= \left(\frac{w^2m}{2}\right)Nx.\Delta x, \text{ যেহেতু, } N >> 1.$$

$$= \left(\frac{w^2m}{2}\right)Nx.\ \frac{x}{N}$$

$$= \left(\frac{w^2m}{2}\right)x^2.$$

$$= \left(\frac{w^2ma^2}{2}\right)\sin^2 wt \qquad 5.3.\ (6)$$

5.2. (7) সমীকরণ হইতে, $x=a \sin wt$ ব্যবহার করিয়া 5.3. (6) সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে, বস্তুকণার স্থিতিশক্তি দুই প্রান্ত-অবস্থানে সর্বোচ্চ এবং ইহার পরিমাণ $\frac{1}{2}ma^2w^2$; উহাদের মধ্যবিন্দুতে স্থিতিশক্তির পরিমাণ শূন্য।

উপরিবর্ণিত গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি যোগ করিয়া t সময়ে বস্তুকণার মোট শক্তি, E, পাওয়া যায়। অর্থাৎ

$$E = T + V$$

$$= \frac{mw^2a^2}{2}(\cos^2 wt + \sin^2 wt)$$

$$= \frac{mw^2a^2}{2} \qquad 5.3.\ (7)$$

5.3. (2), 5.3. (6) এবং 5.3. (7) সমীকরণ হইতে আমরা দেখিতেছি যে সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে বস্তুকণার গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি পৃথকভাবে সময়ের সহিত পরিবর্তিত হইলেও, মোট শক্তি E একই থাকে, ইহা সময়ের সহিত পরিবর্তিত হয় না।

5.4. একই বিন্দুর উপর একই দিকে দুইটি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের প্রতিস্থাপন (Superposition of two simple harmonic motions in the same direction) :

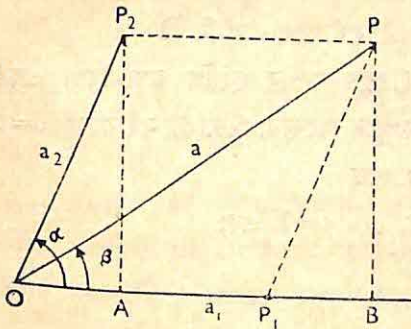
(জ্যামিতিক পদ্ধতি) : একই বিন্দুর উপর যদি দুইটি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন একই দিকে প্রযুক্ত হয় এবং যদি উহাদের পর্যায় একই, কিন্তু কম্পনদশার প্রভেদ ∝ থাকে, তাহা হইলে উহাদিগকে নিম্নলিখিত জ্যামিতিক পদ্ধতিতে যোগ করা যায়।

চিত্র 5.4 (i)

ধরা যাউক্ যে দুইটি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনকে আমরা যোগ করিতে চাই, তাহাদের জন্য অবস্থান যথাক্রমে,

$x_1 = a_1 \sin wt$, এবং

$x_2 = a_2 \sin (wt + \alpha)$

5.4. (i) চিত্রানুযায়ী, প্রথম সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের বিস্তার (a_1) এর সমান করিয়া OP_1 সরলরেখা টানা হইল। ইহার পর দ্বিতীয় সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের বিস্তার (a_2) এর সমান করিয়া OP_2 সরলরেখা টানা হইল, যাহাতে $\angle P_1OP_2 = \alpha$ হয়। এখন যদি OP_1PP_2 সামান্তরিক আঁকা হয়, তাহা হইলে OP হইবে লব্ধি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের বিস্তার (a) এর সমান। এই লব্ধি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন ও প্রথম সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের কম্পনাবস্থার প্রভেদ হইবে

$\angle AOP=\beta$ (ধরা যাউক্)। উপরোক্ত পদ্ধতিকে **ফ্রেনেলের নিয়ম** (Fresnel's rule) বলা হয়।

5.4. (i) চিত্রে, P_2 এবং P বিন্দু হইতে OB সরলরেখার উপর যথাক্রমে P_2A এবং PB লম্ব টানা হইল। এখন, চিত্র হইতে,

$$OA=OP_2 \cos \alpha \quad = a_2 \cos \alpha$$
$$OB=OP \cos \beta \quad = a \cos \beta$$
$$P_2A=OP_2 \sin \alpha \quad = a_2 \sin \alpha$$
$$PB=OP \sin \beta \quad = a \sin \beta$$

এবং $OA=P_1B,\ P_2A=PB.$

সুতরাং

$$a^2=OP^2=OB^2+PB^2$$
$$=(OP_1+P_1B)^2+PB^2$$
$$=(a_1+a_2 \cos \alpha)^2+a_2^2 \sin^2 \alpha.$$
$$=a_1^2+a_2^2+2a_1a_2 \cos \alpha. \qquad 5.4.\ (1)$$

এবং $$\tan \beta=\frac{PB}{OB}=\frac{a_2 \sin \alpha}{a_1+a_2 \cos \alpha} \qquad 5.4.\ (2)$$

সুতরাং লব্ধি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনকে লেখা যায়,

$$x=a \sin (wt+\beta) \qquad 5.4.\ (3)$$

a এবং β যথাক্রমে 5.4. (1) এবং 5.4. (2) সমীকরণ দ্বারা নির্দিষ্ট।

(ক) **$\alpha=0$ হইলে,** [অর্থাৎ সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন দুইটির কম্পনাবস্থা একই (In phase) হইলে], লব্ধি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে অবস্থান, 5.4.(3) সমীকরণে $\alpha=0$ ব্যবহার করিলেই পাওয়া যাইবে। অর্থাৎ, এক্ষেত্রে

5.4. (1) সমীকরণ হইতে, $\alpha=0$ হইলে, $\cos \alpha=1$, এবং

$$a^2=a_1^2+a_2^2+2a_1a_2$$
$$=(a_1+a_2)^2$$
$$\therefore\ a=(a_1+a_2)$$

5.4. (2) সমীকরণ হইতে, $\alpha=0$ হইলে, $\sin \alpha=0$, এবং

$$\tan \beta=0$$
$$\therefore\ \beta=0.$$

সুতরাং 5.4. (3) সমীকরণ হইতে,

$$x=(a_1+a_2) \sin wt. \qquad 5.4.\ (4)$$

অর্থাৎ এক্ষেত্রে, লব্ধি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের বিস্তার প্রথম ও দ্বিতীয় কম্পনের বিস্তারের যোগফল।

(খ) $\alpha=180^\circ$ **হইলে,** [অর্থাৎ সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন দুইটির কম্পনাবস্থা বিপরীত (In opposite phase) হইলে], লব্ধি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে অবস্থান, 5.4. (3) সমীকরণে $\alpha=180^\circ$ ব্যবহার করিলেই পাওয়া যাইবে। এক্ষেত্রে,

$$a^2=a_1^2+a_2^2-2a_1a_2, \text{ যেহেতু } \cos 180^\circ=-1.$$

$$\therefore \quad a=(a_1-a_2)$$

এবং $\sin 180^\circ=0$ বলিয়া, পূর্বের মতনই $\beta=0$. সুতরাং লব্ধি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে অবস্থান হইবে,

$$x=(a_1-a_2)\sin wt \qquad 5.4.\ (5)$$

অর্থাৎ এক্ষেত্রে, লব্ধি সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের বিস্তার প্রথম ও দ্বিতীয় কম্পনের বিস্তারের বিয়োগফল।

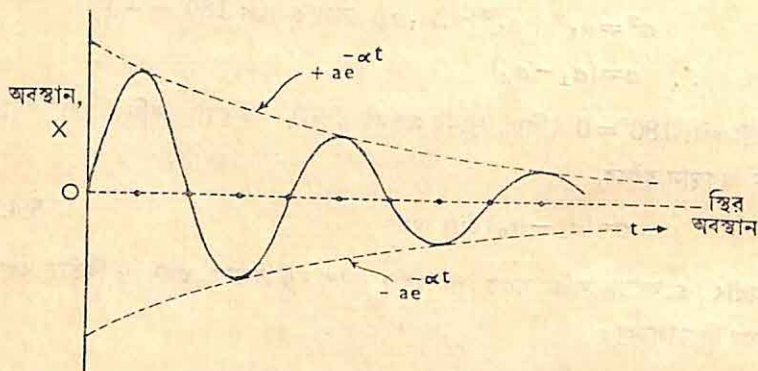
5.5. ক্ষয়িষ্ণু কম্পন (Damped vibration), নিয়ন্ত্রিত কম্পন (Forced vibration) এবং অনুনাদ কম্পন (Resonance vibration) :

আমরা পূর্বের অনুচ্ছেদে সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পন আলোচনা করিয়াছি। আমরা দেখিয়াছি যে স্থির অবস্থানকে কেন্দ্র করিয়া বস্তুকণা সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে কম্পিত হইলে উহার মোট শক্তি (গতি শক্তি ও স্থিতি শক্তির যোগফল) সময়ের সহিত পরিবর্তিত হয় না। যে শক্তি দিয়া কম্পন শুরু হয়, তাহা বস্তুকণার মধ্যেই থাকিয়া যায়, এবং বস্তুকণা অনির্দিষ্টকালের জন্য কম্পিত হইতে থাকে। ইহার কম্পনের বিস্তার অনির্দিষ্ট কালের জন্য একই থাকিয়া যাইবে।

প্রকৃতপক্ষে এই প্রকার কম্পন প্রকৃতিতে একপ্রকার অসম্ভব ঘটনা। প্রত্যেক কম্পিত বিন্দুর উপরেই কোনও না কোনও প্রকার ঘর্ষণজাত প্রতিক্রিয়া কাজ করে। ইহার ফলে বিন্দুর কম্পন কিছুক্ষণ পরেই থামিয়া যায়। **যখন কম্পনের বিস্তার সময়ের সহিত কমিতে থাকে, তখন সেই কম্পনকে ক্ষয়িষ্ণু কম্পন** (Damped vibration) **বলে।** কোনও এক বিন্দু হইতে একটি সরল দোলককে ঝুলাইয়া দিয়া দোলকপিণ্ডকে একদিকে টানিয়া ছাড়িয়া দিলে উহা কম্পিত হইতে থাকিবে ; কিন্তু ধীরে ধীরে উহার কম্পনের বিস্তার কমিতে কমিতে উহা শেষ পর্যন্ত থামিয়া যাইবে। ইহা ক্ষয়িষ্ণু কম্পনের একটি উদাহরণ।

যখন কম্পনের ক্ষয়ের হার খুব অল্প, তখন ক্ষয়িষ্ণু সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে কম্পমান বিন্দুর অবস্থান সময়ের সহিত কিভাবে পরিবর্তিত হয় তাহা 5.5. (*i*) চিত্রে দেখানো হইয়াছে। নিম্নে ইহার গাণিতিক রূপ দেওয়া হইল,

$$x(t) = ae^{-\alpha t} \sin wt. \qquad 5.5.\ (i)$$

ধ্রুবক, α (আল্‌ফা)কে ক্ষয়ের গুণাঙ্ক (coefficient of damping) বলা হয়।

চিত্র 5.5 (i)

অবাধ কম্পনের সময় বস্তুকণার কম্পনাঙ্ক কত হইবে, তাহা কম্পমান বস্তুর কতকগুলি বৈশিষ্ট্যের উপর নির্ভর করে। যেমন, একটি সরল দোলকের দোলনকাল বা উহার কম্পনাঙ্ক দোলকের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভরশীল। তেমনি, যে কোনও এক দৈর্ঘ্যের তার লইয়া উহাকে দুইপ্রান্তে দুইটি কীলকের সহিত শক্ত করিয়া বাঁধিয়া তারটির যে কোনও এক বিন্দুতে টানিয়া ছাড়িয়া দিলে তারটি কাঁপিতে থাকিবে, এবং উহার প্রত্যেক বিন্দুই তারের দৈর্ঘ্যের উল্লম্বতলে পর্যায়বৃত্তিক কম্পনে গতিশীল হইবে। এই কম্পনের কম্পনাঙ্ক নির্ভর করিবে তারটির দৈর্ঘ্যের উপর, এবং তারটি যে দুইপ্রান্তে কীলকের সহিত বাঁধা আছে তাহারও উপর। সুতরাং, **কম্পমান বস্তুর কতকগুলি যান্ত্রিক বিশেষত্বই উহার অবাধ কম্পনের কম্পনাঙ্ক কত হইবে তাহা ঠিক করিয়া দেয়। এই কম্পনাঙ্ককে বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক** (natural frequency) **বলে।**

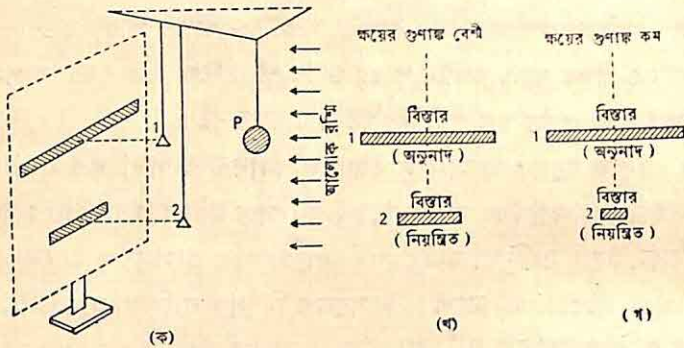
এখন, কল্পনা করা যাউক্ যে, আমরা এমন একটি বস্তু লইলাম যাহাকে একবার কাঁপাইয়া দিলে উহা স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কে কাঁপিতে থাকে, এবং ঘর্ষণজাত প্রতিক্রিয়ার জন্য শেষ পর্যন্ত কম্পন থামিয়া যায়। এইরূপ বস্তুকে একবার মাত্র বল প্রয়োগ করিয়া কাঁপাইয়া ছাড়িয়া না দিয়া, ইহার উপর বলপ্রয়োগ অবিচ্ছিন্ন রাখিলে কম্পমান বস্তুর কম্পন প্রযুক্ত বল দ্বারা নিয়ন্ত্রিত (Forced) হইবে। **প্রযুক্ত বল পর্যায়বৃত্তিক**

(Periodic) **হইলে দেখা যায় যে কম্পমান বিন্দু উহার স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কে কম্পিত না হইয়া পর্যায়বৃত্তিক বলের কম্পনাঙ্কে কম্পিত হইতে থাকে। এইরূপ কম্পনকে নিয়ন্ত্রিত কম্পন** (Forced vibration) **বলে। নিয়ন্ত্রিত কম্পনে কম্পমান বিন্দুর বিস্তার সাধারণতঃ খুব কম হয়।** এখানে, বিশেষ উল্লেখযোগ্য যে প্রযুক্ত বলের কম্পনাঙ্ক, বস্তুর স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক হইতে পৃথক হইলে উপরিউক্ত নিয়ন্ত্রিত কম্পনের জন্য বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পন ক্ষয়িষ্ণু হওয়া প্রয়োজন। অর্থাৎ, কোনও বিন্দুর অবাধ কম্পনে ক্ষয়ের গুণাঙ্ক শূন্য হইলে, ঐ বস্তুর কম্পনকে অন্য কোনও কম্পনাঙ্কের প্রযুক্ত বল দ্বারা নিয়ন্ত্রিত করা সম্ভব নয়।

অবশ্য, **প্রযুক্ত বলের কম্পনাঙ্ক বস্তুর স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কের সমান হইলে বস্তুটি উহার স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কেই কম্পিত হইবে এবং ইহার কম্পনের বিস্তার অনেকগুণ বাড়িয়া যাইবে। এইপ্রকার কম্পনকে অনুনাদ কম্পন** (Resonance vibration) **বলে। কম্পনের বিস্তার বাড়িয়া যাওয়ায়, বস্তুটির কম্পনের শক্তিও অনেক বাড়িয়া যায়।** অনুনাদ কম্পনের জন্য বস্তুর অবাধ কম্পন ক্ষয়িষ্ণু না হইলেও চলে।

নিয়ন্ত্রিত কম্পন ও অনুনাদ কম্পনের বৈশিষ্ট্য এবং অবাধ কম্পনের ক্ষয়ের গুণাঙ্কের সহিত ইহাদের সম্বন্ধ নিম্নলিখিত পরীক্ষা দ্বারা বুঝা যায়। 5.5. (ii) চিত্রের (ক) অংশে, একটি তার হইতে সরলদোলক P-কে ঝুলানো হইয়াছে। ঐ একই তার হইতে আরও দুইটি সরল দোলক 1 এবং 2 ঝুলানো আছে। 1 এবং 2 দোলকের পিণ্ড কাগজের কোন (cone) দ্বারা তৈরী এবং হাল্কা। P দোলকের পিণ্ড ধাতব এবং অপেক্ষাকৃত ভারী। 1 এবং P দোলকের স্বাভাবিক দোলনকাল এবং স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক সমান, কিন্তু 2 দোলকের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক অপেক্ষাকৃত কম। P দোলককে বই-এর পাতার উল্লম্ব তলে দোলাইয়া দিলে 1 এবং 2 দোলকের উপর পর্যায়বৃত্তিক বল প্রযুক্ত হইবে এবং উহারাও বইএর পাতার উল্লম্বতলে কম্পিত হইবে। 1 দোলকের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক P দোলকের কম্পনাঙ্কের সমান হওয়ায় উহার কম্পন হইবে অনুনাদ কম্পন ; এবং 2 দোলকের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক P দোলকের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক হইতে পৃথক হওয়ায় উহার কম্পন হইবে নিয়ন্ত্রিত কম্পন। সুতরাং 1-দোলকের দোলনের বিস্তার 2-দোলকের দোলনের বিস্তার অপেক্ষা অনেক বেশী হইবে। চিত্রের ডানদিক হইতে আলোকরশ্মি ফেলিয়া বামদিকের পর্দায় 1 এবং 2 দোলকের ছায়া দেখিয়া উহাদের কম্পনের বিস্তারের তুলনা করা যাইতে পারে।

5.5. (ii) চিত্রের (খ) অংশে 1 এবং 2 দোলকের বিস্তার পৃথকভাবে দেখানো হইয়াছে। ইহাদের পিণ্ড হাল্কা বলিয়া ইহাদের ক্ষয়িষ্ণু অবাধ-কম্পনের ক্ষয়ের গুণাঙ্ক বেশী।

ইহাদের পিণ্ডে অতিরিক্ত ওজন রাখিলে স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কের কোনও পরিবর্তন হইবে না ; কিন্তু ইহাদের ক্ষয়িষ্ণু অবাধ কম্পনের ক্ষয়ের গুণাঙ্ক কমিয়া যাইবে। এক্ষেত্রে, নিয়ন্ত্রিত কম্পনের বিস্তারও অনেক কমিয়া যাইবে। 5.5. (ii) চিত্রের (গ) অংশে ইহা দেখানো হইয়াছে। 2 দোলকের ক্ষয়ের গুণাঙ্ক কমাইতে কমাইতে প্রায় শূন্য করিয়া দিলে ইহার কম্পন P দোলক দ্বারা আর নিয়ন্ত্রিত হইবে না।

চিত্র 5.5. (ii)

অনুনাদ কম্পনে কম্পনের বিস্তার অনেক বৃদ্ধি পাওয়ার ফলে এমনও হইতে পারে যে কম্পমান বস্তুর অংশবিশেষ উহা হইতে বিচ্ছিন্ন হইয়া যাইতে পারে। যে-কোনও বস্তু, যেমন ঘর-বাড়ী, নদীর উপর সেতু, ইত্যাদি সব কিছুরই স্বাভাবিক কম্পনের এক বা একাধিক কম্পনাঙ্ক থাকিবে। নিয়মিত বায়ুপ্রবাহ যখন ইহাদের আঘাত করে তখন ইহাদের উপর পর্যায়বৃত্তিক বল প্রযুক্ত হইতে পারে। এই প্রযুক্ত বলের কোনও কম্পনাঙ্ক বস্তুগুলির কোনও স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কের সমান হইলে অনুনাদ কম্পনের ফলে ইহাদের কম্পনের বিস্তার অনেক বেশী হইয়া ঘর-বাড়ী, বা নদীর উপর সেতু ভাঙ্গিয়া যাইতে পারে। এই ধরণের কিছু ঘটনা কয়েক জায়গায় ঘটিয়া গিয়াছে। সুতরাং, কোনও স্থানে বড় আকারের সেতু ইত্যাদি তৈয়ারী করিবার সময় সেখানকার বায়ুপ্রবাহের পুঙ্খানুপুঙ্খ বিশ্লেষণ করার রীতি চালু হইয়া গিয়াছে। ঠিক এই কারণেই কোনও সেতুর উপর দিয়া সৈন্যদল হাঁটিয়া যাইবার সময় উহাদের তালে তালে পা না ফেলিয়া চলিবার আদেশ দেওয়া হয়। তালে তালে পা ফেলিয়া চলিলে একটি পর্যায়বৃত্তিক বল সেতুর উপর প্রযুক্ত হইয়া অনুনাদ কম্পনের সৃষ্টি করিতে পারে।

কম্পনের প্রকার ভেদ (Nature of vibrations) **:** কোনও বস্তুর কম্পনের সময়, প্রকৃতপক্ষে উহার বস্তুকণাগুলিই কম্পিত হয়। যেমন, একটি তারকে দুইদিকে দুইটি কীলকের সহিত শক্ত করিয়া বাঁধিয়া উহার যে কোনও স্থান একটু টানিয়া ছাড়িয়া দিলে তারটি কাঁপিতে থাকিবে। ইহার প্রত্যেক বস্তুকণাই তারের দৈর্ঘ্যের উল্লম্বতলে

কাঁপিতে থাকিবে এইপ্রকার কম্পনকে **তির্যক-কম্পন** (Transverse vibration) বলে। আবার একটি সরু লম্বা রবারের খণ্ড লইয়া উহার একপ্রান্ত একটি কীলকের সহিত বাঁধিয়া অপর প্রান্তে উহার দৈর্ঘ্য বরাবর কোনও পর্য্যায়বৃত্তিক বল প্রয়োগ করিলে রবার-খণ্ডের প্রত্যেক বস্তুকণাই উহার দৈর্ঘ্য বরাবর কাঁপিতে থাকিবে। ইহাকে **দৈর্ঘ্যিক কম্পন** (Longitudinal vibration) বলা হয়।

প্রশ্নাবলী

১। একটি বস্তুকণা সরল পর্যায়বৃত্তিক কম্পনে কম্পিত হইতেছে। ইহার কম্পনের বিস্তার 15 সে.মি. এবং কম্পনাঙ্ক প্রতি সেকেণ্ডে 4। (ক) বস্তুকণার ত্বরণ ও গতিবেগের সর্বোচ্চ মান নির্ণয় কর। (খ) বস্তুকণার অবস্থান 9 সে.মি. হইলে ঐ স্থানে উহার ত্বরণ ও গতিবেগের মান কত? (গ) স্থির অবস্থান হইতে 12 সে.মি. দূরত্বে আসিতে বস্তুকণার কত সময় লাগিবে?

২। একটি বস্তুকণা 10 সে.মি. বিস্তারের সরল পর্যায়বৃত্তিক কম্পনে কম্পিত হইতেছে। স্থির অবস্থান হইতে 6 সে.মি. দূরত্বে ইহার গতিবেগ ± 24 সে.মি./সেকেণ্ড। (ক) ইহার কম্পনের পর্যায় কত? (খ) বস্তুকণার গতিবেগ যখন ± 12 সে.মি./সেকেণ্ড, তখন ইহার অবস্থান কত?

৩। 10 গ্রাম ভরের একটি বস্তুকণা সরল পর্যায়বৃত্তিক কম্পনে কম্পিত হইতেছে। ইহার কম্পনের বিস্তার 24 সে.মি. এবং পর্যায় 4 সেকেণ্ড। স্থির অবস্থান হইতে সময় গণনা করিলে $t=0·5$ সেকেণ্ডে বস্তুকণার উপর বলের পরিমাণ ও দিক নির্ণয় কর।

৪। একটি বস্তুকণা 10 সে.মি. বিস্তারের এবং 4 সেকেণ্ড পর্যায়ের সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে কম্পিত হইতেছে। বস্তুকণার ভর 10 গ্রাম হইলে উহার কম্পনের মোটশক্তি কত?

৫। দুইটি একই কম্পনাঙ্কের সরল পর্যায়বৃত্তিক কম্পনের প্রথমটিতে কম্পমান বিন্দুর স্থির অবস্থান হইতে বিস্তারের $\frac{1}{\sqrt{2}}$ দূরত্বে আসিতে যে সময় লাগে, দ্বিতীয়টিতে কম্পমান বিন্দুর স্থির অবস্থান হইতে বিস্তারের $\frac{\sqrt{3}}{2}$ দূরত্বে আসিতে ঠিক তত সময় লাগে। দুইটি কম্পনের কম্পনাবস্থার তুলনা কর।

৬। দুইটি ক্ষয়িষ্ণু সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনের ক্ষয়ের গুণাঙ্কের অনুপাত 1 : 100 ধরিয়া অবস্থান—সময় লেখচিত্রে 0-অবস্থান হইতে প্রথম সর্বোচ্চ মানের অবস্থান পর্যন্ত লেখচিত্র আঁকিয়া দেখাও যে, দুইটি ক্ষেত্রে একই সময়ে সর্বোচ্চ মানের অবস্থান পাওয়া যায় না।

দ্বিতীয় অধ্যায়
তরঙ্গ (Waves)

[Syllabus : Waves ; Types of waves, characteristic features of propagating waves, preliminary definitions, and relations. Reflection and refraction of waves. Superposition of waves ; stationary waves ; vibration of strings and air columns. Interference, beats, Doppler effect, polarization (qualitative discussions).

Nature of waves ; (1) Sound waves as elastic waves. Velocity of sound, Laplace's formula (Newton's formula $v = \sqrt{E/p}$ to be assumed).

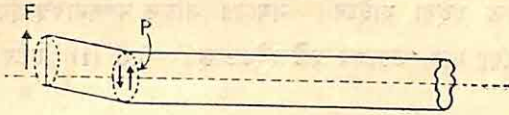
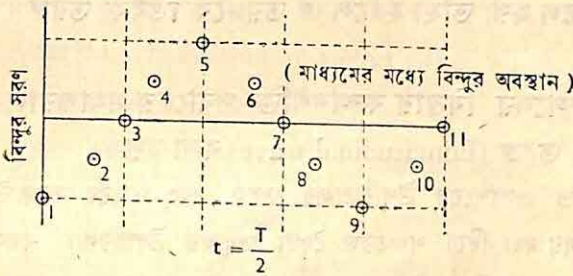
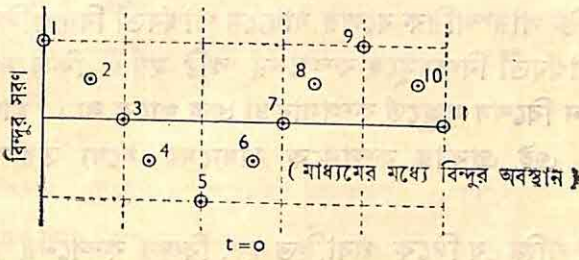
Sources of sound. Musical sound and noise. Principles of recording and reproduction of sound.

(II) Light as a wave phenomenon. Finite velocity of light. Interference of light. Polarization (qualitative ideas). Validity of geometrical optics as an approximation.

5.6. তরঙ্গ ও উহার প্রকার ভেদ (Waves—Types of waves) :

স্থির জলাশয়ে একটি প্রস্তরখণ্ড নিক্ষেপ করিলে জলের উপরিতলে তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। যেখানে প্রস্তরখণ্ড নিক্ষেপ করা হইয়াছে সেই স্থান ঐ তরঙ্গের উৎসবিন্দু। উৎসবিন্দু হইতে বহুদূর পর্যন্ত দেখা যায় যে, জলের উপরিতলের অংশ বিশেষ উহার স্থির অবস্থানের উপরে উঠিয়াছে, আবার কোন অংশ বা স্থির অবস্থানের নীচে নামিয়াছে। উপরে উঠা স্থানগুলিকে আমরা **তরঙ্গ-শীর্ষ** (Crest) বলিয়া থাকি এবং নীচে নামা স্থানগুলিকে **তরঙ্গ-সানু** (trough) বলি। এইরূপ তরঙ্গের উপরে ছোট কাগজের নৌকা ভাসাইয়া দিলে দেখা যায় যে, উহা একই স্থানে থাকিয়া উপরে নীচে উঠা-নামা করিতেছে, কিন্তু সামনে বা পিছনে বিশেষ আগাইয়া যাইতেছে না। ইহা হইতে প্রমাণ হয় যে, জলের উপরিতলের বিভিন্ন স্থানের জলকণাগুলি উহাদের নিজ নিজ স্থানে থাকিয়াই উপরে-নীচে উঠা-নামা করিতেছে, কিন্তু এক স্থান হইতে অন্য স্থানে স্থানান্তরিত হইতেছে না। এক্ষেত্রে, তরঙ্গের উৎসবিন্দুতে জলকণাগুলির উপর প্রস্তরখণ্ড নিক্ষেপের দ্বারা বল প্রযুক্ত হইয়াছে এবং উহারা উপরে-নীচে কম্পিত হইয়াছে। এই জলকণাগুলি উহাদের চারিপার্শ্বের জলকণার সহিত জলের পৃষ্টটানের দ্বারা সংযুক্ত বলিয়া ইহাদের কম্পনের শক্তি পার্শ্ববর্তী অঞ্চলে ছড়াইয়া পড়িয়াছে এবং ঐ অঞ্চলের জলকণাগুলিও উপরে-নীচে কম্পিত হইয়াছে। কোনও বস্তুমাধ্যমের মধ্য দিয়া শক্তি স্থানান্তরিত হইতে সব সময়েই কিছু না কিছু সময় লাগে ; কারণ, শক্তি স্থানান্তরের গতিবেগ অসীম নয়। এবং এই জন্যই তরঙ্গের উৎস হইতে দূরে অন্যসব বিন্দুতে কোনও এক নির্দিষ্ট মুহূর্তে বস্তুকণাগুলির

কম্পনাবস্থা এক নয়। বস্তুমাধ্যমের মধ্যে এইরূপ কম্পনাবস্থার বিন্যাস পরমুহূর্তেই পরিবর্তিত হইয়া যায়। সময়ের সহিত কম্পনাবস্থা বিন্যাসের এইরূপ পরিবর্তনের ফলেই তরঙ্গের সৃষ্টি হয়।

আরও একটি উদাহরণ আলোচনা করা যাক্। একটি ধাতব তারের একপ্রান্ত একটি কীলকের সহিত শক্ত করিয়া বাঁধা আছে। উহার অপর প্রান্তের বস্তুকণাগুলিকে

চিত্র 5.6 (i)

তারের দৈর্ঘ্যের উল্লম্বতলে সরলপর্যায়বৃত্ত কম্পনে কম্পিত করা হইল। ইহার ফলে পার্শ্ববর্তী বস্তুকণাগুলিও ঐ একই উল্লম্বতলে সরলপর্যায়বৃত্ত কম্পনে কম্পিত হইতে শুরু করিবে। প্রান্তের বস্তুকণাগুলির কম্পনের ফলে ঐ স্থানে তারের মধ্যে কৃন্তন বিকারের সৃষ্টি হইতেছে এবং কৃন্তন পীড়নের প্রভাবে পার্শ্ববর্তী বস্তুকণাগুলি কম্পিত হইতেছে। প্রান্তদেশের বস্তুকণাগুলির কম্পনের শক্তি পার্শ্ববর্তী বস্তুকণা গুলিতে সঞ্চালিত হইতেছে। কিন্তু, যেহেতু শক্তি স্থানান্তরের গতিবেগ অসীম নয়, সেইজন্য পার্শ্ববর্তী বস্তুকণাগুলির কম্পন শুরু হইতে কিছু সময় লাগিবে। এই সময়ের মধ্যে প্রান্তদেশের বস্তুকণাগুলি

স্থির অবস্থান হইতে বেশ কিছু দূর সরিয়া গিয়াছে। সুতরাং প্রান্তদেশের বস্তুকণা ও পার্শ্ববর্তী বস্তুকণার কম্পনাবস্থা এক থাকিবে না। এইভাবে তারের দৈর্ঘ্য বরাবর অন্য সব বস্তুকণার মধ্যে কম্পন ছড়াইয়া পড়িলে দেখা যাইবে যে, উহাদের সকলের কম্পনাবস্থা এক নহে। যে কোনও এক মুহূর্তে প্রতিটি বিন্দুর কম্পনাবস্থা লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বিশেষ ভাবে কম্পনাবস্থা বিন্যস্ত হইয়াছে। পরমূহূর্তেই এই বিন্যাস পরিবর্তিত হইয়া যাইবে। সময়ের সহিত কম্পনাবস্থা বিন্যাসের এইরূপ পরিবর্তনের ফলেই তারের মধ্যে তরঙ্গের সৃষ্টি হইতেছে। 5.6. (i) চিত্রে ইহা বুঝানো হইয়াছে।

সুতরাং, **কোন মাধ্যমের কোন এক বিন্দুতে কম্পনের সৃষ্টি হইলে ঐ কম্পনের শক্তি পারস্পরিক বলের মাধ্যমে পার্শ্ববর্তী বিন্দুগুলিতে ছড়াইয়া পড়ে এবং পার্শ্ববর্তী বিন্দুসমূহে কম্পনের সৃষ্টি হয়। কিন্তু মাধ্যমের সব বিন্দুতে কোন বিশেষ মুহূর্তে কম্পনাবস্থা এক থাকে না। মাধ্যমের মধ্যে বিন্দুসমূহের এই প্রকার কম্পনকে মাধ্যমের মধ্যে তরঙ্গ** (waves) **বলা হয়।**

কম্পনের শক্তি যে দিকে প্রবাহিত হয়, বিন্দুর কম্পনের বিস্তার যদি উহার উল্লম্বতলে হয়, তাহা হইলে ঐ তরঙ্গকে তির্যক তরঙ্গ (Transverse wave) **বলে।**

বিন্দুর কম্পনের বিস্তার কম্পনশক্তি প্রবাহের সমান্তরাল হইলে ঐ তরঙ্গকে দৈর্ঘ্য তরঙ্গ (Longitudinal wave) **বলা হয়।**

উপরে বর্ণিত জলাশয়ের উপরিতলের তরঙ্গ এবং তারের তরঙ্গ উভয়েই তির্যক তরঙ্গ। বাতাসের মধ্য দিয়া শব্দতরঙ্গ দৈর্ঘ্য তরঙ্গের উদাহরণ। শব্দতরঙ্গ পরবর্তী অনুচ্ছেদে বিশদ ভাবে বর্ণিত হইবে।

মাধ্যমের মধ্যে বিভিন্ন বিন্দুগুলির মধ্যে যে পারস্পরিক বলের মাধ্যমে কম্পনশক্তি তরঙ্গের আকারে প্রবাহিত হয়, সেই পারস্পরিক বলের ভৌতিক (Physical) বৈশিষ্ট্যের উপর নির্ভর করিয়া তরঙ্গের প্রকার-ভেদ করা যাইতে পারে। যেমন, ধাতব তারের মধ্যে বিভিন্ন বস্তুকণার মধ্যে স্থিতিস্থাপক বলের জন্যই কম্পনের শক্তি তরঙ্গের আকারে প্রবাহিত হয় ; সুতরাং তারের মধ্যে তির্যক ও দৈর্ঘ্য তরঙ্গকে **স্থিতিস্থাপকীয় তরঙ্গ** (Elastic wave) বলা হয়। জলের উপরিতলের তরঙ্গকে সেইজন্য পৃষ্ঠতরঙ্গ (Surface wave) বলা হয় ; কারণ, পৃষ্ঠটানের বলই এই তরঙ্গের সৃষ্টি করে। এই ভাবেই আমরা মাধ্যাকর্ষণ তরঙ্গ, বিদ্যুৎচুম্বকীয় তরঙ্গ প্রভৃতি বিভিন্ন প্রকারের তির্যক ও দৈর্ঘ্য তরঙ্গের কথা বলিয়া থাকি।

5.7. সরলপর্যায়বৃত্তিক তরঙ্গ ও উহার বিশেষত্ব ঃ ধরা যাউক্, কোনও মাধ্যমের প্রত্যেক বিন্দুই সরলপর্যায়বৃত্ত কম্পনে কম্পিত হইতেছে। ইহাদের প্রত্যেকেরই কম্পনের বিস্তার$=a$, কম্পনাঙ্ক$=\nu=\dfrac{w}{2\pi}$ এবং পর্যায়$=\mathrm{T}$. সুতরাং ইহাদের সরণ y হইবে,

$$y=a \sin wt.$$

$$w=\frac{2\pi}{\mathrm{T}}. \qquad 5.7.(1)$$

5.7. (1) সমীকরণে প্রত্যেক বিন্দুর কম্পনাবস্থা একই ধরা হইয়াছে। এখন যদি মাধ্যমের মধ্যে বিভিন্ন বিন্দুর অবস্থান x দ্বারা সূচিত করা হয় এবং ধরা হয় যে, কোন বিন্দুর কম্পনাবস্থা উহার অবস্থান x এর সমানুপাতিক, তাহা হইলে x অবস্থানের বিন্দুর কম্পনাবস্থা α_x হইবে,

$$\alpha_x=\mathrm{K}x \qquad 5.7.(2)$$

K একটি ধ্রুবক। সুতরাং x অবস্থানের বিন্দুর সরণ y_x হইবে,

$$y_x=a \sin (wt+\mathrm{K}x) \qquad 5.7.(3)$$

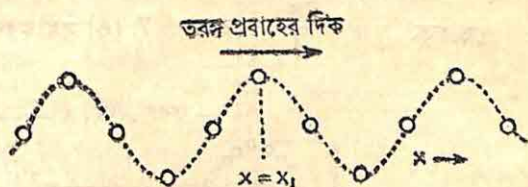
যে তরঙ্গে বিভিন্ন বিন্দুর কম্পন 5.7. (3) দ্বারা বর্ণনা করা যায়, সেই তরঙ্গকে **সরল পর্যায়বৃত্তিক তরঙ্গ** (Simple Harmonic wave) বলে।

এখন দেখিতে হইবে তরঙ্গের প্রবাহের দিক্ কোনটি? 5.7. (i) চিত্রে মাধ্যমের মধ্যে কতকগুলি বিন্দু দেখানো হইয়াছে। ইহার যে-কোনও এক বিন্দু $x=x_1$ এর কথা ধরা যাক্। যদি কম্পনের উৎস x_1 এর বাঁদিকে থাকে, অর্থাৎ কম্পনের শক্তি পজিটিভ x-এর দিকে প্রবাহিত হয়, তবে x_1 এর ডানদিকের বিন্দুগুলি কম্পিত হইবার আগেই x_1 বিন্দু কম্পিত হইবে। সুতরাং x_1 এর কম্পনাবস্থা, x_1 এর ডানদিকের বিন্দুগুলির কম্পনাবস্থার অগ্রণী হইবে। এক্ষেত্রে, $x=0$ বিন্দুর কম্পনাবস্থা, α_0, কে শূন্য ধরিলে, α_x কে নেগেটিভ ধরিতে হইবে। সুতরাং,

চিত্র 5.7. (i)

$$\alpha_x=-\mathrm{K}x, \qquad 5.7.(4)$$

এবং $$\mathrm{Y}_x=a \sin (wt-\mathrm{K}x) \qquad 5.7.(5)$$

5.7. (5) সমীকরণ x-এর পজিটিভ দিকে প্রবাহিত তরঙ্গের গাণিতিক রূপ। অনুরূপ

ভাবে দেখানো যায় যে 5.7. (3) সমীকরণ x-এর নেগেটিভ দিকে প্রবাহিত তরঙ্গের গাণিতিক রূপ।

সাধারণভাবে আমরা লিখিতে পারি,

$$Y_x = a \sin (wt \pm Kx) \qquad 5.7.\ (6)$$

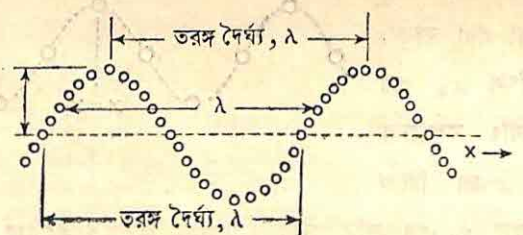
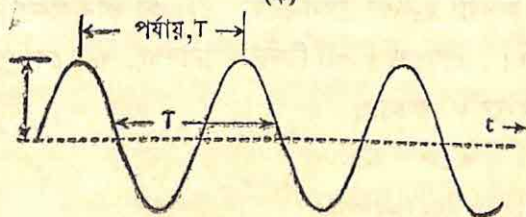
5.7. (6) সমীকরণে x-এর নেগেটিভ দিকে প্রবাহিত তরঙ্গের জন্য (+) চিহ্ন এবং x-এর পজিটিভ দিকে প্রবাহিত তরঙ্গের জন্য (−) চিহ্ন ব্যবহার করিতে হইবে।

তরঙ্গদৈর্ঘ্য (Wave length) **:** যে-কোনও এক বিন্দু হইতে শুরু করিয়া তরঙ্গ-প্রবাহের দিকে অগ্রসর হইলে দেখা যাইবে যে, অপর বিন্দুগুলির কম্পনাবস্থার পরিমাণ ঐ বিন্দুর কম্পনাবস্থার তুলনায় বাড়িতে থাকিবে। ইহা বৃদ্ধি পাইতে পাইতে যখন 2π হইবে, তখন দুইটি বিন্দুই একই সঙ্গে কম্পিত হইবে। এইপ্রকার দুইটি বিন্দুর দূরত্বকে, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলা হয়।

অর্থাৎ, **তরঙ্গ প্রবাহের দৈর্ঘ্য বরাবর যে দুইটি বিন্দুর কম্পনাবস্থার প্রভেদ 2π, সেই বিন্দু দুইটির মধ্যে দুরত্বকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য** (Wave length) **বলা হয়। ইহাকে λ (ল্যাম্‌ডা) চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়।**

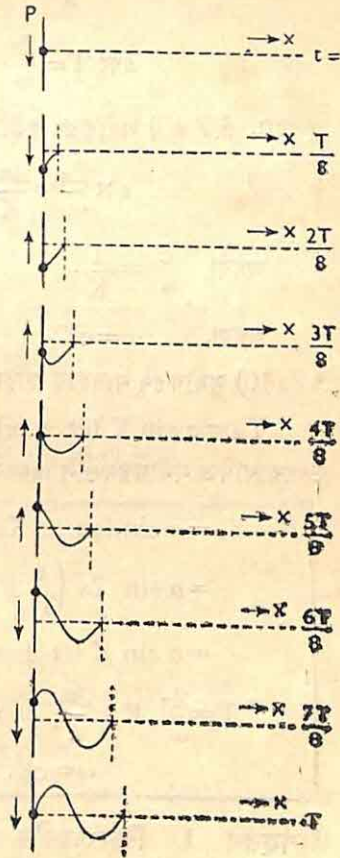
সুতরাং, 5.7. (2) কিংবা 5.7. (4) সমীকরণে, $x = \lambda$ এবং $\alpha_x = 2\pi$ ধরিলে K-এর মান পাওয়া যাইবে,

$$K = \pm \frac{2\pi}{\lambda} \qquad 5.7.\ (7)$$

যেহেতু, $w = \frac{2\pi}{T}$, সুতরাং 5.7. (6) সমীকরণকে লেখা যায়,

চিত্র 5.7 (ii)

$$Y_x = a \sin\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right)$$

5.7. (ii) চিত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্য ও পর্যায় বুঝানো হইয়াছে। ইহা লক্ষণীয় যে বিস্তার, পর্যায় ও কম্পনাঙ্ক সকল বিন্দুর জন্য একই। বিভিন্ন বিন্দুর কম্পনাবস্থা কিন্তু এক নয়, এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য এই কম্পনাঙ্ক বিন্যাসের সূচক।

5.7. (iii) চিত্রে অনুভূমিক ভগ্নরেখা দ্বারা x-দিকে কতকগুলি বস্তুকণা সূচিত করা হইয়াছে। ইহাদের মধ্যে প্রান্তবিন্দু P-কে সরল পর্যায়বৃত্ত কম্পনে গতিশীল করা হইল। $t=0$ মুহূর্তে সব বিন্দুগুলিই ভগ্নরেখা বরাবর বিন্যস্ত আছে। P বিন্দুর নিম্নাভিমুখী গতির জন্য উহার পার্শ্ববর্তী বস্তুকণাগুলি নিচের দিকে গতিশীল হইবে। $t=\frac{T}{8}$ মুহূর্তে P বিন্দুর কাছাকাছি কতকগুলি বস্তুকণা মাত্র স্থির অবস্থান হইতে সরিয়া আসিবে। উহাদের ডানদিকের বস্তুকণাগুলি তখনও স্থির অবস্থানে আছে। অর্থাৎ $t=0$ মুহূর্তে P বিন্দুর যে স্থির অবস্থান ছিল, সেই অবস্থা যেন $\frac{T}{8}$ সময়ের মধ্যে ডান-দিকে কিছুটা সরিয়া গিয়াছে। উল্লম্বতলে ভগ্নরেখা দ্বারা স্থির-অবস্থা দেখানো হইয়াছে। পরবর্তী ছবিগুলিতে কিভাবে এই স্থির-অবস্থা ক্রমশঃ সময়ের সহিত আরও ডানদিকে সরিয়া যাইতেছে, তাহা দেখানো হইয়াছে। P বিন্দু যখন T সময়ের পরে কম্পনের পূর্বের স্থির অবস্থায় ফিরিয়া আসিল, তখন স্থির অবস্থা-সূচক উল্লম্বতলের ভগ্নরেখা x দিকে λ দূরত্ব অতিক্রম করিবে। এখন, স্থির অবস্থাকে আমরা একটি বিশেষ কম্পনাবস্থা বলিয়া ভাবিতে পারি। সুতরাং T সময়ে একটি কম্পনাবস্থা λ দূরত্ব অতিক্রম করে। ইহা হইতে আমরা কম্পনাবস্থার গতিবেগ কল্পনা করিতে পারি এবং কম্পনাবস্থার গতিবেগ, c ধরিলে,

চিত্র 5.7. (iii)

$$cT=\lambda \qquad 5.7.\ (9)$$

কম্পনাবস্থার গতিবেগকে (Phase Velocity) **তরঙ্গের গতিবেগ** বলা হয়। সুতরাং **মাধ্যমের মধ্যে কম্পমান বিন্দুর কম্পনাবস্থা একক সময় ব্যবধানে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাহাকেই তরঙ্গের গতিবেগ (কম্পনাবস্থার গতিবেগ) বলে। ইহাকে c (সি) চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়।**

আমরা জানি,

$$K=\frac{2\pi}{\lambda}, \quad \text{অর্থাৎ } \lambda=\frac{2\pi}{K}.;$$

$$\text{এবং } T=\frac{2\pi}{\omega}.$$

সুতরাং, 5.7. (9) সমীকরণ হইতে আমরা লিখিতে পারি,

$$c\times\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{K}.$$

অথবা, $\frac{c}{\omega}=\frac{1}{K}.$

অথবা, $\omega=cK.$ 5.7. (10)

5.7.(10) সমীকরণ ব্যবহার করিয়া 5.7.(6) সমীকরণের পরিবর্তিত রূপ হইবে,

$Y_x=a\sin K\,(ct\pm x)$ 5.7. (11)

উপরে বর্ণিত সমীকরণগুলি একত্রে নিচে লেখা হইল :

$Y_x=a\sin(\omega t\pm Kx)$ 5.7. (6)

$=a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}\pm\frac{x}{\lambda}\right)$ 5.7. (8)

$=a\sin K\,(ct\pm x).$ 5.7. (11).

$T=\frac{2\pi}{\omega},\ K=\frac{2\pi}{\lambda},\ 2\pi f=\omega.$

$\omega=cK,\ cT=\lambda,\ c=f\lambda.$

উদাহরণ 1. বিদ্যুৎচুম্বকীয় তরঙ্গের গতিবেগ (কম্পনাবস্থার গতিবেগ) = 3×10^{10} সে.মি./সেকেণ্ড। কোনও একটি বিদ্যুৎচুম্বকীয় তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য 300 মিটার হইলে, ঐ তরঙ্গের কম্পনাঙ্ক কত ?

আমরা জানি, $c=f\lambda$,

$c=$ তরঙ্গের গতিবেগ,

$f=$ " কম্পনাঙ্ক, এবং

$\lambda=$ " তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

সুতরাং, $f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^{10}\text{ সে.মি./সেকেণ্ড}}{300\times10^{2}\text{ সে.মি.}}=10^6$ প্রতি সেকেণ্ড।

অর্থাৎ, প্রতিটি বিন্দু এক সেকেণ্ডে 10^6 পূর্ণ কম্পনে কম্পিত হইতেছে। এক পূর্ণ কম্পনকে এক **সাইক্‌ল্** (cycle) বলা হয়। সুতরাং এক্ষেত্রে কম্পনাঙ্ক প্রতি সেকেণ্ডে 10^6 সাইক্‌ল্ বা এক মেগা (10^6) সাইক্‌ল্।

উদাহরণ 2. কম্পনাঙ্ক বাড়াইলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য কমে না বাড়ে ?

আমরা জানি, $\omega=cK$.

অথবা, $2\pi f=c.\ \frac{2\pi}{\lambda}$.

সুতরাং তরঙ্গের গতিবেগ একই থাকিলে, কম্পনাঙ্ক বাড়াইলে তরঙ্গদৈর্ঘ্য কমিবে।

উদাহরণ 3. x, y কে সে.মি.-এ এবং t-কে সেকেণ্ডে পরিমাপ করিলে একটি তারের মধ্য দিয়া তির্যক গতিশীল তরঙ্গের সমীকরণ পাওয়া যায়,

$$Y=-2\sin[\pi(0{\cdot}5x-200t)];$$

ঐ তরঙ্গের বিস্তার, তরঙ্গদৈর্ঘ্য, কম্পনাঙ্ক, পর্যায় এবং গতিবেগ নির্ণয় কর।

যেহেতু, $\sin(-\theta)=-\sin\theta$, উপরোক্ত সমীকরণকে লেখা যায়,

$$Y=2\sin[\pi(200t-0{\cdot}5x)].$$

5.7. (6) সমীকরণের সহিত তুলনা করিলে দেখা যায় যে এক্ষেত্রে,

$a=2$, সে.মি.

$w=200\pi$ (সেকেণ্ড $)^{-1}$

$K=0{\cdot}5\pi$ (সে.মি. $)^{-1}$

সুতরাং ইহার বিস্তার $=2$. সে.মি.

আবার, $K=\frac{2\pi}{\lambda}$; সুতরাং $\frac{2\pi}{\lambda}=0{\cdot}5\pi$. অতএব তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda=\frac{2\pi}{0{\cdot}5\pi}=4$. সে.মি.

কম্পনাঙ্ক f হইলে, $2\pi f=\omega$। সুতরাং $2\pi f=200\pi$,

অতএব কম্পনাঙ্ক $=100$ (সেকেণ্ড $)^{-1}$

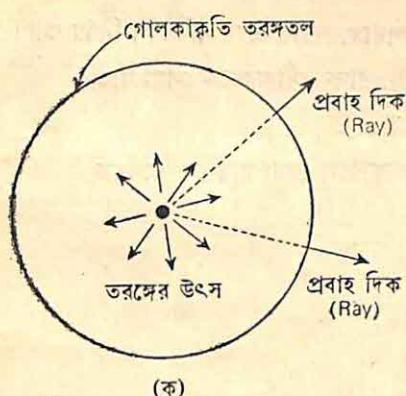
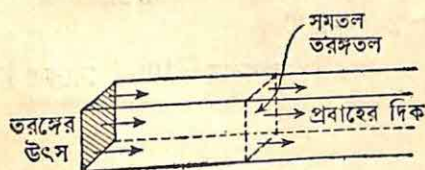
পর্যায় $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{100}=0{\cdot}01$ সেকেণ্ড

গতিবেগ, $c=\omega K=200\times0{\cdot}5\pi^2=100\pi^2$. সে.মি./সেকেণ্ড।

5.8. তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ (Reflection and refraction of waves) :

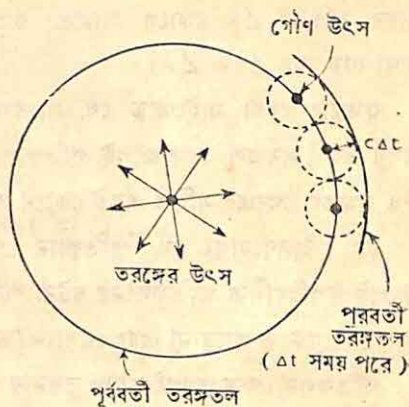
আমরা পূর্বের অনুচ্ছেদে বিশেষ কোনও এক দিকে (x দিকে) তরঙ্গ প্রবাহের ঘটনা আলোচনা করিয়াছি। বস্তুতঃ, কোনও মাধ্যমের এক বিন্দুতে কম্পনের সৃষ্টি হইলে,

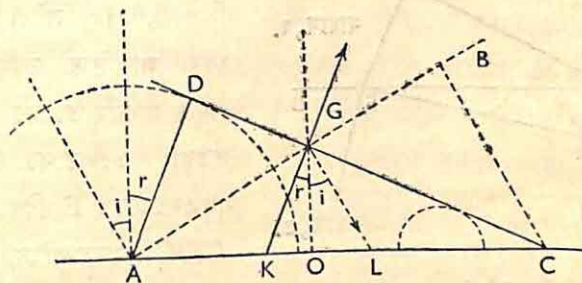
কম্পনের শক্তি মাধ্যমের চারিদিকে ছড়াইয়া পড়িবে। বিভিন্ন দিকে তরঙ্গের গতিবেগ বিভিন্ন হইতে পারে, এবং সেক্ষেত্রে তরঙ্গপ্রবাহের বর্ণনা বেশ জটিল হইয়া পড়ে। আমরা সুবিধার জন্য ধরিয়া লইব যে কম্পনের গতিবেগ সব দিকেই সমান। সুতরাং কোনও বিন্দুতে কম্পনের সৃষ্টি হইলে ঐ উৎসবিন্দু হইতে একই গতিবেগে কম্পনাবস্থা চারিদিকে ছড়াইয়া পড়িবে। আমরা যদি একই কম্পনাবস্থার বিন্দুগুলিকে সংযুক্ত করি তাহা হইলে উহা উৎসবিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া অঙ্কিত গোলকের উপরিতলের মত দেখাইবে। **কোনও মাধ্যমে একই কম্পনাবস্থার বিন্দুগুলিকে যোগ করিয়া যে তল পাওয়া যায় তাহাকে তরঙ্গতল** (Wave-front) **বলা হয়**। সুতরাং উৎসবিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া গোলক অঙ্কিত করিলে উহাদের উপরিতলগুলিই এক্ষেত্রে তরঙ্গতল হইবে। **তরঙ্গতল গোলকাকৃতি হইলে ঐ তরঙ্গকে গোলকাকৃতি তরঙ্গ** (Spherical wave) **বলে**।

আবার, দীর্ঘ তারের মধ্য দিয়া তরঙ্গপ্রবাহে তরঙ্গতলগুলি মোটামুটি তারের দৈর্ঘ্যের উল্লম্ব তলে থাকে এবং উহারা পরস্পরের সমান্তরাল সমতল। **তরঙ্গতল সমতল হইলে ঐ তরঙ্গকে সমতল তরঙ্গ** (Plane wave) **বলে**।

চিত্র 5.8 (i)

সমতল এবং গোলকাকৃতি তরঙ্গ, উভয় ক্ষেত্রেই কম্পনাবস্থার গতিবেগের দিক তরঙ্গতলের উপর লম্ব। **কম্পনাবস্থার গতিবেগের দিককে প্রবাহ-দিক** (Ray) **বলা হয়**। সুতরাং তরঙ্গতলের উপর কোনও বিন্দুতে লম্ব টানিলে ঐ বিন্দুতে ঐ লম্বই প্রবাহ-দিক। 5.8. (i) চিত্রে তরঙ্গতল ও প্রবাহদিক দেখানো হইয়াছে।

হিগিন্‌সের নীতি (Huygen's Principle)**:** বৈজ্ঞানিক হিগিন্‌স্ প্রস্তাব করেন যে, কোনও মাধ্যমে তরঙ্গপ্রবাহকে আমরা নিম্নবর্ণিত নীতি অনুসারে আলোচনা করিতে পারি। এই নীতি অনুসারে, কোন মাধ্যমের মধ্য দিয়া তরঙ্গ প্রবাহিত হইলে কোনও

এক মুহূর্তে সর্বাপেক্ষা অগ্রগামী তরঙ্গতলের উপর প্রত্যেক বিন্দুই গৌণ তরঙ্গ-উৎস হিসাবে কাজ করে। পরবর্তী কোনও মুহূর্তে তরঙ্গ-তলের অবস্থান নির্ণয় করিতে হইলে গৌণ তরঙ্গ উৎসগুলি হইতে ঐ সময় ব্যবধানে যে সকল তরঙ্গ সৃষ্টি হইয়াছে, তাহাদের তরঙ্গতলগুলির স্পর্শক তল টানিতে হইবে। এই স্পর্শক তলই পূর্বের তরঙ্গ-তলের নতুন অবস্থান। গৌণ তরঙ্গ-তলগুলির যে সকল অংশ স্পর্শকতলকে স্পর্শ করিতেছে না, ঐ সকল অংশ এবং গৌণ তরঙ্গতলগুলির পশ্চাদ্‌গামী অংশকে উপেক্ষা করিতে হইবে। 5.8. (ii) চিত্রে হিগিন্‌সের নীতি অনুসারে গোলকাকৃতি তরঙ্গের প্রবাহ বর্ণনা করা হইয়াছে। গৌণ তরঙ্গের ভগ্নরেখাদ্বারা অঙ্কিত অংশকে উপেক্ষা করিতে হইবে।

চিত্র 5.8 (ii)

তরঙ্গের প্রতিফলন ঃ সমতল তরঙ্গের প্রতিফলন ঃ আমরা প্রথমে একটি সমতলক্ষেত্রে সমতল তরঙ্গ কিভাবে প্রতিফলিত হয়, তাহার আলোচনা করিব। ধরা যাউক্, সমতল তরঙ্গে প্রবাহ দিক সমতল ক্ষেত্রের সহিত i ডিগ্রী কোণে আনত। চিত্র 5.8. (iii) দ্রষ্টব্য। সমতল তরঙ্গের তরঙ্গতল AB, সমতলক্ষেত্র AC-র উপর আপতিত হইয়াছে। AB তরঙ্গতলের প্রবাহ দিক GL, সমতলক্ষেত্র AC-র O বিন্দুতে লম্ব OG-র সহিত $\angle i$ কোণে আনত। সুতরাং আপতন কোণ$=\angle i$. AB

চিত্র 5.8 (iii)

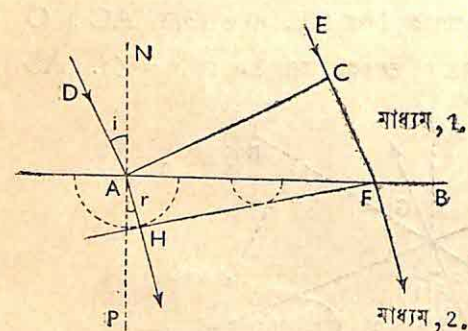
তরঙ্গ-তলের B প্রান্ত AB-র উপর লম্ব BC (তরঙ্গের প্রবাহ-দিক) অভিমুখে অগ্রসর হইয়া শেষ পর্যন্ত AB সমতলক্ষেত্রের C বিন্দুতে পৌছাইবে। এই সময়ের মধ্যে A বিন্দু হইতে গৌণ তরঙ্গ AD দূরত্ব অতিক্রম করিবে, এবং স্পষ্টতঃই AD$=$BC হইবে।

AB তরঙ্গতলের বিভিন্ন বিন্দু AC সমতলক্ষেত্রে পৌঁছাইয়া গৌণ তরঙ্গের সৃষ্টি করিবে, এবং ঐ সব অর্ধগোলকাকৃতি তরঙ্গতলের স্পর্শক তলই হইবে প্রতিফলিত তরঙ্গতল। CD এইরূপ একটি তরঙ্গতল। ইহার প্রবাহ-দিক KG, ACর উপর O বিন্দুতে লম্বের সহিত $\angle r$ কোণে আনত, সুতরাং প্রতিফলন কোণ $= \angle r$। চিত্র হইতে দেখা যায় যে, $\angle i = \angle r$।

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে, সমতলক্ষেত্রে প্রতিফলিত হইলে একটি সমতল তরঙ্গ অপর একটি সমতল তরঙ্গ রূপেই প্রতিফলিত হয়। প্রতিফলিত ও আপতিত প্রবাহ-দিক সমতল ক্ষেত্রের সহিত একই কোণে আনত থাকে।

ইহা উল্লেখযোগ্য যে, প্রতিফলন ক্ষেত্র AC, তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তুলনায় অনেক বড় হইলেই উপরিবর্ণিত প্রতিফলনের ঘটনা ঘটে। প্রতিফলন ক্ষেত্রের অপর পার্শ্বে আপতিত তরঙ্গ পৌঁছাইতে পারে না এবং সেখানে "ছায়ার" সৃষ্টি হয়।

প্রতিফলন ক্ষেত্র তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তুলনায় ছোট হইলে, উহার অপর পার্শ্বে ছায়ার সৃষ্টি হয় না। তখন প্রতিফলন ক্ষেত্রের প্রত্যেক বিন্দুই নতুন তরঙ্গ উৎস হিসাবে কাজ করে এবং উহাদের প্রত্যেকের চারিদিকেই তরঙ্গ ছড়াইয়া পড়ে। ইহাকে তরঙ্গের প্রতিফলন না বলিয়া, **তরঙ্গের বিচ্ছুরণ** (Scattering of waves) বলা হয়।

তরঙ্গের প্রতিসরণ: সমতল তরঙ্গের প্রতিসরণ: ধরা যাউক্, যে কোনও দুইটি মাধ্যম একটি সমতলক্ষেত্র দ্বারা পৃথক করা আছে। কোনও একটি তরঙ্গের গতিবেগ এই দুইটি মাধ্যমে যথাক্রমে C_1 এবং C_2। ধরা যাউক্ যে প্রথম মাধ্যমের তরঙ্গপ্রবাহ মাধ্যম দুইটির মধ্যবর্তী সমতলক্ষেত্রে $\angle i$ কোণে আপতিত। চিত্র 5.8.(iv) দ্রষ্টব্য। চিত্রে, AC হইল আপতিত তরঙ্গতল। যেহেতু প্রথমে মাধ্যমে তরঙ্গের গতিবেগ $= C_1$ সুতরাং তরঙ্গতলের C অংশ AB সমতলক্ষেত্রের F বিন্দুতে পৌঁছাইতে (CF/C_1) সময় লইবে। এই সময়ের মধ্যে A বিন্দু হইতে গৌণতরঙ্গ দ্বিতীয়

চিত্র 5.8 (iv)

মাধ্যমের মধ্যে ছড়াইয়া পড়িবে। যেহেতু দ্বিতীয় মাধ্যমে তরঙ্গের গতিবেগ $= C_2$, সুতরাং $\left(\frac{CF}{C_1}\right)$ সময়ে A বিন্দুর গৌণতরঙ্গ $C_2 \times \left(\frac{CF}{C_1}\right) = AH$ দূরত্ব অতিক্রম করিবে। চিত্রে, A বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া $C_2 \times \left(\frac{CF}{C_1}\right)$ ব্যাসার্ধের গোলক আঁকা হইল।

বই এর পাতার উল্লম্বতলে যে সমতল ক্ষেত্র এই অর্ধগোলককে স্পর্শ করিবে এবং F বিন্দুর মধ্য দিয়া যাইবে, উহাই হইবে প্রতিসরিত তরঙ্গতল।

5.8. (iv) চিত্রে,

$$\text{Sin } i = \text{Sin DAN} = \text{Sin } CAB = \frac{CF}{AF}.$$

$$\text{Sin } r = \text{Sin PAH} = \text{Sin HFA} = \frac{AH}{AF}.$$

$$\therefore \quad \frac{\text{Sin } i}{\text{Sin } r} = \frac{CF}{AH} = CF \Big/ \left[C_2 \times \left(\frac{CF}{C_1} \right) \right] = \frac{C_1}{C_2}$$

অথবা, $\text{Sin } i = \mu \text{ Sin } r$ 5.8. (1)

উপরোক্ত সমীকরণে $\frac{C_1}{C_2} = \mu$ লেখা হইয়াছে। 5.8. (2)

5.8. (1) সমীকরণকে **স্নেলের নিয়ম** (Snell's law) বলা হয়।

এখানে উল্লেখযোগ্য যে, আপতিত তরঙ্গতলের কিছু অংশ AB সমতলক্ষেত্রে প্রতিফলিত হইয়া প্রথম মাধ্যমেই ফিরিয়া যায়।

5 9. তরঙ্গের প্রক্ষেপণ (Superposition of waves):

বৈজ্ঞানিক **টমাস ইয়ঙ** (Thomas Young) সর্বপ্রথম তরঙ্গের প্রক্ষেপণের কথা উল্লেখ করেন। কোনও মাধ্যমের একই অংশের মধ্য দিয়া বিভিন্ন তরঙ্গশ্রেণী একই সঙ্গে প্রবাহিত হইতে পারে। এইরূপ প্রবাহের সময় তরঙ্গশ্রেণীগুলির একে অপরকে প্রভাবিত করিতে পারে না। অর্থাৎ, মাধ্যমের একই অংশের মধ্য দিয়া দুইটি বিভিন্ন তরঙ্গশ্রেণী প্রবাহিত হইয়া ঐ অংশের বহির্দেশে চলিয়া গেলে, উহারা যে এক সময়ে একই সঙ্গে মাধ্যমের একই অংশের মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইয়াছে, তাহার কোন চিহ্নই থাকে না। মাধ্যমের একই অংশের মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইবার সময় তরঙ্গগুলির মধ্যে কোনও রূপ ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া হয় না, উহারা একে অপরের সম্পূর্ণ প্রভাবমুক্ত থাকে।

এখন প্রশ্ন হইল, মাধ্যমের একই অংশের মধ্য দিয়া দুই বা ততোধিক বিভিন্ন তরঙ্গশ্রেণী প্রবাহিত হইলে মাধ্যমের ঐ অংশের বিন্দুগুলি কিভাবে কম্পিত হইবে? **তরঙ্গ প্রক্ষেপণের নীতি অনুসারে কোনও এক মুহূর্তে একটি বিন্দুর সরণ ঐ মুহূর্তে ঐ বিন্দুতে বিভিন্ন তরঙ্গশ্রেণীর জন্য যে সকল সরণ হইবার কথা, তাহাদের বীজগাণিতিক যোগফলের সমান।** অর্থাৎ, কোনও এক মুহূর্ত t তে

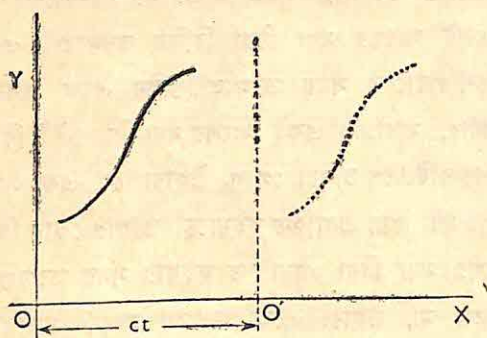
দুইটি তরঙ্গশ্রেণীর জন্য কোনও এক বিন্দুতে সরণ $y_1(t)$ এবং $y_2(t)$ হইলে, ঐ মুহূর্তে ঐ বিন্দুতে লব্ধি সরণকে $y(t)$, লিখিলে,

$$y(t)=y_1(t)+y_2(t) \qquad 5.9.\ (1)$$

5.10. প্রবাহী তরঙ্গ ও স্থাণু তরঙ্গ (Progressive waves and standing waves) :

5.7. অনুচ্ছেদে যে তরঙ্গ প্রবাহের বিষয় আলোচনা করা হইয়াছে, উহাকে **প্রবাহী তরঙ্গ** (Progressive wave) বলে। ঐ অনুচ্ছেদে দেখানো হইয়াছে যে, ঐ ক্ষেত্রে কম্পনাবস্থা স্থানান্তরিত হয়। আমরা এই অনুচ্ছেদে আর একটি দৃষ্টিকোণ হইতে প্রবাহী তরঙ্গের বর্ণনা করিব। একটি মাধ্যমে x-অক্ষ বরাবর একটি সরলরেখা কল্পনা করা যাউক। সাধারণ অবস্থায় (অর্থাৎ তরঙ্গের অবর্তমানে) এই সরলরেখায় মাধ্যমের যে সকল বস্তুকণা পড়ে, তাহারা তরঙ্গ-প্রবাহের ফলে ঐ সরলরেখা হইতে বিচ্যুত হয়। ধরা যাউক্, উহাদের সরণ y, কোনও এক মুহূর্তে ঐ সরলরেখায় উহাদের অবস্থান, xএর উপরে নিম্নোক্তভাবে নির্ভরশীল,

$$y=a \sin kx \qquad 5.10.\ (1)$$

k একটি ধ্রুবক। ইহার লেখচিত্রের একাংশ 5.10. (i) চিত্রে দেখানো হইয়াছে। এই লেখচিত্র OX সরলরেখার উপর অবস্থিত বস্তুকণাগুলির t মুহূর্তে অবস্থান নির্দেশ করিতেছে। বস্তুকণাগুলির সরণের এই বিন্যাস যদি অপরিবর্তিত-ভাবে ডানদিকে প্রবাহিত হয়, অর্থাৎ একটি সমতল তরঙ্গ x-অক্ষের পজিটিভ দিকে অগ্রসর হয়, তাহা হইলে এইভাবে বিন্যস্ত সরণের মান 5.10. (1) সমীকরণ ব্যবহার করিয়া পাওয়া যাইবে, যদি আমরা তরঙ্গের সহিত প্রবহমান একটি কেন্দ্র বিন্দু হইতে x গণনা করি। সুতরাং তরঙ্গের গতিবেগ c হইলে এবং স্থির কেন্দ্রবিন্দু হইতে x গণনা করিয়া t' মুহূর্তে সরণের মান পাইতে হইলে আমাদিগকে নিম্নের সমীকরণ ব্যবহার করিতে হইবে,

চিত্র 5.10 (i)

$$y=a \sin k\,[x-c(t'-t)] \qquad 5.10.\ (2)$$

$t=0$ মুহূর্তে কেন্দ্রের অবস্থান হইতে x গণনা করিলে, যে-কোনও মুহূর্ত t-তে সরণের মান হইবে,

$$y=a \sin k(x-ct) \qquad 5.10.\ (3)$$

a এবং k পূর্ব হইতেই [5.10. (1) সমীকরণ] জানা আছে ; সুতরাং $(x-ct)$-র মান জানিলেই yএর মান পাওয়া যাইবে। এখন, ধরা যাউক্, $(x+x')$ বিন্দুতে $(t+t')$ মুহূর্তে সরণের মান, x বিন্দুতে এবং t-মুহূর্তে সরণের মানের সমান। 5.10. (3) সমীকরণে,

$$x-ct=(x+x')-c(t+t'),$$

হইতে হইলে, x'কে ct'এর সমান হইতে হইবে। অর্থাৎ,

$$ct'=x'$$

ইহার অর্থ, $$c=\frac{x'}{t'}$$

অর্থাৎ বিশেষ একটি সরণের মান t' সময়ে x' দূরত্ব অতিক্রম করে ; এবং c হইল এই অতিক্রমণের গতিবেগ। বিশেষ একটি সরণের মান বিশেষ একটি কম্পনাবস্থা নির্দেশ করে ; সুতরাং c হইল কম্পনাবস্থার গতিবেগ। তাহা হইলে, আমরা দেখিতেছি যে প্রবাহী তরঙ্গের গতিবেগ বলিতে কম্পনাবস্থার গতিবেগ বুঝায়।

প্রবাহী তরঙ্গের একটি বৈশিষ্ট্য হইল এই যে মাধ্যমের প্রত্যেক বিন্দুর কম্পনের বিস্তার, a, একই থাকে ; শুধুমাত্র কম্পনাবস্থা স্থানান্তরিত হয়।

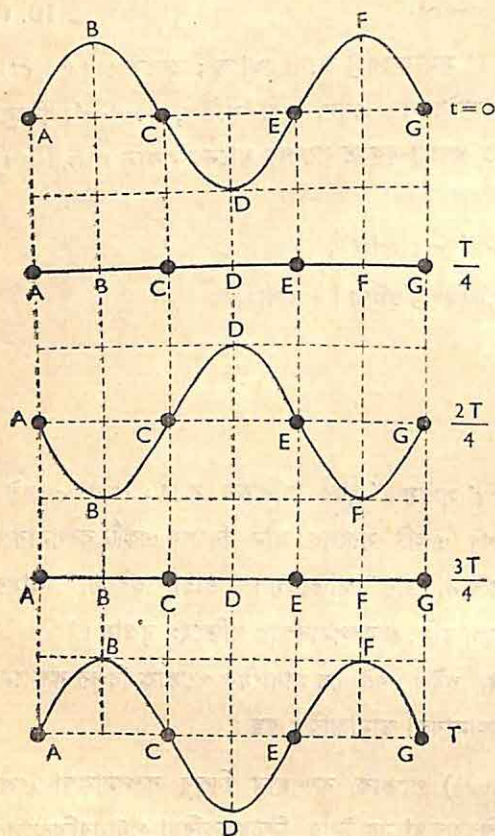
স্থাণুতরঙ্গে (Standing waves) প্রত্যেক কম্পমান বিন্দুর কম্পনাবস্থা একই থাকে, কিন্তু কম্পনের বিস্তার বিন্দুর স্থিরঅবস্থানের উপর নির্ভর করিয়া পর্যায়বৃত্তিকভাবে পরিবর্তিত হয়। ইহার ফলে নির্দিষ্ট দূরত্বের ব্যবধানে কতকগুলি বিন্দুর বিস্তার শূন্য হয়, অর্থাৎ ইহারা কম্পিত হয় না।

স্থাণুতরঙ্গে যে বিন্দুগুলির কম্পনের বিস্তার শূন্য, অর্থাৎ যে বিন্দুগুলি কম্পিত হয় না, সেগুলিকে **স্থিরবিন্দু** (Node) বলা হয়। যে বিন্দুগুলির কম্পনের বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশী সেই বিন্দুগুলিকে **বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু** (Anti-node) বলা হয়।

স্থাণুতরঙ্গের উপরোক্ত বৈশিষ্ট্যগুলির কথা স্মরণ করিয়া আমরা x-অবস্থানের বিন্দুর সরণকে t-মুহূর্তে নিম্নোক্তভাবে লিখিতে পারি,

$$y_x=(A \cos kx) \sin wt. \qquad 5.10.\ (4)$$

উপরোক্ত সমীকরণে $A \cos kx$ হইল t মুহূর্তে x-বিন্দুর কম্পনের বিস্তার। ইহা

বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করিয়া পর্যায়বৃত্তিক ভাবে পরিবর্তিত হইবে। প্রত্যেক কম্পমান বিন্দুর কম্পনাবস্থা একই বলিয়া শুধুমাত্র $\sin wt$ রাশি এখানে প্রযোজ্য।

চিত্র 5.10 (ii)

প্রত্যেক বিন্দুর কম্পনাবস্থা একই, সুতরাং এঅবস্থায় কম্পনাবস্থা স্থানান্তরিত হইবার প্রশ্ন উঠে না। এইজন্য এইপ্রকার তরঙ্গকে স্থাণুতরঙ্গ বলা হয়। 5.10.(4) সমীকরণে বর্ণিত স্থাণু তরঙ্গের চিত্র 5.10. (ii) চিত্রে দেখানো হইয়াছে।

দুইটি প্রবাহীতরঙ্গের বিক্ষেপণে স্থাণুতরঙ্গের সৃষ্টি : কোনও মাধ্যমের প্রত্যেক বিন্দুতে একই বিস্তার, কম্পনাঙ্ক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দুইটি সরল-পর্যায়বৃত্তিক বিপরীতমুখী প্রবাহী-তরঙ্গ বিক্ষিপ্ত হইলে স্থাণুতরঙ্গের সৃষ্টি হয়। ধরা যাউক্, x-অবস্থানের বিন্দুতে দুইটি তরঙ্গ-প্রবাহের জন্য সরণ যথাক্রমে,

$y_1 = a \sin(wt - kx)$, ডানদিকে প্রবাহীতরঙ্গের জন্য,

এবং $y_2 = a \sin(wt + kx)$, বাম দিকে প্রবাহী তরঙ্গের জন্য।

তরঙ্গ-বিক্ষেপণের নীতি অনুসারে, x-অবস্থানের বিন্দুর লব্ধি সরণ, y হইলে

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ &= a \sin(wt - kx) + a \sin(wt + kx). \\ &= a[(\sin wt \cos kx - \cos \cot \sin kx) + (\sin wt \cos kx \\ &\qquad + \cos wt \sin kx)] \\ &= 2a \cos kx \sin wt, \qquad 5.10.\ (5) \end{aligned}$$

5.10. (4) সমীকরণের সহিত তুলনা করিলে দেখা যায় যে, এইরূপ স্থায়ী তরঙ্গে বিস্তারের বিন্যাস $= 2a \cos kx$। স্থিরবিন্দুগুলির জন্য $2a \cos kx$এর মান শূন্য হইবে। অর্থাৎ,

$$kx=(2n+1)\frac{\pi}{2},\ n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots \qquad 5.10.\ (6)$$

সুতরাং প্রথম স্থিরবিন্দুর ($n=0$) অবস্থান, $x_1=\frac{\pi}{2}\frac{1}{k}=\frac{\lambda}{4}$,

দ্বিতীয় স্থিরবিন্দুর ($n=1$) অবস্থান, $x_2=3.\frac{\pi}{2}\frac{1}{k}=\frac{3\lambda}{4}$,
ইত্যাদি।

অর্থাৎ, এক্ষেত্রে স্থিরবিন্দুগুলি $\frac{\lambda}{2}$ দূরত্বের ব্যবধানে বিন্যস্ত।

বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুগুলির জন্য $2a \cos kx$এর মান $2a$ হইবে, অর্থাৎ

$$kx=n\pi,\ n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \qquad 5.10.\ (7)$$

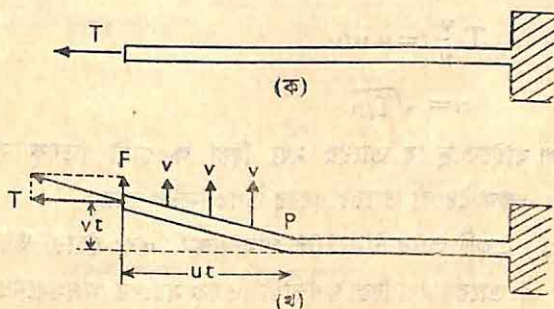
সুতরাং প্রথম বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুর ($n=0$) অবস্থান, $x_1=0$,

দ্বিতীয় বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুর ($n=1$) অবস্থান, $x_2=\frac{\pi}{k}=\frac{\lambda}{2}$

তৃতীয় বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুর ($n=2$) অবস্থান, $x_3=\frac{2\pi}{k}=\lambda$,
ইত্যাদি।

অর্থাৎ, বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুগুলি $\frac{\lambda}{2}$ দূরত্বের ব্যবধানে বিন্যস্ত, এবং দুইটি পরপর স্থিরবিন্দুর ঠিক মধ্যস্থলে একটি বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু থাকিবে।

5.11. দীর্ঘ তারের কম্পন (Vibration of strings): আমরা এই অনুচ্ছেদে দীর্ঘ তারের মধ্য দিয়া প্রবাহিত তরঙ্গের কতকগুলি বৈশিষ্ট্য আলোচনা করিব।

(ক) **তারের দৈর্ঘ্য বরাবর ক্ষণস্থায়ী তির্যক সরণের** (Momentary transverse displacement) **গতিবেগ :** 5.11. (i) চিত্রে অঙ্কিত তারের টান,

চিত্র 5.11 (i)

T, এবং উহার একক দৈর্ঘ্যে ভরের পরিমাণ$=\mu$ ধরা যাউক্। চিত্রের (ক) অংশে তারটিকে স্থির অবস্থায় দেখানো হইয়াছে। $t=0$ মুহূর্তে তারের বামপ্রান্তে একটি

অপরিবর্তী বল F তারের লম্বদিকে প্রয়োগ করা হইল। ইহার ফলে, ঐ প্রান্ত তারের দৈর্ঘ্যের লম্বদিকে অপরিবর্তী v গতিবেগে উপরে উঠিয়া যাইবে। চিত্রের (খ) অংশে t সময় পরে তারের আকার কিরূপ হইবে, তাহা দেখানো হইয়াছে। P বিন্দুর বামদিকের সকল বিন্দুই v গতিবেগে গতিশীল ; কিন্তু P বিন্দুর ডানদিকের সব বিন্দুই তখনও স্থির। তারের গতিশীল এবং স্থির অংশের মধ্যে সীমাতল ডানদিকে অগ্রসর হইতেছে। ধরা যাউক্, ইহার অগ্রগমনের গতি$=u$। তারের বামপ্রান্ত তারের দৈর্ঘ্যের লম্বদিকে vt দূরত্ব উপরে উঠিয়াছে এবং, সীমাতল তারের দৈর্ঘ্য বরাবর ut দূরত্ব অতিক্রম করিয়াছে।

গতিবিদ্যার নিয়ম অনুসারে,

তির্যক্ ইম্‌পাল্‌স্‌ = গতিশীল অংশের তির্যক্ ভরবেগের পরিবর্তন 5.11. (1)

কিন্তু, তির্যক্ ইম্‌পাল্‌স্‌ = তির্যক্ বল × সময়-ব্যবধান, এবং

তির্যক্ ভরবেগ = ভর × তির্যক্ গতিবেগ।

এক্ষেত্রে, তির্যক্ ইম্‌পাল্‌স্‌ $= Ft$। এবং অনুরূপ ত্রিভুজের ধর্ম ব্যবহার করিয়া

$$\frac{F}{T}=\frac{vt}{ut}$$

$$\therefore \quad F=T.\frac{vt}{ut}.$$

এবং তির্যক ইম্‌পাল্‌স্‌ $= T.\frac{v}{u}t.$ 5.11. (2)

গতিশীল অংশের ভর = একক দৈর্ঘ্যে ভরের পরিমাণ, $\mu \times$ দৈর্ঘ্য, ut.

সুতরাং তির্যক্ ভরবেগের পরিবর্তন $= \mu utv$. 5.11. (3)

5.11. (1) সমীকরণে, 5.11. (2) এবং 5.11. (3) ব্যবহার করিয়া আমরা পাইব

$$T\frac{v}{u}t=\mu\, utv.$$

অর্থাৎ, $u=\sqrt{T/\mu}$ 5.11. (4)

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে তারের মধ্য দিয়া ক্ষণস্থায়ী তির্যক্ সরণের গতিবেগ তারের টান এবং একক দৈর্ঘ্যে তারের ভরের উপর নির্ভর করে।

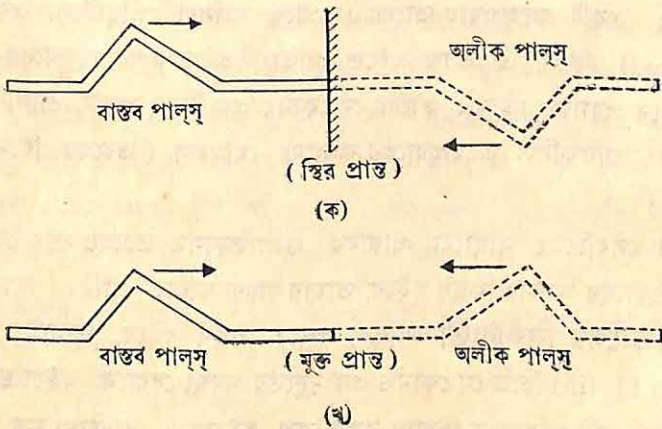
উদাহরণ : একটি তারে টান 10^4 গ্রাম-ওজন, এবং ইহার ভর প্রতি সে.মি.-এ 0·1 গ্রাম হইলে ঐ তারের মধ্য দিয়া ক্ষণস্থায়ী তির্যক্ সরণের অগ্রগমনের গতিবেগ কত ?

$$T=10^4 \text{ গ্রাম-ওজন}=10^4 \text{ গ্রাম}\times 980\ \frac{\text{সে.মি.}}{(\text{সেকেণ্ড})^2}$$

$$\mu=10^{-1}\frac{\text{গ্রাম}}{\text{সে.মি.}}$$

$$\text{সুতরাং } u = \sqrt{\frac{10^4 \text{ গ্রাম} \times 980 \dfrac{\text{সে.মি.}}{(\text{সেকেণ্ড})^2}}{10^{-1} \dfrac{\text{গ্রাম}}{\text{সে.মি.}}}}$$

$$= 9899 \ \frac{\text{সে.মি.}}{\text{সেকেণ্ড}} \text{।}$$

(খ) তারের কম্পনে সীমা-সর্ত (Boundary conditions) **:** উপরে বর্ণিত ক্ষণস্থায়ী সরণকে আমরা পাল্‌স্ (Pulse) বলিব। এখন দেখা যাউক্, একটি পাল্‌স্ কিম্বা একটি তরঙ্গ-প্রবাহ তারের মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইয়া উহার একপ্রান্তে আসিয়া পৌছাইলে কি হইতে পারে। **তারের প্রান্ত যদি একটি অনমনীয় বস্তুর সহিত সুদৃঢ়ভাবে বাঁধা থাকে,** তাহা হইলে ঐ প্রান্তকে সব সময়েই স্থির অবস্থায় থাকিতে হইবে। পাল্‌স্ ঐ প্রান্তে আসিয়া অনমনীয় বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করিবে। এবং ইহার প্রতিক্রিয়ার ফলে অনমনীয় বস্তুটি তারের প্রান্তে এমন অবস্থার সৃষ্টি করিবে যাহাতে তারের মধ্য দিয়া বিপরীত মুখে গতিশীল একটি পাল্‌সের সৃষ্টি হইবে। ইহাকে প্রতিফলিত পাল্‌স্ বলা যায়। পরীক্ষাগারে, এইরূপ পাল্‌সের বৈশিষ্ট্য পর্যবেক্ষণ করা সম্ভব। দেখা যায় যে, অনমনীয় প্রান্তে প্রতিফলিত পাল্‌সে সরণ এবং ইহার গতিবেগ উভয়ই পূর্বের তুলনায় বিপরীতমুখী হইয়া যায়। পাল্‌সের প্রতিফলনকে আমরা নিম্ন-বর্ণিতভাবে কল্পনা করিতে পারি। প্রথমে কল্পনা করা যাউক্ যে তারটি ইহার প্রান্ত-দেশে শেষ না হইয়া অসীম দূরত্ব পর্যন্ত প্রসারিত, এবং পাল্‌স্ প্রান্তদেশে কোনও রূপ

চিত্র 5.11 (ii)

বিকৃত না হইয়া প্রান্তদেশকে অতিক্রম করিয়া কাল্পনিক তারের মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইতেছে। অপরপক্ষে তারের কাল্পনিক অংশে একটি অলীক্ পাল্‌স্ বিপরীতমুখী গতিবেগে

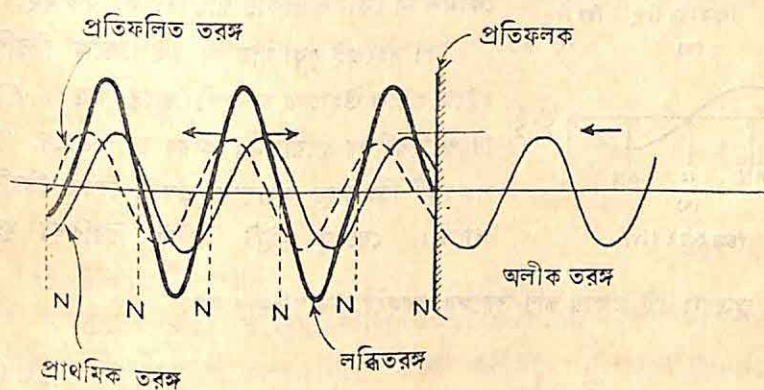
প্রবাহিত হইয়া তারের বাস্তব অংশে চলিয়া আসিতেছে। বাস্তব এবং অলীক্, দুইটি পাল্‌স্‌ই প্রান্তদেশের অনমনীয় বস্তুর অস্তিত্ব সম্পর্কে সম্পূর্ণ অচেতন। ইহারা একই সময়ে প্রান্তদেশে পৌঁছাইবে এবং অলীক পাল্‌সের সরণ বাস্তব পাল্‌সের সরণের বিপরীতমুখী হওয়ায় প্রান্তদেশ স্থির থাকিবে। এবং এই অলীক পাল্‌সই প্রান্তদেশ অতিক্রম করিয়া তারের বাস্তব অংশে প্রতিফলিত বাস্তব পাল্‌স্ রূপে দেখা দেয়। 5.11. (ii) চিত্রের (ক) অংশে এইপ্রকার চিত্র-কল্প আঁকিয়া দেখানো হইয়াছে।

অপরপক্ষে, **প্রান্তদেশ সম্পূর্ণ মুক্ত থাকিলে,** পাল্‌স্ যখন ঐ প্রান্তে পৌঁছাইবে, তখন ঐ প্রান্তের কম্পনাবস্থা পর্যবেক্ষণ করিলে দেখা যায় যে উহা পাল্‌সের সরণের জন্য যতখানি বিক্ষিপ্ত হওয়ার কথা, তাহার দ্বিগুণ পরিমাণ বিক্ষিপ্ত হইতেছে। এক্ষেত্রে উপরের কাল্পনিক অবস্থায় অলীক্ পাল্‌সের সরণও বাস্তব পাল্‌সের একই দিকে ধরিতে হইবে। উহারা উভয়েই একই সময়ে প্রান্তদেশে পৌঁছাইয়া দ্বিগুণ সরণের সৃষ্টি করে। 5.11. (ii) চিত্রের (খ) অংশে ইহা দেখানো হইয়াছে।

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে প্রতিফলিত পাল্‌সের বৈশিষ্ট্য নির্ভর করে প্রান্তের অবস্থার উপর। ইহা সম্পূর্ণ মুক্ত হইলে এই বৈশিষ্ট্য এক প্রকারের হইবে, অন্যপক্ষে ইহা অনমনীয় বস্তুর সহিত বাঁধা থাকিলে এই বৈশিষ্ট্য ভিন্ন প্রকারের। প্রান্তদেশ মুক্ত অথবা স্থির, ইহাই তারের সীমা-সর্ত (Boundary condition), এবং এই সীমা-সর্তই ঠিক করিয়া দেয় যে প্রতিফলিত পাল্‌সের বৈশিষ্ট্য কি প্রকারের হইবে।

(গ) একপ্রান্ত স্থির, এইরূপ তারের মধ্যে স্থাণু-তরঙ্গ (Stationary waves) : একটি তরঙ্গপ্রবাহ তারের একপ্রান্তে আসিয়া পৌঁছাইলে, এবং প্রান্তটি স্থির (Fixed) হইলে, ঐ প্রান্ত হইতে প্রতিফলিত তরঙ্গপ্রবাহ তারের মধ্য দিয়া বিপরীত মুখে প্রবাহিত হইবে। তারের যে কোনও এক বিন্দুর কম্পন, প্রাথমিক তরঙ্গ-প্রবাহ এবং প্রতিফলিত তরঙ্গপ্রবাহের কম্পনের যোগফল (তরঙ্গের বিক্ষেপণ নীতি অনুসারে)।

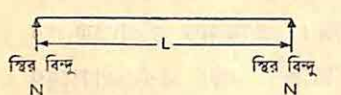
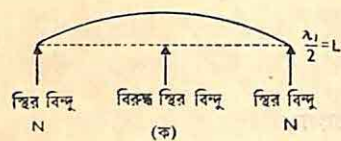
আমরা লেখচিত্রের সাহায্যে প্রাথমিক ও প্রতিফলিত তরঙ্গের সরণ যোগ করিয়া লব্ধি তরঙ্গপ্রবাহের আকার কিরূপ হইবে, তাহার ধারণা করিতে পারি। আমরা শুধু-মাত্র **প্রান্তভাগের নিকটবর্তী অঞ্চলে** কম্পন কিরূপ হইবে, তাহাই আলোচনা করিব। 5.11. (iii) চিত্রে যে কোনও এক মুহূর্তের অবস্থা দেখানো হইয়াছে। তারের স্থির প্রান্তকে একটি প্রতিফলক হিসাবে কল্পনা করা হইয়াছে। প্রতিফলকের ডানদিকে অলীক্ তরঙ্গ আঁকা হইয়াছে। প্রাথমিক তরঙ্গকে প্রতিফলকে প্রতিফলিত করিয়া বিষম (inverted) প্রতিবিম্ব আঁকিলেই অলীক্ তরঙ্গ-প্রবাহ পাওয়া যাইবে। ইহা

প্রাথমিক তরঙ্গ-প্রবাহের বিপরীত মুখে গতিশীল। প্রতিফলকের বামদিকে এই অলীক্-তরঙ্গকে প্রসারিত করিয়া প্রতিফলিত তরঙ্গ পাওয়া যায়। প্রাথমিক ও প্রতিফলিত তরঙ্গের সরণ যোগ করিয়া লব্ধি তরঙ্গ-প্রবাহ আঁকা হইয়াছে। লব্ধি তরঙ্গ-প্রবাহের N বিন্দুগুলি লক্ষণীয়। ইহাদের সরণ শূন্য।

চিত্র 5.11 (iii)

অন্য যে কোনও মুহূর্তে ঐ চিত্র অঙ্কিত করিতে হইলে, ঐ সময়ের মধ্যে প্রাথমিক ও প্রতিফলিত তরঙ্গপ্রবাহে যে পরিবর্তন হইয়াছে তাহা বিবেচনা করিতে হইবে। মনে রাখিতে হইবে, এক্ষেত্রে প্রাথমিক তরঙ্গ ডানদিকে এবং প্রতিফলিত তরঙ্গ বামদিকে প্রবাহিত হইতেছে। 5.11. (iii) এর অনুরূপ চিত্র অন্য যে কোনও মুহূর্তের জন্য আঁকিলে দেখা যাইবে যে N চিহ্নিত বিন্দুগুলিতে সকল সময়েই সরণের মান শূন্য এবং দুইটি N বিন্দুর মধ্যবর্তী বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশী। N বিন্দুগুলি পূর্বে বর্ণিত স্থিরবিন্দু (nodes) এবং উহাদের মধ্যবর্তী বিন্দুগুলি বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু (Anti-nodes), এবং লব্ধি তরঙ্গপ্রবাহ প্রকৃতপক্ষে একটি স্থাণু তরঙ্গ।

প্রাথমিক তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য λ হইলে পরপর দুইটি স্থিরবিন্দু কিম্বা পরপর দুইটি বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুর দূরত্ব হইবে $\frac{\lambda}{2}$।

(ঘ) **উভয়প্রান্ত স্থির, এরূপ তারের কম্পন:** ধরা যাউক্, একটি তারের উভয় প্রান্তই অনমনীয় বস্তুর সহিত দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ, অর্থাৎ উভয় প্রান্তই স্থির। এরূপ ক্ষেত্রে, তরঙ্গ প্রবাহ যে কোনও এক প্রান্তবিন্দুতে আসিয়া প্রতিফলিত হইবে, এবং এই

প্রতিফলিত তরঙ্গ অপর প্রান্তে যাইয়া পুনরায় প্রতিফলিত হইবে। এইরূপ প্রতিফলনের এবং পুনঃ প্রতিফলনের সময় দুইপ্রান্ত স্থির এই সীমা-সর্ত সব সময়েই মানিয়া চলিতে হইবে। দুই প্রান্ত স্থির বলিয়া এইরূপ তারের মধ্য দিয়া প্রবাহী তরঙ্গ সম্ভব নয় ; সুতরাং তারের মধ্যে সব সময়েই কোনও না কোনও প্রকার স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে।

চিত্র 5.11 (iv)

ইহা সহজেই বুঝা যায় যে দুইপ্রান্তকে স্থিরবিন্দু হইতে হইলে উহাদের মধ্যবর্তী স্থানে অন্ততঃ একটি বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুর প্রয়োজন ; কারণ স্থাণু তরঙ্গে, পর-পর দুইটি স্থিরবিন্দুর মধ্যস্থলে একটি বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু থাকে। যেহেতু দুইটি পরপর স্থিরবিন্দুর দূরত্ব $=\frac{\lambda}{2}$, সুতরাং এই প্রকার স্থাণু-তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পরিমাণ হইবে,

$$\frac{\lambda}{2}=L, \qquad 5.11.\ (5)$$

এখানে, তারের দৈর্ঘ্য L ধরা হইয়াছে। 5.11. (iv) চিত্রের (ক) অংশে যে কোনও এক মুহূর্তে এইরূপ স্থাণু-তরঙ্গের রূপ দেখানো হইয়াছে। আমরা জানি যে,

$$f=C\lambda, \text{ এবং } C=\sqrt{\frac{T}{\mu}}\ ;$$

অতএব, 5.11. (5) হইতে, $f=\frac{C}{2L}=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}=f_1$ (ধরা যাউক)

$$5.11.\ (6)$$

উপরোক্ত স্থাণু তরঙ্গ ছাড়াও আরও অনেক প্রকার স্থাণু তরঙ্গই এইরূপ তারে সম্ভব। দুইটি স্থিরবিন্দুর মধ্যে শুধু একটি বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু না থাকিয়া, সমান দূরত্বে যে কোনও এক প্রান্ত হইতে প্রথমে একটি বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু, পরে একটি স্থিরবিন্দু এবং ইহার পর আরও একটি বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু থাকা সম্ভব। এরূপ ক্ষেত্রে পরপর দুইটি স্থির-বিন্দুর দূরত্ব $\frac{\lambda}{2}$ হইলে,

$$\frac{\lambda}{2}=\frac{L}{2} \qquad 5.11.\ (7)$$

চিত্র 5.11. (iv) এর (খ) অংশ দ্রষ্টব্য। এই স্থাণু তরঙ্গ উপরে বর্ণিত স্থাণু তরঙ্গ হইতে পৃথক্ একটি তরঙ্গ ; কারণ ইহার তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপরটির অর্ধেক। ইহা ধরা

যাইতে পারে যে, তরঙ্গের গতিবেগ কম্পনাঙ্কের উপর অথবা তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে না। সুতরাং 5.11. (7) সমীকরণ হইতে, দ্বিতীয় স্থাণু তরঙ্গের কম্পনাঙ্ক, f_2কে লেখা যায়,

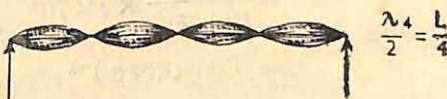
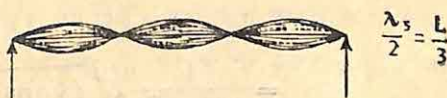
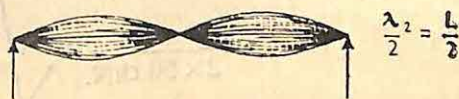
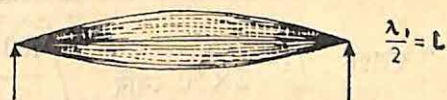
$$f_2=2.\ \frac{C}{2L}. \qquad 5.11.\ (8)$$

এইরূপভাবে, দুইটি প্রান্ত স্থির-বিন্দুর মধ্যে স্থির ও বিরুদ্ধ স্থির বিন্দুর সংখ্যা ক্রমশঃ বাড়াইয়া আমরা নিম্নলিখিত কম্পনাঙ্কের স্থাণু-তরঙ্গ পাইতে পারি,

$$\left.\begin{aligned} f_3&=3.\frac{C}{2L}\\ \vdots\ \ &\ \ \vdots\\ f_n&=n.\frac{C}{2L}\end{aligned}\right\} \qquad 5.11.\ (9)$$

n যে কোন একটি সংখ্যা।

f_1 কম্পনাঙ্ককে তারটির **ফাণ্ডামেণ্টাল** (Fundamental) **কম্পনাঙ্ক** বলে। অন্য কম্পনাঙ্কগুলি ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্কের পূর্ণসংখ্যা গুণিতক (integral multiple)। কোনও একটি কম্পনাঙ্ক পাইতে হইলে ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্ককে যে পূর্ণ সংখ্যা দ্বারা গুণ করিতে হয়, ঠিক তত সংখ্যক বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু তারটির মধ্যে পাওয়া যাইবে। **তারের মধ্যে সম্ভাব্য এই সমস্ত স্থাণুতরঙ্গের কম্পনাঙ্ককে ওভারটোন** (overtone) **বলা হয়। ইহাদিগকে হারমনিক** (Harmonic) **শ্রেণীও বলে।** $f_n=n.\ \frac{C}{2L}$ **কম্পনাঙ্ককে n-তম হারমনিক কম্পনাঙ্ক বলা হয়।**

উপরে বর্ণিত ফাণ্ডামেণ্টাল এবং বিভিন্ন হারমনিক কম্পনাঙ্কই উভয় প্রান্তে স্থির এইরূপ তারের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক। তারটিকে কোন উপায়ে কম্পিত করিয়া ছাড়িয়া দিলে সাধারণ ক্ষেত্রে সমস্ত সম্ভাব্য স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কের স্থাণু তরঙ্গই তারের মধ্যে

চিত্র নং 5.11 (v)

সৃষ্টি হইবে। ইহাদের সকলের কম্পনশক্তি এক না হইতেও পারে ; অর্থাৎ মোট কম্পনশক্তি সম্ভাব্য সকল স্থাণু-তরঙ্গের মধ্যে সুষমভাবে বণ্টিত না হইয়া বিশেষ কোনও ভাবে বণ্টিত হইতে পারে। সম্ভাব্য স্থাণু-তরঙ্গের মধ্যে মোট কম্পনের শক্তি কিভাবে বণ্টিত হইতে পারে, তাহার আলোচনা এখানে সম্ভব নয়।

এইরূপভাবে কম্পিত তারের, একই ফিল্মে বহুসংখ্যক ছবি লইলে উহাদের বিভিন্ন মুহূর্তের তরঙ্গের রূপ একত্র দেখা যাইবে। এইরূপ কতকগুলি সম্ভাব্য চিত্র 5.11. (v) চিত্রে দেখানো হইল।

উদাহরণ : দুই প্রান্তবিন্দু স্থির, ঐরূপ একটি তারের টান 400 নিউটন (এক নিউটন $=10^5$ ডাইন্স্), ইহার দৈর্ঘ্য 50 সেমি. এবং ভর 5 গ্রাম। (ক) ইহার ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্ক কত ? (খ) ইহার দশম হারমনিক বা দশম ওভারটোনের কম্পনাঙ্ক কত ?

(ক) 5.11. (6) সমীকরণ হইতে আমরা জানি,

$$\text{ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্ক, } f_1=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}},$$

L = তারের দৈর্ঘ্য,

T = তারের টান, এবং

μ = একক দৈর্ঘ্যে তারের ভর।

$$\text{সুতরাং}\quad f_1=\frac{1}{2\times 50\ \text{সেমি}}\sqrt{\frac{400\times 10^5\ \text{ডাইন্}}{5/50\ \frac{\text{গ্রাম}}{\text{সেমি.}}}}$$

$$=\frac{1}{2\times 50\ \text{সেমি.}}\sqrt{\frac{4\times 10^7\ \frac{\text{গ্রাম-সেমি.}}{(\text{সেকেণ্ড})^2}}{10^{-1}\frac{\text{গ্রাম}}{\text{সেমি.}}}},\ \text{যেহেতু,}$$

$$\text{ডাইন্}=\frac{\text{গ্রাম-সেমি.}}{(\text{ সেকেণ্ড})^2}$$

$$=\frac{1}{100\ \text{সেমি.}}\sqrt{4\times 10^8\left(\frac{\text{সেমি.}}{\text{সেকেণ্ড}}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{100\ \text{সেমি.}}\times 2\times 10^4\ \frac{\text{সেমি.}}{\text{সেকেণ্ড}}$$

$$=200\ (\text{ সেকেণ্ড })^{-1}$$

সুতরাং ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্ক = 200 সাইক্‌ল্‌স, প্রতি সেকেণ্ডে।

(খ) দশম ওভার-টোনের কম্পনাঙ্ক, f_{10} হইলে,

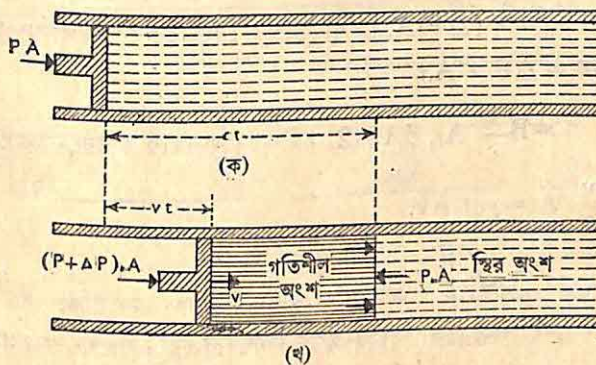
$f_{10}=10f_1$., 5.11. (9) সমীকরণ দ্রষ্টব্য।

$=10\times 200$ (সেকেণ্ড $)^{-1}$

$=2000$ সাইক্‌ল্‌স্‌, প্রতি সেকেণ্ডে।

$=2$ কিলোসাইক্‌ল্‌স্‌, প্রতি সেকেণ্ডে।

5.12. বায়ুস্তম্ভের কম্পন : পূর্বের পরিচ্ছেদে আমরা তারের মধ্য দিয়া তির্যক্ তরঙ্গের প্রবাহ সম্বন্ধে আলোচনা করিয়াছি। এই পরিচ্ছেদে বায়ুস্তম্ভের মধ্য দিয়া দৈর্ঘ্যতরঙ্গের প্রবাহ বর্ণনা করা হইবে।

(ক) **বায়ুস্তম্ভের মধ্য দিয়া ক্ষণস্থায়ী দৈর্ঘ্যসরণের গতিবেগ :** ধরা যাউক্, 5.12. (i) চিত্রানুযায়ী একটি নলের মধ্যে বায়ু লওয়া হইয়াছে। নলের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল$=A$, বায়ুর ঘনত্ব$=\rho$ এবং বায়ুর চাপ$=P$। চিত্রের (ক) অংশে বায়ু স্থির অবস্থায় আছে। $t=o$ মুহূর্তে নলের বাম প্রান্তের পিষ্টনকে v গতিবেগে ডানদিকে গতিশীল করা হইল। চিত্রের (খ) অংশে t সময়-ব্যবধানের পর বায়ুর অবস্থা

চিত্র 5.12 (i)

দেখানো হইয়াছে। S তলের বামদিকের সব বিন্দু v গতিবেগে ডানদিকে গতিশীল, কিন্তু S তলের ডানদিকের সব বিন্দুই স্থির। গতিশীল ও স্থির অংশের মধ্যবর্তী সীমাতল, S, ডানদিকে অগ্রসর হইবে, এবং ধরা যাউক্, এই অগ্রগমনের গতি$=$c.। পিষ্টন t সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করিয়াছে তাহার পরিমাণ vt এবং সীমাতল S, t সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করিয়াছে তাহার পরিমাণ ct। তির্যক্ সরণের মতন এক্ষেত্রেও ইম্‌পাল্‌স্‌ ভরবেগ উপপাদ্যের সাহায্যে অগ্রগমনের গতি c গণনা করা যাইবে।

t সময়ে যে পরিমাণ বায়ু গতিশীল হইয়াছে, তাহা ct দৈর্ঘ্য এবং A-প্রস্থচ্ছেদের

আয়তনের মধ্যে সীমাবদ্ধ। সুতরাং এই বায়ুর ভর $=\rho ctA$। t-সময়ে ইহার দৈর্ঘ্য-ভরবেগ (Longitudinal momentum) হইয়াছে,

দৈর্ঘ্য ভরবেগ $=\rho ctA$ v. 5. 12. (1)

এখন দেখা যাক্, গতিশীল অংশে চাপ বৃদ্ধি, $\triangle P$, এর পরিমাণ কত ? গতিশীল অংশের প্রাথমিক আয়তন ছিল Act এবং ইহা t সময়ে Avt পরিমাণ কমিয়া গিয়াছে। আমরা জানি, বায়ুর আয়তন হ্রাসাঙ্ক B ধরিলে,

$$B=\frac{\text{চাপের পরিবর্তন}}{\text{আয়তনের আংশিক পরিবর্তন}}$$

$$=\frac{\triangle P}{Avt/Act}$$

সুতরাং $\triangle P=B\frac{v}{c}$ 5. 12. (2)

এখন, গতিশীল অংশের চাপের পরিমাণ $P+\triangle P$ এবং এই চাপের ফলে পিষ্টনের উপর বলের পরিমাণ হইবে, $(P+\triangle P)A.$। সীমাতল S এর ডানদিকের বায়ু গতিশীল বায়ুর উপর চাপ প্রয়োগ করিবে, এবং ইহার পরিমাণ PA ; সুতরাং বায়ুর গতিশীল অংশে মোট চাপের পরিমাণ $(\triangle P)A.$। বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য বরাবর ইম্‌পাল্‌স্ হইবে,

দৈর্ঘ্য ইম্‌পাল্‌স্ $=\triangle P.\times A.t$

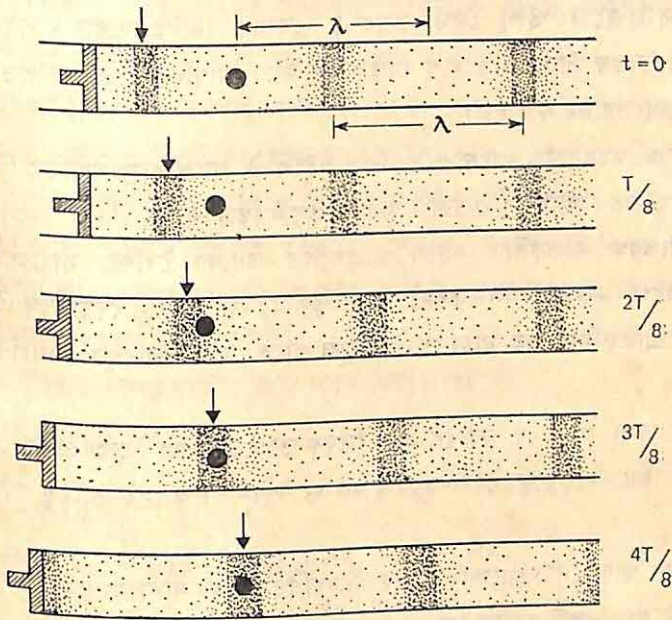
$=B\frac{v}{c}\ At$, 5.12.(2) সমীকরণ ব্যবহার করিয়া, 5. 12. (3)

সুতরাং $B\frac{v}{c}\ At=\rho ct\ Av.$

অর্থাৎ $c=\sqrt{\frac{B}{\rho}}$ 5. 12. (4)

সুতরাং দেখা যাইতেছে যে, বায়ুর মধ্যে ক্ষণস্থায়ী দৈর্ঘ্য সরণের অগ্রগমনের গতি বায়ুর আয়তন হ্রাসাঙ্ক এবং ঘনত্বের উপর নির্ভর করে।

(খ) বায়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্যতরঙ্গ (longitudinal waves in a column of air) : বায়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্যতরঙ্গ কিভাবে সৃষ্টি হয় তাহা নিম্নে আলোচিত হইল। বায়ুভর্তি একটি দীর্ঘ নল বিবেচনা করা যাউক। ধরা যাউক্ ইহার বামপ্রান্তে একটি পিষ্টন নলের দৈর্ঘ্য বরাবর কম্পনে কম্পিত হইতে পারে। 5. 12. (ii) চিত্র দ্রষ্টব্য। বায়ুর মধ্যে বস্তুকণাকে বিন্দুদ্বারা সূচিত করা হইয়াছে। ধরা যাউক্ যে পিষ্টনকে নলের দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল দিকে সরলপর্যায়বৃত্তিক কম্পনে কম্পিত করা হইতেছে। এই কম্পনের সময় পিষ্টন যখন ডানদিকে যাইবে তখন বায়ুর মধ্যে একটি অপেক্ষাকৃত উচ্চচাপের অঞ্চল সৃষ্টি হইবে। এই অঞ্চলে চাপ বায়ুর সাম্যাবস্থার চাপের তুলনায় বেশী। এইরূপ অঞ্চলকে

ঘন-অঞ্চল (Condensations) বলা হয়। চিত্রে এই অঞ্চলগুলি দেখাইবার জন্য এই অঞ্চলে বস্তুকণার সূচক বিন্দুগুলিকে পরস্পরের কাছাকাছি আঁকা হইয়াছে। ঘন-অঞ্চল সৃষ্টি হইবার পরেই উহা ডানদিকে অগ্রসর হইতে শুরু করে এবং ইহার বামপার্শ্বের অঞ্চলে সাম্যাবস্থার তুলনায় চাপ কম থাকে। এই অঞ্চলকে **সূক্ষ্ম অঞ্চল** (rarefaction) বলা হয়। চিত্রে, এই অঞ্চলে বিন্দুগুলিকে পরস্পর হইতে দূরে অঙ্কিত করা

চিত্র 5·12(ii)

হইয়াছে। এই প্রকার ঘন এবং সূক্ষ্ম অঞ্চল ডানদিকে c গতিবেগে অগ্রসর হয়। চিত্রে, ছোট তীর-চিহ্নের পরপর কয়েকটি অবস্থান দেখাইয়া ঘন অঞ্চল ও সূক্ষ্ম-অঞ্চলের অগ্রগমন বুঝানো হইয়াছে। এইরূপ **উচ্চচাপ ও নিম্নচাপের অঞ্চল যখন বায়ুস্তম্ভের মধ্য দিয়া অগ্রসর হয়, তখন ইহাকে বায়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্য-তরঙ্গ বলা হয়।** বায়ুর মধ্যে কোনও একটি বিন্দুর গতি, চিত্রে স্থূল-বিন্দুর সাহায্যে বুঝানো হইয়াছে। বিন্দুটি উহার স্থির অবস্থানের চারিদিকে সরলপর্যায়বৃত্তিক কম্পনে কম্পিত হইতেছে এবং ইহার সরণ স্তম্ভের দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল। ইহা লক্ষণীয় যে বায়ুর বিন্দুগুলি এক অবস্থান হইতে অন্য কোনও অবস্থানে স্থানান্তরিত হইতেছে না, ইহারা ইহাদের স্থির অবস্থানকে কেন্দ্র করিয়া উহারই দুইপাশে কম্পিত হইতেছে। শুধু উচ্চচাপ ও নিম্নচাপের অবস্থাই স্তম্ভের দৈর্ঘ্য বরাবর প্রবাহিত হইতেছে।

দুইটি পরপর ঘন-অঞ্চল বা দুইটি পরপর সূক্ষ্ম-অঞ্চলের দূরত্বকে **তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য** বলা

হয়। তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য, কম্পনাঙ্ক এবং অগ্রগমনের গতি পূর্বের মতনই নিম্নলিখিত সমীকরণ অনুসারে পরস্পরের উপর নির্ভরশীল ;

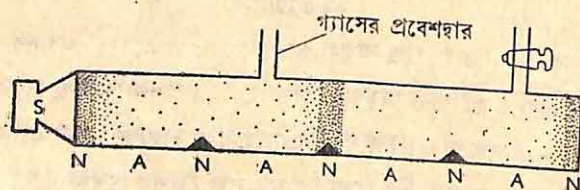
$$c = f\lambda \qquad 5.\ 12.\ (5)$$

20° সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রায় বায়ুর মধ্যে দৈর্ঘ্য-তরঙ্গের গতিবেগ পরিমাপ করিয়া দেখা গিয়াছে যে ইহার পরিমাণ 1130 ফুট/সেকেণ্ড অথবা 344 মিটার/সেকেণ্ড।

(গ) **বায়ুস্তম্ভে স্থাণু দৈর্ঘ্য-তরঙ্গ ঃ** কোনও নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের নলের মধ্যকার বায়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্যতরঙ্গ উহার প্রান্তদেশে প্রতিফলিত হয়। প্রাথমিক ও প্রতিফলিত তরঙ্গের বিক্ষেপণে স্থাণু-তরঙ্গের সৃষ্টি হয়।

দৈর্ঘ্যতরঙ্গ নলের বদ্ধ প্রান্তে প্রতিফলিত হইলে ঐ প্রান্তে বায়ুর মধ্যস্থিত বিন্দুগুলির সরণ শূন্য হইতে হইবে। সুতরাং বদ্ধপ্রান্ত একটি স্থিরবিন্দু (Node)। নলের উন্মুক্ত প্রান্তে দৈর্ঘ্যতরঙ্গ প্রতিফলিত হইলে প্রতিফলিত তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য সাধারণতঃ বেশ জটিল। অবশ্য, নলের ব্যাস তরঙ্গদৈর্ঘ্যের তুলনায় ছোট হইলে দৈর্ঘ্যতরঙ্গ ঐ প্রান্তে এমনভাবে প্রতিফলিত হয় যাহাতে ঐ উন্মুক্ত প্রান্তে বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুর (anti-nodes) সৃষ্টি হয়।

সুতরাং বলা যায় যে, তারের মধ্যে তির্যক্ তরঙ্গ বদ্ধ এবং উন্মুক্ত প্রান্তে যে ভাবে প্রতিফলিত হয়, বায়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্য-তরঙ্গও বদ্ধ ও উন্মুক্ত প্রান্তে সেই ভাবেই প্রতিফলিত হয়।

বায়ুস্তম্ভে স্থাণু দৈর্ঘ্যতরঙ্গের অস্তিত্ব নিম্নবর্ণিত যন্ত্রের সাহায্যে প্রমাণ করা যায়। কয়েক ফিট লম্বা একটি কাচের নল লওয়া হইল ; ইহার একপ্রান্ত বদ্ধ এবং অপরপ্রান্ত

5·12 (iii)

একটি পাতলা ডায়াফ্রাম দ্বারা ঢাকা আছে। চিত্র 5. 12 (iii) দ্রষ্টব্য। নলের মধ্যে বিশেষ উষ্ণতায় এবং বায়ুমণ্ডলীয় চাপে বায়ু প্রবেশ করানো হইল। একটি শক্তিশালী কম্পন সৃষ্টিকারী যন্ত্রের, S, সাহায্যে ডায়াফ্রামকে কম্পিত করা হইল। নলের দৈর্ঘ্য বরাবর হালকা কর্কের গুঁড়া নলের মধ্যে সুষমভাবে ছড়ানো আছে।

নলের মধ্যের বায়ুস্তম্ভের যে কোনও স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কে ডায়াফ্রামকে কম্পিত করিলে ঐ বায়ুস্তম্ভে উপযুক্ত স্থাণু-তরঙ্গের সৃষ্টি হইবে। এই তরঙ্গের বিস্তার বেশী

করিলে বায়ুর বস্তুকণাগুলি কর্কের গুঁড়াকে গতিশীল করিবে। কর্কের গুঁড়াগুলি শেষ পর্যন্ত স্থিরবিন্দুর কাছে জমা হইবে, কারণ ঐ স্থানে বায়ুস্তম্ভের বস্তুকণাগুলির সরণ শূন্য।

কর্কের গুঁড়াগুলির অবস্থান হইতে বয়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্যতরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যাইতে পারে এবং কম্পন-উৎস যন্ত্রের কম্পনাঙ্ক জানা থাকিলে বায়ুস্তম্ভের মধ্যে ঐ তরঙ্গের গতিবেগ, 5. 12 (5) সমীকরণ ব্যবহার করিয়া নির্ণয় করা যাইতে পারে।

এই পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্য-তরঙ্গের গতিবেগ পরিমাপকে **কুন্ড পদ্ধতি** (Kundt's method) বলা হয়।

উদাহরণ ঃ একটি কুন্ডস্ নলে স্থাণু দৈর্ঘ্য-তরঙ্গ সৃষ্টি করিবার জন্য মধ্যবিন্দুতে স্থির 1 সে. মি. দৈর্ঘ্যের একটি লৌহদণ্ড ব্যবহার করা হইল। লৌহদণ্ডটির মধ্যে প্রতি সেকেণ্ডে 2480 সাইকল্স্ কম্পনাঙ্কের দৈর্ঘ্য-তরঙ্গ সৃষ্টি করা হইয়াছে। কুন্ড্স্ নলের মধ্যে কর্কের গুঁড়া যে স্থানে স্তূপীকৃত হইয়াছে, সেইরূপ পরপর দুই বিন্দুর দূরত্ব, 6·9 মিটার হইলে, (ক) কুন্ডস্ নলের মধ্যকার গ্যাসীয় স্তম্ভে তরঙ্গের গতিবেগ কত? (খ) লৌহদণ্ডে তরঙ্গের গতিবেগ কত?

(ক) কুন্ড্স্ নলের গ্যাসীয় স্তম্ভে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ হইলে,

$$\frac{\lambda}{2} = 6{\cdot}9 \text{ সে. মি।}$$

$$\therefore \quad \lambda = 13{\cdot}8 \text{ সে. মি.।}$$

কম্পনাঙ্ক, $f = 2480$ (সেকেণ্ড)$^{-1}$

সুতরাং গতিবেগ, $c = 13{\cdot}8 \times 2480 \dfrac{\text{সে. মি.}}{\text{সেকেণ্ড.}}$

$$= 34224 \frac{\text{সে. মি.}}{\text{সেকেণ্ড}}$$

$$\approx 342 \frac{\text{মিটার}}{\text{সেকেণ্ড}}$$

(খ) লৌহদণ্ডের মধ্যস্থলে স্থিরবিন্দু। ইহার দৈর্ঘ্য $= 1$ সে. মি.। ধরা যাউক, লৌহদণ্ড উহার ফাণ্ডামেন্টাল কম্পনাঙ্কে কম্পিত হইতেছে। সুতরাং উহার মধ্যবিন্দু স্থিরবিন্দু হইলে, উভয়প্রান্ত বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু। দুইটি পরপর বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দুর দূরত্ব $= \lambda/2$; সুতরাং এক্ষেত্রে,

$$\frac{\lambda}{2} = 1 \text{ সে. মি.}$$

$$\therefore \quad \lambda = 2 \text{ সে. মি.}$$

এবং গতিবেগ, $c=f\lambda$

$$=2480\ (\text{সেকেণ্ড})^{-1}\times 2\ \text{সে. মি.}$$

$$=4960\frac{\text{সে. মি.}}{\text{সেকেণ্ড}}\ ।$$

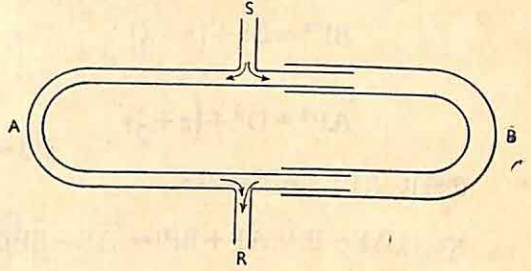
5·13. তরঙ্গের ইন্‌টারফেয়ারেন্স বা প্রক্ষেপণ (Interference or Superposition of waves) :

5.11. অনুচ্ছেদে তরঙ্গের বিক্ষেপণের নীতি আলোচিত হইয়াছে। তরঙ্গের বিক্ষেপণকেই অনেক সময় ইন্‌টারফেয়ারেন্স বলা হয়।

5.11. অনুচ্ছেদে তারের মধ্যে তির্যক তরঙ্গের এবং 5.12 অনুচ্ছেদে বায়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্য তরঙ্গের বিক্ষেপণের ফলে উদ্ভূত স্থাণু তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য আলোচনা করা হইয়াছে। ঐ দুইক্ষেত্রে প্রাথমিক ও প্রতিফলিত তরঙ্গের বিক্ষেপণের ফলেই স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। ইহা লক্ষণীয় যে প্রতিফলনের জন্য কম্পনাবস্থা পরিবর্তিত হওয়ার ফলে প্রাথমিক ও প্রতিফলিত তরঙ্গে সরণের দিক প্রতিফলকের উপর বিপরীতমুখী হয় এবং ঐ স্থানে স্থির বিন্দু পাওয়া যায়। দুইটি বিপরীতমুখী এবং বিভিন্ন কম্পনাবস্থার তরঙ্গ (প্রাথমিক ও প্রতিফলিত) যখন মাধ্যমের কোনও বিন্দুর মধ্য দিয়া প্রবাহিত হয়, তখন তাহাদের সরণের যোগফলই ঐ বিন্দুর লব্ধি সরণের পরিমাণ নির্দেশ করে। যে বিন্দুতে প্রাথমিক ও প্রতিফলিত তরঙ্গের কম্পনাবস্থা একই সেইসব বিন্দুতে সরণ সর্বাপেক্ষা বেশী হয় এবং উহারা বিরুদ্ধ স্থিরবিন্দু (Anti-nodes)। যে বিন্দুতে উহাদের কম্পনাবস্থা বিপরীত সেই সব বিন্দুতে সরণের পরিমাণ শূন্য এবং উহারা স্থিরবিন্দু (Nodes)।

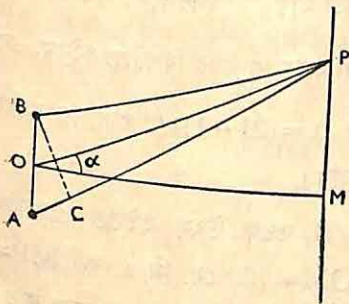
কোনও তরঙ্গ উহার উৎস হইতে অগ্রসর হইয়া কোনও বিন্দুতে পৌঁছাইলে, ঐ বিন্দুতে কম্পনের কম্পনাবস্থা, উৎস হইতে বিন্দুর দূরত্ব, x এর উপর নির্ভর করে। উৎস হইতে তরঙ্গকে দুইভাগে ভাগ করিয়া উহাদিগকে যদি বিভিন্ন পথ অতিক্রম করাইয়া একই বিন্দুতে লইয়া আসা হয়, তাহা হইলে ঐ দুই অংশের জন্য ঐ বিন্দুর কম্পনাবস্থা পথ দুইটির দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করিবে। সুতরাং তরঙ্গের দুই অংশের জন্য বিন্দুর কম্পনাবস্থার প্রভেদ, তরঙ্গের দুই অংশের অতিক্রান্ত **পথের প্রভেদের** (Path difference) পরিমাণের উপর নির্ভর করিবে।

5.13. (i) চিত্রের যন্ত্রের সাহায্যে বাতাসের মধ্য দিয়া প্রবাহিত দৈর্ঘ্য-তরঙ্গের বিক্ষেপণের ফলাফল পরীক্ষা করা যায়। চিত্রে, তরঙ্গের উৎস, S, হইতে দৈর্ঘ্য-তরঙ্গ ধাতব নলের মধ্যে প্রবেশ করিতেছে। ইহা দুইটি অংশে বিভক্ত হওয়ার পর এক অংশ SAR পথ অতিক্রম করিতেছে। অপর অংশ SBR পথ অতিক্রম করিবে; এবং B নলটিকে ডানদিকে সরাইয়া SBR পথের দৈর্ঘ্য ইচ্ছামত পরিবর্তন করা যাইবে। ধরা

যাউক্, তরঙ্গের কম্পনাঙ্ক প্রতি সেকেণ্ডে 1100 সাইক্‌ল্‌স্। যদি বাতাসের মধ্যে তরঙ্গের গতিবেগ 1100 ফুট/সেকেণ্ড হয়, তাহা হইলে ইহার তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য=1 ফুট। যদি তরঙ্গের দুই অংশই একই দৈর্ঘ্যের পথ অতিক্রম করে, তবে উহারা একই সঙ্গে R বিন্দুতে পৌঁছাইবে এবং উহাদের জন্য R বিন্দুতে কম্পনাবস্থা একই হইবে। R বিন্দুতে লব্ধি কম্পনের সরণ উভয় অংশের জন্য সরণের যোগফল হইবে। R বিন্দুতে প্রতিস্থাপিত কোনও তরঙ্গ-ধারকযন্ত্রের সাহায্যে ইহা জানিতে পারা যাইবে।

চিত্র 5·13 (i)

এখন যদি B নলকে 3 ইঞ্চি ডানদিকে সরাইয়া দেওয়া হয়, তাহা হইলে SBR পথের দৈর্ঘ্য 6 ইঞ্চি বৃদ্ধি পাইবে। সুতরাং ডানদিকে প্রবাহিত তরঙ্গ $\lambda/2$ পরিমাণ বেশী পথ অতিক্রম করিবে। R বিন্দুতে বাম ও ডানদিকে প্রবাহিত তরঙ্গের জন্য কম্পনাবস্থা একে অপরের বিপরীত হইবে, এবং ইহার ফলে R বিন্দুতে লব্ধি সরণের পরিমাণ শূন্য হইবে। তরঙ্গ-ধারকযন্ত্রের সাহায্যে ইহা ধরা পড়িবে।

B নলকে আরও 3 ইঞ্চি ডানদিকে সরাইয়া পথ-প্রভেদের পরিমাণ λ করা যায়। এবং এক্ষেত্রে, R বিন্দুতে উভয় অংশের কম্পনাবস্থা পুনরায় এক হইয়া সরণের মান সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে।

উপরোক্ত পরীক্ষার দ্বারা পথ-প্রভেদের জন্য তরঙ্গ-বিক্ষেপণের ফলাফল কি হয়, তাহা সহজেই বুঝা যায়।

5·13 (ii)

দুইটি তরঙ্গ উৎস হইতে একই কম্পনাবস্থার তরঙ্গের বিক্ষেপণের ফলে অন্য এক বিন্দুতে লব্ধি সরণের পরিমাণ কত হয়, আমরা এক্ষণে তাহার আলোচনা করিব।

ধরা যাউক্, 5·13 (ii) চিত্রে তরঙ্গ উৎস দুইটি A এবং B বিন্দুতে অবস্থিত। ইহাদের কম্পনাঙ্ক সমান এবং উৎস দুইটির সংযোগকারী রেখার মধ্যবিন্দুর উপর অঙ্কিত লম্বের উল্লম্ব তলের কোনও এক বিন্দু Pতে তরঙ্গ বিক্ষেপণের ফল গণনা করা হইবে।

ধরা যাউক্, $MP=z$ এবং $AB=s$। প্রথমে, AP রেখার উপর B বিন্দু হইতে BC লম্ব টানা হইল। ধরা যাউক, $OM=D$. তাহা হইলে

$$BP^2=D^2+\left(z-\frac{s}{2}\right)^2,$$

$$AP^2=D^2+\left(z+\frac{s}{2}\right)^2,$$

সুতরাং $AP^2-BP^2=2sz$,

অথবা $(AP-BP)(AP+BP)=(AP-BP)2OP=2sz$

$\angle POM=\alpha$ ধরিলে,

$$\frac{MP}{OP}=\frac{z}{OP}=\sin\alpha$$

অতএব, $(AP-BP)=s.\sin\alpha$.

$(AP-BP)=$ A ও B হইতে P বিন্দুর পথ-প্রভেদের (Path difference) পরিমাণ। পথ-প্রভেদের পরিমাণকে Δ লিখিলে,

$$\Delta=s.\sin\alpha.$$

$$\text{অথবা,}\quad \sin\alpha=\frac{\Delta}{s} \qquad 5.13.\ (1)$$

MP তলে বিভিন্ন বিন্দু বিবেচনা করিলে, α এবং Δর পরিমাণ বিভিন্ন হইবে। আমরা জানি, পথ-প্রভেদের পরিমাণ $2k\lambda/2$ হইলে (k যে কোনও একটি পূর্ণ সংখ্যা) তরঙ্গ দুইটির কম্পনাবস্থা একই থাকিবে, এবং ঐ বিন্দুতে সরণ সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে। 5. 13. (1) সমীকরণে $\Delta=2k.\frac{\lambda}{2}$ ব্যবহার করিয়া ঐ সকল বিন্দু কত ডিগ্রী কোণে অবস্থিত অর্থাৎ ইহাদের α-র পরিমাণ কত তাহা বাহির করা যায়। অপরপক্ষে, পথ প্রভেদের পরিমাণ $(2k-1)\frac{\lambda}{2}$ হইলে তরঙ্গ দুইটির কম্পনাবস্থা একে অপরের বিপরীত হইবে, এবং ঐ বিন্দুতে সরণ শূন্য হইবে 5. 13. (1) সমীকরণে $\Delta=(2k-1)\lambda/2$ ব্যবহার করিয়া ঐ সকল বিন্দুর MP তলে অবস্থান জানিতে পারা যায়।

উদাহরণ 1. 5.13. (ii) চিত্রের A ও B তরঙ্গ উৎস হইতে প্রবাহিত তরঙ্গের দৈর্ঘ্য $=30$ সে. মি. $AB=100$ সে. মি., $OM=400$ সে. মি.। (ক) $MP=300$ সে. মি. হইলে P বিন্দুতে A ও B হইতে প্রবাহিত তরঙ্গের পথ-প্রভেদ কত ? (খ) এই দুইটি তরঙ্গের জন্য P বিন্দুতে কম্পনাবস্থার প্রভেদ কত ?

(ক) চিত্র হইতে,

$$OP^2 = OM^2 + MP^2$$
$$= (400)^2 \text{ (সেমি)}^2 + (300)^2 \text{ (সেমি)}^2$$
$$= 25{,}0000 \text{ (সেমি)}^2$$
$$\therefore \quad OP = 500 \text{ (সে. মি.)}$$

এবং $\sin \alpha = \frac{MP}{OP} = \frac{300}{500} = \frac{3}{5} = 0{\cdot}6$

অতএব পথ-প্রভেদ, $\Delta = AB \sin \alpha$

$$= 100 \text{ সে. মি.} \times 0{\cdot}6$$
$$= 60 \text{ সে. মি.}$$

(খ) এক্ষেত্রে, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $= 30$ সে. মি. এবং $\lambda/2 = 15$ সেমি.। অতএব, পথ প্রভেদ, 60 সেমি $= 4 \times \lambda/2$; এবং যেহেতু 4 একটি জোড় পূর্ণসংখ্যা, স্থতরাং কম্পন প্রভেদ শূন্য হইবে। অর্থাৎ P একটি বিরুদ্ধ স্থির বিন্দু, ইহার k ধ্রুবকের মান $= 2.$।

উদাহরণ 2. উপরের উদাহরণে $k=1$ ধরিয়া বিরুদ্ধ স্থির বিন্দুর অবস্থান, α নির্ণয় কর।

$k=1$ ধরিলে বিরুদ্ধ স্থির বিন্দুতে পথ প্রভেদ Δ হইবে,

$$\Delta = 2k\frac{\lambda}{2} = \lambda = 30 \text{ সে. মি.}$$

অতএব, $\sin \alpha = \frac{\Delta}{s} = \frac{30 \text{ সেমি}}{100 \text{ সেমি}} = 0{\cdot}3$

স্থতরাং $\alpha \simeq 17^\circ.5$, কারণ, $\sin 17^\circ{\cdot}5 \approx 0{\cdot}3$।

k এর বিভিন্ন মান, অর্থাৎ $k = 0, 1, 2, 3,$ ইত্যাদি ধরিয়া বিভিন্ন স্থির ও বিরুদ্ধ স্থির বিন্দুগুলির অবস্থান বাহির করা যায়। কোনও একটি বিশেষ স্থির বা বিরুদ্ধ স্থির বিন্দুর k এর মান অনুসারে উহাকে k-তম প্রক্ষেপণের স্থির বা বিরুদ্ধ স্থির বিন্দু (k-th. order interference minimum or maximum) বলা হয়।

5.14. অধিকম্প (Beats) : আমরা পূর্বে দেখিয়াছি যে একই বিস্তার এবং কম্পনাঙ্কের দুইটি তরঙ্গ প্রবাহ পরস্পর বিপরীতমুখী হইয়া কোনও মাধ্যমের একই অংশের মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইলে, উহাদের প্রক্ষেপণের ফলে স্থাণু তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। আমরা এই অনুচ্ছেদে তরঙ্গ প্রক্ষেপণের আরও একটি উদাহরণ আলোচনা করিব।

দুইটি একই বিস্তারের কিন্তু কাছাকাছি দুইটি বিভিন্ন কম্পনাঙ্কের তরঙ্গ প্রবাহ কোনও

মাধ্যমের একই অংশের মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইলে উহাদের প্রক্ষেপণের ফলে যে লব্ধি তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহার নিম্নোক্ত বৈশিষ্ট্যগুলি লক্ষ্যণীয়

(ক) লব্ধি তরঙ্গের কম্পনাঙ্ক, প্রাথমিক তরঙ্গ দুইটির কম্পনাঙ্কের গড়। অর্থাৎ প্রাথমিক কম্পনাঙ্ক দুইটি যথাক্রমে f_1 এবং f_2 হইলে লব্ধি তরঙ্গের কম্পনাঙ্ক= $\frac{f_1+f_2}{2}$।

(খ) লব্ধিতরঙ্গের বিস্তার সময়ের সহিত পরিবর্তিত হয়, এবং এই পরিবর্তনের কম্পনাঙ্ক$=\frac{f_1-f_2}{2}$।

লব্ধি তরঙ্গের বিস্তারের পরিমাণ সময়ের সহিত পরিবর্তনের সময়, নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর সর্বাপেক্ষা বেশী হয়। **লব্ধিতরঙ্গের এই সর্বাপেক্ষা বেশী পরিমাণের বিস্তারকেই অধিকম্প** (Beat) **বলা হয়।**

ধরা যাউক্, দুইটি প্রাথমিক তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y_1=A\cos 2\pi f_1 t, \text{ এবং}$$
$$y_2=A\cos 2\pi f_2 t. \qquad 5.\ 14.\ (1)$$

y_1 এবং y_2 তরঙ্গ দুইটির জন্য কোনও এক বিন্দুতে সরণ। তরঙ্গ বিক্ষেপণের নীতি অনুসারে, ঐ বিন্দুতে লব্ধি তরঙ্গের জন্য সরণ y হইলে,

$$y=y_1+y_2$$
$$=A[\cos 2\pi f_1 t+\cos 2\pi f_2 t] \qquad 5.\ 14.\ (2)$$

যেহেতু $\cos a+\cos b=2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$ 5. 14. (3)

5. 14. (2) সমীকরণকে লেখা যায়

$$y=\left\{2A\cos 2\pi\left(\frac{f_1-f_2}{2}\right)t\right\}\cos 2\pi\frac{f_1+f_2}{2}t \qquad 5.\ 14.\ (4)$$

5. 14. (4) সমীকরণ হইতে বলা যায় যে, লব্ধি তরঙ্গের কম্পনাঙ্ক$=\frac{f_1+f_2}{2}$, এবং ইহার বিস্তার সময়ের সহিত পর্যায়বৃত্তিকভাবে পরিবর্তিত হয়। এই পর্য্যায় বৃত্তিক পরিবর্তনের কম্পনাঙ্ক$=\frac{f_1-f_2}{2}$।

লব্ধি-তরঙ্গের বিস্তার, $2A\cos 2\pi\left(\frac{f_1-f_2}{2}\right)t$; সুতরাং ইহার পর্যায়,

$T=\frac{2}{f_1-f_2}$ । এই পর্যায়ের মধ্যে বিস্তারের পরিমাণ সর্বাপেক্ষা বেশী হয় দুইবার, এবং এই দুই মুহূর্ত হইল, $t=0$ এবং $t=\frac{T}{2}=\frac{1}{f_1-f_2}$। সুতরাং বিস্তারের পর্যায়বৃত্তিক কম্পনের প্রত্যেক পর্যায়ে দুইটি করিয়া অধিকম্প (beat) থাকিবে।

অর্থাৎ, $\frac{2}{(f_1-f_2)}$ সময়ে অধিকম্পের সংখ্যা $=2$.

সুতরাং একক সময়ে অধিকম্পের সংখ্যা $=(f_1-f_2)$

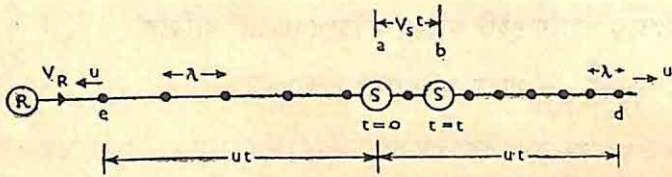
তাহা হইলে দেখা যাইতেছে, **প্রতি সেকেণ্ডে অধিকম্পের সংখ্যা প্রাথমিক তরঙ্গ দুইটির কম্পনাঙ্কের প্রভেদের সমান**।

দুইটি একই বিস্তার এবং কাছাকাছি কম্পনাঙ্কের তরঙ্গের জন্য কোন এক বিন্দুতে সরণের লেখচিত্র আঁকিয়া উহাদিগকে যোগ করিয়া ঐ বিন্দুতে লব্ধি তরঙ্গের আকার পাওয়া যাইতে পারে। ঐরূপ লেখচিত্র যত্ন সহকারে আঁকিলে অধিকম্পের অস্তিত্ব এবং এক সেকেণ্ডে কয়টি অধিকম্প হইতে পারে, তাহা বুঝা যায়।

পরীক্ষামূলকভাবে, একটি বায়ুস্তম্ভে কাছাকাছি কম্পনাঙ্কের দুইটি শব্দ-তরঙ্গের উৎসের সাহায্যে অধিকম্পের সৃষ্টি করা যায়, এবং লব্ধি শব্দ-তরঙ্গের বিস্তারের উপর শব্দের প্রাবল্য নির্ভর করে বলিয়া, কানে শুনিয়াই অধিকম্পের অস্তিত্ব বুঝিতে পারা যায়। অধিকম্পের সময় শব্দ সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে এবং প্রাথমিক তরঙ্গ দুইটির কম্পনাঙ্কের প্রভেদ অনুসারে শব্দের প্রাবল্য হ্রাস-বৃদ্ধি পাইবে। বস্তুতঃ এক সেকেণ্ডে অধিকম্পের সংখ্যা গণনা করিয়া দুইটি কাছাকাছি কম্পনাঙ্কের শব্দ-তরঙ্গের উৎসের কম্পনাঙ্কের প্রভেদ নির্ণয় করা যায়।

5.15. ডপ্‌লার এফেক্ট (Doppler Effect) **:** এ পর্যন্ত আমরা তরঙ্গ প্রবাহের গতিবেগ বিবেচনা করিবার সময় ধরিয়া লইয়াছি যে তরঙ্গের উৎস কোন এক বিন্দুতে অবস্থিত এবং ইহা গতিহীন, স্থির। এই পরিচ্ছেদে, তরঙ্গ উৎস এবং তরঙ্গ ধারকের গতির ফলে তরঙ্গপ্রবাহের কম্পনাঙ্কের যে পরিবর্তন হয় তাহাই আমরা আলোচনা করিব। **তরঙ্গের উৎস গতিশীল হইলে তরঙ্গ প্রবাহের কম্পনাঙ্কের যে পরিবর্তন হয়, তাহাকেই 'ডপ্‌লার' এফেক্ট" বলা হয়।** আবিষ্কারক বৈজ্ঞানিক, **ডপ্‌লারের** নামানুসারে এই প্রকার নামকরণ করা হইয়াছে।

5. 15. (i) চিত্রে তরঙ্গের উৎস, S, এবং তরঙ্গের ধারকযন্ত্র R, দেখানো হইয়াছে। উৎসের গতিবেগ V_S এবং ধারকের গতিবেগ V_R কে পজিটিভ বলা হইবে তখনই, যখন উহারা R হইতে S অভিমুখে। আমরা সুবিধার জন্য ধরিয়া লইব যে ধারক এবং উৎস

একই সরলরেখায় গতিশীল। উহাদের গতিবেগ S হইতে R অভিমুখে হইলে উহাদিগকে নেগেটিভ ধরা হইবে। তরঙ্গ প্রবাহের গতিবেগ u-কে সব সময়েই পজিটিভ ধরা হইবে।

চিত্র নং 5.15 (i)

চিত্রানুযায়ী ধারক R, উৎস S-এর বামদিকে অবস্থিত। সুতরাং চিত্রে প্রদর্শিত V_Rএবং V_S উভয়েই R হইতে S অভিমুখে এবং পজিটিভ। $t=0$ মুহূর্তে উৎসের অবস্থান a বিন্দুতে এবং ইহার পরবর্তী কোনও মুহূর্ত t-তে উৎসের অবস্থান b বিন্দুতে। $t=0$ মুহূর্তে যে তরঙ্গ প্রবাহ a বিন্দু হইতে সুরু হইয়াছিল তাহার সর্বাগ্রগামী তরঙ্গতল উৎসের উভয়দিকে t সময়ের মধ্যে e এবং d বিন্দুতে পৌঁছাইয়াছে। এই তরঙ্গতল উভয়দিকে u গতিবেগে অগ্রসর হইতেছে। এই গতিবেগ মাধ্যমের ভৌতিক বৈশিষ্ট্যের উপরেই নির্ভর করে। তরঙ্গ একবার উৎস হইতে বাহির হইয়া গেলে উহা উৎসের অবস্থার উপর আর নির্ভর করে না। উৎস এবং উহা হইতে নিঃসৃত তরঙ্গ সম্পূর্ণ পৃথক সত্ত্বায় পরিণত হয়, একে অপরকে প্রভাবিত করিতে পারে না। ad অথবা ea দৈর্ঘ্য ut র সমান। ab দৈর্ঘ্য V_St এর সমান, সুতরাং

$$eb=(u+V_S)t$$
$$bd=(u-V_S)t \qquad 5.15.(1)$$

উৎসের কম্পনাঙ্ক f_s হইলে, $t=0$ এবং $t=t$ এই দুই মুহূর্তের মধ্যের সময় ব্যবধানে উৎস হইতে f_st সংখ্যক তরঙ্গ নিঃসৃত হইয়াছে। এখানে, তরঙ্গ সংখ্যা বলিতে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের সংখ্যা বুঝানো হইতেছে। অর্থাৎ এক তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যে তরঙ্গের যে অংশ থাকে তাহাকেই একটি তরঙ্গ বলিয়া উল্লেখ করা হইতেছে। উৎসের ডানদিকে এই তরঙ্গগুলি bd দূরত্বের মধ্যে থাকিবে। এখানে ধরা হইতেছে যে তরঙ্গের গতিবেগ u, উৎসের গতিবেগ V_s হইতে অনেক বেশী। উৎসের বামদিকে ঐ একই সংখ্যক তরঙ্গ eb দূরত্বের মধ্যে থাকিবে। eb-র পরিমাণ bd হইতে বেশী বলিয়া উৎসের বামদিকে তরঙ্গতলগুলি একে অপর হইতে অপেক্ষাকৃত বেশী দূরত্বে থাকিবে এবং উৎসের ডানদিকে উহারা অপেক্ষাকৃত কাছাকাছি অবস্থিত হইবে। bd এবং eb-র মধ্যে কতকগুলি বিন্দুর অবস্থান দেখাইয়া ইহা বুঝানো হইয়াছে।

সুতরাং উৎসের সম্মুখভাগে (ডানদিকে) তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিমাণ হইবে,

$$\lambda = \frac{(u - V_s)t}{f_s t} = \frac{u - V_s}{f_s} \qquad 5.\ 15.\ (2)$$

এবং উৎসের পশ্চাদ্দেশে (বামদিকে) তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের পরিমাণ হইবে,

$$\lambda = \frac{(u + V_s)t}{f_s t} = \frac{u + V_s}{f_s} \qquad 5.\ 15\ (3)$$

এই তরঙ্গগুলি ধারকযন্ত্রের সাপেক্ষে ধারকের দিকে $u + V_R$ গতিবেগে অগ্রসর হইতেছে। ধারকে প্রতি সেকেণ্ডে যতগুলি তরঙ্গ গৃহীত হইতেছে, অর্থাৎ ধারক যে কম্পনাঙ্ক নির্দেশ করিবে, তাহার পরিমাণ

$$f = \frac{u + V_R}{\lambda} = \frac{u + V_R}{(u + V_s)/f_s}$$

$$= f_s\left(\frac{u + V_R}{u + V_s}\right) \qquad 5.\ 15.\ (4)$$

সুতরাং দেখা যাইতেছে, তরঙ্গ উৎসের কম্পনাঙ্ক f_s এবং ধারক যন্ত্রে নির্দিষ্ট কম্পনাঙ্ক f, উৎস এবং ধারকের গতিবেগের জন্য পৃথক হইবে।

ইহা লক্ষণীয় যে, $V_R = V_s$ হইলে, 5. 15. (4) সমীকরণ অনুসারে $f = f_s$। অর্থাৎ ধারক ও উৎস একই দিকে একই গতিবেগে গতিশীল হইলে ধারক যন্ত্র, উৎস বা ধারকের গতিবেগের জন্য তরঙ্গের পরিবর্তনের কোন নির্দেশ দিতে পারে না।

উদাহরণ : ধরা যাউক্ 5. 15. (i) চিত্রে $f_s = 1000$ সাইক্ল্স/সেকেণ্ড, $u = 1000$ ফিট্/সেকেণ্ড। সুতরাং স্থির উৎস হইতে নিঃসৃত তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য $= \frac{u}{f_s} = 1$ ফুট।

(ক) উৎসের গতিবেগ, $V_s = 100$ ফুট/সেকেণ্ড হইলে উৎসের সম্মুখে এবং পশ্চাদ্দিকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত ?

উৎসের সম্মুখে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $= \frac{u - V_s}{f_s} = \frac{1000 - 100}{1000} = 0{\cdot}9$ ফুট।

উৎসের পশ্চাদ্দিকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $= \frac{u + V_s}{f_s} = \frac{1000 + 100}{1000} = 1{\cdot}1$ ফুট।

(খ) ধারক স্থির থাকিলে এবং উৎস ধারক হইতে 100 ফুট/সেকেণ্ড গতিবেগে দূরে সরিয়া গেলে ধারকে কত কম্পনাঙ্ক দেখাইবে ?

এক্ষেত্রে, $V_R = 0$ এবং $V_s = 100$ ফিট/সেকেণ্ড।

সুতরাং 5. 15. (4) সমীকরণ হইতে, ধারকে নির্দিষ্ট কম্পনাঙ্ক, f, হইবে,

$$f=f_s\frac{u}{u+V_s}=1000.\frac{1000}{1000+100}=909 \text{ সাইক্‌ল্‌স/সেকেণ্ড}$$

(গ) উৎস স্থির থাকিলে, এবং ধারক বামদিকে 100 ফিট/সেকেণ্ড গতিবেগে অগ্রসর হইলে ধারকযন্ত্রে কত কম্পনাঙ্ক নির্দিষ্ট হইবে ?

এক্ষেত্রে, $V_R=-100\frac{\text{ফিট}}{\text{সেকেণ্ড}}$, এবং $V_s=0$.

$$f=f_s.\frac{u+V_R}{u}=1000.\frac{1000-100}{1000}=900 \text{ সাইক্‌ল্‌স/সেকেণ্ড।}$$

উপরের উদাহরণ হইতে দেখা যাইতেছে যে উৎস ধারক হইতে দূরে সরিয়া গেলে, কিম্বা ধারক উৎস হইতে সরিয়া গেলে, ধারকযন্ত্রে নির্দিষ্ট কম্পনাঙ্ক উৎসের কম্পনাঙ্ক হইতে কম হইবে। কিন্তু সরিয়া যাওয়ার গতিবেগ উভয় ক্ষেত্রে এক হইলেও কম্পনাঙ্কের প্রভেদ এক থাকিবে না।

গতিশীল গাড়ীর বাঁশীর শব্দ গাড়ীটি শ্রোতার দিকে আগাইয়া আসিবার সময় এবং একই গতিবেগে শ্রোতাকে অতিক্রম করিয়া যাওয়ার পর, শ্রোতার নিকট বিভিন্ন কম্পনাঙ্কের বলিয়াই মনে হয়। ইহা ছাড়া দেখা গিয়াছে যে গতিশীল পরমাণু হইতে নিঃসৃত আলোকতরঙ্গের কম্পনাঙ্ক স্থির পরমাণু হইতে নিঃসৃত আলোকতরঙ্গের কম্পনাঙ্ক হইতে বেশ পৃথক। বস্তুতঃ পৃথিবী পৃষ্ঠে পরমাণু হইতে নিঃসৃত আলোকতরঙ্গের কম্পনাঙ্কের সহিত মহাকাশের গতিশীল নক্ষত্রের পরমাণু হইতে নিঃসৃত আলোকতরঙ্গের কম্পনাঙ্ক তুলনা করিয়া নক্ষত্রটি পৃথিবী হইতে কত বেগে দূরে সরিয়া যাইতেছে তাহা নির্ণয় করা যাইতে পারে।

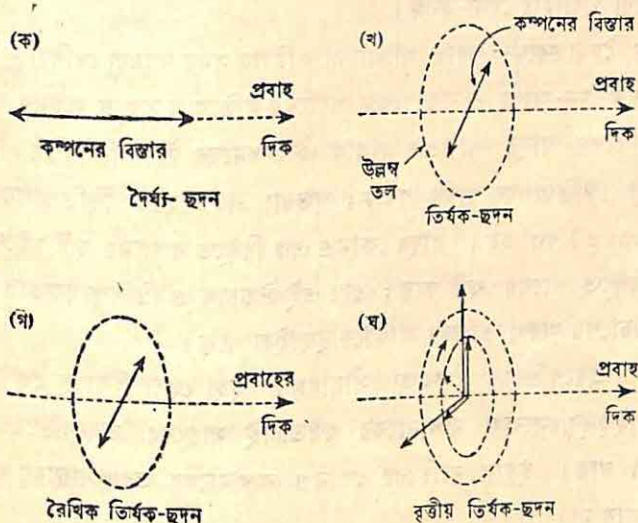
5·16 ছদন (Polarisation) : কোনও তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সাপেক্ষে আমরা দুইটি তল কল্পনা করিতে পারি। ইহাদের মধ্যে একটি তল প্রবাহদিকের সহিত উল্লম্ব ভাবে বিন্যস্ত, ইহাকে **উল্লম্ব বা তির্যক তল** (Transverse plane) বলা হয়। অপরটি, প্রবাহদিকের সমান্তরাল তল, অর্থাৎ এই তলেই প্রবাহদিক অবস্থিত ; এবং ইহাকে **দৈর্ঘ্য-তল** (Longitudinal plane) বলা হয়। কোনও মাধ্যমের যে কোনও এক বিন্দুতে তরঙ্গের প্রবাহদিক নির্ণয় করিয়া ঐ বিন্দুতে তির্যক ও দৈর্ঘ্য-তল অঙ্কিত করা যায়। ঐ বিন্দুর কম্পনের বিস্তারকে ঐ দুই তলে সমকোণে প্রক্ষিপ্ত করিয়া দুইটি উপাংশে ভাগ করা যায়। যদি কোনও তরঙ্গের ক্ষেত্রে (সকল বিন্দুতেই) কম্পনের বিস্তার কেবলমাত্র উহাদের দৈর্ঘ্যতলেই থাকে তবে ঐ তরঙ্গকে দৈর্ঘ্য-তরঙ্গ (longitudinal waves) বলে ; অপরপক্ষে উহা যদি শুধুমাত্র তির্যক-তলেই থাকে, তবে তরঙ্গকে তির্যক তরঙ্গ (Transverse waves) বলে।

কোনও তরঙ্গের জন্য মাধ্যমের বিন্দুতে তরঙ্গ-প্রবাহের দিকের সাপেক্ষে কম্পনের বিস্তারের বিন্যাসকে ঐ তরঙ্গের ছদন (Polarisation) বলে।

দৈর্ঘ্য-তরঙ্গের ছদনকে দৈর্ঘ্য-ছদন (Longitudinal polarisatoin) ; এবং তির্যক্‌তরঙ্গের ছদনকে তির্যক-ছদন (Transverse polarisation বলা হয়।

তির্যক্ ছদনে কম্পনের বিস্তার তরঙ্গের প্রবাহ-দিকের উল্লম্ব তলে থাকে। এক্ষেত্রে, এই উল্লম্ব তলে আমরা পরস্পর সমকোণে নত দুইটি অক্ষরেখা কল্পনা করিতে পারি। উল্লম্বতলের বিস্তারকে এই দুই অক্ষ-রেখা বরাবর উপাংশে ভাগ করা যায়। এই দুই উপাংশের পরিমাণ একই, অথচ উহাদের কম্পনাবস্থার প্রভেদের পরিমাণ 90° হইলে এই দুই উপাংশের ভেক্টর যোগফল উল্লম্বতলে প্রবাহদিকের চারিদিকে বৃত্তীয় গতিতে ঘুরিতে থাকে। এই প্রকার বিশেষ ধরণের তির্যক ছদনকে **বৃত্তীয় ছদন** (Circular Polarisation) বলে।

অপর পক্ষে, তির্যক ছদনে কম্পনের বিস্তার উল্লম্বতলের যে কোনও এক নির্দিষ্ট দিক-বরাবর হইলে উহাকে **রৈখিক তির্যক্ ছদন** (Linear transverse polarisa-

চিত্র 5. 16 (i)

tion) বলা হয়। 5. 16. (i) চিত্রের বিভিন্ন অংশে বিভিন্ন প্রকার ছদন আঁকিয়া দেখানো হইয়াছে।

বিভিন্ন ধরণের তরঙ্গের ছদনের উপর নির্ভর করিয়া ঐ সকল তরঙ্গের ভৌতিক

বৈশিষ্ট্য নির্ণীত হয়। উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় যে, বিভিন্ন ছন্দনের তরঙ্গ-প্রবাহের গতিবেগ বিভিন্ন হয়। শব্দ তরঙ্গ ও আলোক তরঙ্গের আলোচনায় ছন্দনের বৈশিষ্ট্য আরও বিশদভাবে বর্ণনা করা হইবে।

5.17 শব্দতরঙ্গ (Sound waves) : মানুষ শ্রবণেন্দ্রিয়ের সাহায্যে যে সকল তরঙ্গের অস্তিত্বের কথা জানিতে পারে, সেই তরঙ্গগুলিই শব্দতরঙ্গ। আমরা জানি আমাদের কানের মধ্যে আবদ্ধ বায়ুতে তরঙ্গের সৃষ্টি হইয়া উহা কানের পর্দার উপর আপতিত হয় এবং উহারই প্রভাবে আমাদের স্নায়ুতন্ত্রের সাহায্যে শব্দের অনুভূতি জন্মায়। সুতরাং শব্দতরঙ্গ মূলতঃ বাতাসের মধ্য দিয়াই প্রবাহিত হয়। বাতাস কঠিন বস্তু নয় বলিয়া ইহার মধ্যে কৃন্তন বিকার সম্ভব নয়। ইহার মধ্যে কোন এক বস্তুকণা কম্পিত হইলে (ইহার টানে) পার্শ্ববর্তী বস্তুকণার সমান্তরাল দিকে কোন সরণ সম্ভব নয়। শুধুমাত্র ইহার কম্পনের বিস্তারের দিক বরাবর অগ্রবর্তী বা পশ্চাদ্‌বর্তী বস্তুকণা, ইহার কম্পনের প্রভাবে কম্পিত হইতে পারে। ইহার অর্থ, বাতাসের ন্যায় প্রবহণশীল পদার্থে তির্যক তরঙ্গ সম্ভব নয়, ইহার মধ্য দিয়া শুধুমাত্র দৈর্ঘ্য-তরঙ্গই প্রবাহিত হইতে পারে। উপরোক্ত আলোচনা হইতে আমরা বলিতে পারি যে শব্দতরঙ্গ বাতাসের মধ্যে প্রবাহিত দৈর্ঘ্য-তরঙ্গ।

বায়ুস্তম্ভে দৈর্ঘ্যতরঙ্গের প্রবাহ আলোচনা করিবার সময় আমরা দেখিয়াছি যে, ইহার মধ্যে ক্রমান্বয়ে ঘন-অঞ্চল ও সূক্ষ্ম অঞ্চল প্রবাহের গতিবেগে সম্মুখে অগ্রসর হয়। এই প্রবাহের গতিবেগ বায়ুর আয়তন হ্রাসাঙ্ক এবং ঘনত্বের উপর নির্ভরশীল। আয়তন-হ্রাসাঙ্ক বায়ুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের সূচক ; সুতরাং শব্দতরঙ্গকে স্থিতিস্থাপকতার তরঙ্গ (elastic wave) বলা হয়। বায়ুর কোনও এক বিন্দুতে কম্পনের সৃষ্টি হইলে কম্পনের শক্তি ঐ বিন্দুতে চাপের সৃষ্টি করে ; এবং এই উচ্চচাপ ও স্থিতিস্থাপকতার জন্য ইহার পার্শ্ববর্তী নিম্নচাপের অঞ্চল তরঙ্গের আকারে ছড়াইয়া পড়ে।

মানুষের শ্রবণেন্দ্রিয়ের ক্ষমতা সীমাবদ্ধ। ইহা দেখা গিয়াছে যে 20 হইতে 20,000 সাইক্‌ল্‌স্‌/সেকেণ্ড কম্পনাঙ্কের শব্দতরঙ্গই মানুষের শ্রবণেন্দ্রিয়ের সাহায্যে অনুভব করা যায়। ইহার বাহিরের কোনও কম্পনাঙ্কের তরঙ্গ মানুষের মধ্যে শব্দের অনুভূতি জাগায় না।

বাতাসে শব্দতরঙ্গ সৃষ্টি হইবার পূর্বে ইহাতে চাপের পরিমাণ প্রায় 10^6 ডাইন্‌স্‌/(সে.মি)^2 থাকে ; ইহাকে ষ্ট্যাণ্ডার্ড বায়ুচাপ বলা হয়। শব্দ তরঙ্গের প্রবাহের ফলে ঘন-অঞ্চলে চাপ ষ্ট্যাণ্ডার্ড বায়ুচাপ অপেক্ষা বৃদ্ধি পায়, এবং আমাদের অনুভূত শব্দের প্রাবল্য এই চাপ বৃদ্ধির পরিমাণের উপর নির্ভর করে। পরিমাপ করিয়া দেখা গিয়াছে

যে, মানুষ যে শব্দ-প্রাবল্য সহ্য করিতে পারে, সেই পরিমাণ শব্দ-প্রাবল্যের জন্য চাপ-বৃদ্ধির পরিমাণ প্রায় 280 ডাইন্‌স্/(সে মি.)^2। এই প্রকার সর্বাপেক্ষা প্রবল শব্দ-তরঙ্গের জন্য (কম্পনাঙ্ক 1000 (সেকেণ্ড)$^{-1}$ ধরিলে) বাতাসের বস্তুকণার সরণ হয় প্রায় এক সে মি. এর একহাজার ভাগের একভাগ।

যে মৃদুতম শব্দ আমরা শুনিতে পাই, তাহাতে চাপ-বৃদ্ধির পরিমাণ প্রায় 10^{-4} ডাইন্‌স্/(সে. মি)^2, এবং তখন বাতাসের বস্তুকণার সরণ হয় প্রায় 10^{-9} সে.মি.। সুতরাং বলা যায়, মানুষের শ্রবণেন্দ্রিয় খুবই সংবেদনশীল।

5.18. শব্দ-তরঙ্গের গতি (Velocity of Sound): আমরা দেখিয়াছি যে, ক্ষণস্থায়ী দীর্ঘ-সরণ বায়বীয় পদার্থের মধ্য দিয়া $\sqrt{\frac{B}{\rho}}$ গতিতে অগ্রসর হয়। B= পদার্থের আয়তন গুণাঙ্ক (Bulk modulus), এবং ρ=পদার্থের ঘনত্ব। ক্ষণস্থায়ী সরণের পরিবর্তে দৈর্ঘ্য-তরঙ্গের প্রবাহ বিবেচনা করিলেও একই ফল পাওয়া যায়। অর্থাৎ, বায়বীয় পদার্থের মধ্য দিয়া দৈর্ঘ্য-তরঙ্গের গতির পরিমাণও $\sqrt{\frac{B}{\rho}}$।

নিউটন এক বিশেষ পদ্ধতিতে বায়ুর মধ্য দিয়া শব্দ-তরঙ্গের গতিবেগের হিসাব করেন। তাঁহার প্রিন্সিপিয়া গ্রন্থে তিনি দেখান যে,

$$\text{বায়ুর মধ্যে শব্দ-তরঙ্গের গতি} = \sqrt{\frac{\text{বায়ু-চাপ}}{\text{বায়ুর ঘনত্ব}}} = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \qquad 5.\ 18\ (1)$$

একটি বিশেষ ক্ষেত্রে, অর্থাৎ যখন বায়ুর আয়তন গুণাঙ্ক B, বায়ুচাপ P এর সমান, তখন নিউটনের সমীকরণ, 5. 18. (1) যথার্থ। এখন দেখা যাউক্, কখন B=P হইতে পারে।

V সি. সি আয়তনের কিছু পরিমাণ বায়ুর কথা বিবেচনা করা যাউক্। ধরা যাউক্, ইহার মধ্যে চাপের পরিমাণ P ডাইন্‌স্/(সে.মি.)^2। এখন এই চাপকে অল্পপরিমাণ বর্ধিত করিলে, বায়ুর আয়তন অল্পপরিমাণ কমিয়া যাইবে। যদি p সি. সি /(সে.মি)^2 পরিমাণ চাপবৃদ্ধির ফলে আয়তন v সি. সি. কমিয়া যায়, তাহা হইলে,

$$\text{আয়তন গুণাঙ্ক, } B = \frac{p}{\frac{v}{V}} = V.\frac{p}{v} \qquad 5.\ 18.\ (2)$$

ধরা যাউক্ এই প্রকার চাপের হ্রাস-বৃদ্ধির সময় বায়ুর তাপমাত্রা একই থাকে। তাহা হইলে, বয়েলের সূত্র অনুসারে,

$$PV = (P+p)\ (V-v)$$

$$= PV + pV - vP - pv \qquad 5.\ 18.\ (3)$$

p এবং v এর পরিমাণ P এবং p এর তুলনায় কম বলিয়া pV এবং vP এর তুলনায় pv কে উপেক্ষা করা যায়। সুতরাং 5. 18. (3) সমীকরণ হইতে

$$PV = PV + pV - vP.$$

অথবা, $pV = vP.$

অবথা, $P = V.\frac{p}{v}$ 5. 18. (4)

সুতরাং 5. 18. (4) এবং 5. 18. (2) সমীকরণ তুলনা করিয়া,

$$B = P \qquad 5.\ 18.\ (5)$$

তাহা হইলে, দেখা যাইতেছে যে শব্দ-তরঙ্গের প্রবাহের সময় বায়ুতে যে চাপ ও আয়তন পরিবর্তিত হয়, তাহা যদি সম তাপমাত্রিক (isothermal) হয় অর্থাৎ চাপ ও আয়তন পরিবর্তনের সময় ঐ অঞ্চলে তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে, সেক্ষেত্রে,

$$\text{বায়ুতে শব্দ তরঙ্গের গতি} = \sqrt{\frac{\text{বায়ুচাপ}}{\text{বায়ুর ঘনত্ব}}}$$

উদাহরণ : O°C তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব, $\rho = 0{\cdot}001293$ গ্রাম/(সি. সি.) হইলে এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপে [$P = 1{\cdot}013 \times 10^6$ ডাইন্‌স্‌/(সে. মি.)²] এবং O°C তাপমাত্রায় শব্দতরঙ্গের গতিবেগ কত ?

$$\text{শব্দতরঙ্গের গতিবেগ} = \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{1{\cdot}013 \times 10^6 \ \frac{\text{ডাইন্‌স্‌}}{(\text{সে. মি.})^2}}{0{\cdot}001293 \ \frac{\text{গ্রাম}}{(\text{সে. মি.})^3}}}$$

$$= \sqrt{0{\cdot}7834 \times 10^9 \ \frac{\text{গ্রাম-সেমি}}{(\text{সেকেণ্ড})^2 \, (\text{সেমি})^2} \ \frac{(\text{সেমি})^3}{\text{গ্রাম}}}$$

$$= \sqrt{0{\cdot}7834 \times 10^9 \ \frac{(\text{সে. মি.})^2}{(\text{সেকেণ্ড})^2}}$$

$$\cong 280 \times 10^3 \ \frac{\text{সে, মি.}}{\text{সেকেণ্ড}}$$

$$= 280 \ \frac{\text{মিটার}}{\text{সেকেণ্ড}} \text{।}$$

পরীক্ষাগারে পরিমাপ করিয়া দেখা গিয়াছে যে, O°C তাপমাত্রায় এবং এক বায়ু-

মণ্ডলীয় চাপে শব্দতরঙ্গের গতিবেগ 332 মিটার/সেকেণ্ড। সুতরাং 5.18.(1) সমীকরণে সংশোধন আবশ্যক।

বৈজ্ঞানিক **লাপ্লাস** (Laplace) এই সংশোধনের প্রস্তাব করেন। লাপ্লাসের মতে শব্দতরঙ্গের প্রবাহের সময় ঘন অঞ্চলে চাপ-বৃদ্ধি এবং সূক্ষ্ম অঞ্চলে চাপ-হ্রাস এত তাড়াতাড়ি হয় যাহাতে চাপ বৃদ্ধির ফলে ঘন অঞ্চলে যে তাপমাত্রার বৃদ্ধি হয় তাহা চারিদিকে ছড়াইয়া যাইতে পারে না। অনুরূপভাবে সূক্ষ্ম অঞ্চলে চাপ-হ্রাসের ফলে যে তাপমাত্রার হ্রাস হয় তাহাও ঐ অঞ্চলেই সীমাবদ্ধ থাকে, চারিদিকে ছড়াইয়া পড়িতে পারে না। সুতরাং চাপ বৃদ্ধি এবং চাপ হ্রাসের সময় তাপমাত্রা একই থাকে না। এই প্রকার পরিবর্তনকে সম-এনট্রপিক পরিবর্তন (Iso-entropic বা adiabatic change) বলে। সম-এনট্রপিক পরিবর্তনের সময় বয়েলের সূত্র সংশোধিত হয়, অর্থাৎ এক্ষেত্রে,

$$PV^{\gamma} = \text{ধ্রুবক।} \qquad 5.18.(6)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\text{গ্যাসের স্থির চাপের আপেক্ষিক তাপ}}{\text{গ্যাসের স্থির আয়তনের আপেক্ষিক চাপ}}$$

সুতরাং শব্দতরঙ্গ প্রবাহের ক্ষেত্রে,

$$PV^{\gamma} = (P+p)(V-v)^{\gamma}$$

$$= V^{\gamma}(P+p)\left(1-\frac{v}{V}\right)^{\gamma}$$

$$= V^{\gamma}(P+p)\left[1-\gamma\frac{v}{V}+\frac{\gamma(\gamma-1)}{2}\left(\frac{v}{V}\right)^2+\cdots\right]$$

V এর তুলনায় v খুব কম হইলে, $\left(\frac{v}{V}\right)$ এর তুলনায় $\left(\frac{v}{V}\right)^2$, $\left(\frac{v}{V}\right)^3$ ইত্যাদির পরিমাণ উপেক্ষা করা যায়। সুতরাং,

$$PV^{\gamma} = V^{\gamma}(P+p)\left(1-\gamma\frac{v}{V}\right)$$

অথবা, $P = P - \gamma\frac{Pv}{V} - \gamma\frac{pv}{V} + p.$

অথবা, $P = \gamma\frac{Pv}{V} + \gamma\frac{pv}{V}.$

যেহেতু, p এবং v এর পরিমাণ, P এবং V এর তুলনায় অনেক কম, সুতরাং pv এর পরিমাণ Pv এরতুলনায় উপেক্ষা করা যায়। অতএব,

$$p = \gamma\frac{Pv}{V}$$

অথবা, $p\frac{V}{v}=\gamma P$ 5. 18. (7)

5. 18. (2) সমীকরণের সহিত তুলনা করিয়া,

আয়তন গুণাঙ্ক, $B=\gamma P$ 5. 18. (8)

সুতরাং বায়ুর মধ্যে শব্দতরঙ্গের গতি$=\sqrt{\frac{B}{\rho}}=\sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ 5.18.(9)

5. 18. (9) সমীকরণ **লাপ্লাসের সমীকরণ** (Laplace's equation) নামে বিখ্যাত।

বায়ুর ক্ষেত্রে, γ-এর পরিমাণ $=1\cdot41$ সুতরাং বায়ুতে শব্দতরঙ্গের গতি c, হইবে,

$$c=\sqrt{\frac{1\cdot41\times P}{\rho}}$$

এবং উপরের উদাহরণে ব্যবহৃত P এবং ρ এর মান ব্যবহার করিলে,

$$c=280\times\sqrt{1\cdot41}\frac{\text{মিটার}}{\text{সেকেণ্ড}}$$

$$=332\cdot5\frac{\text{মিটার}}{\text{সেকেণ্ড}}$$

ইহা পরীক্ষাগারে পরিমাপ করা মানের খুবই কাছাকাছি। সুতরাং লাপ্লাসের সংশোধন যথার্থ।

শব্দতরঙ্গের গতিবেগের উপর বায়ুপ্রবাহের প্রভাব ঃ আমরা এ যাবৎ ধরিয়া লইয়াছি যে তরঙ্গপ্রবাহের সময় মাধ্যমের বস্তুকণাগুলি উহাদের স্থির অবস্থা বা সাম্য অবস্থাকে কেন্দ্র করিয়া কম্পিত হয়, এবং শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে এই কম্পনের বিস্তার খুবই অল্প। ইহার অর্থ, মাধ্যমের বস্তুকণাগুলি একটি স্থির অবস্থা হইতে অন্য স্থির অবস্থায় স্থানান্তরিত হয় না, অর্থাৎ মাধ্যমের মধ্যে বস্তুকণাগুলির কোনও প্রবাহ নাই।

প্রত্যেক প্রবহণশীল পদার্থে বস্তুকণাগুলির প্রবাহ হইতে পারে। বায়ুপ্রবাহের সহিত আমরা খুবই পরিচিত। এই প্রবাহের ফলে একস্থানের বায়ুকণা অনেক দূরে স্থানান্তরিত হইতে পারে। বদ্ধ ঘরের বায়ুকে আমরা বায়ুর মধ্যে প্রবাহ সৃষ্টি করিয়া বাহির করিয়া দিই (ventilation)। এখানে বদ্ধ ঘরের বায়ুকণাগুলি ঘরের বাহিরে চলিয়া যায় এবং বাহির হইতে অন্য বায়ুকণা ঘরে প্রবেশ করে।

মাধ্যমের মধ্যে বস্তুকণার প্রবাহ থাকিলে, শব্দতরঙ্গের গতিবেগ পরিবর্তিত হইবে। শব্দতরঙ্গের প্রবাহ দিকের অভিমুখে বায়ুপ্রবাহ থাকিলে শব্দতরঙ্গের গতিবেগ হইবে, স্থির মাধ্যমে তরঙ্গের গতিবেগ + বায়ুপ্রবাহের গতিবেগ। শব্দতরঙ্গের প্রবাহদিকের বিপরীত মুখে বায়ুপ্রবাহ থাকিলে শব্দতরঙ্গের গতিবেগ হইবে, স্থির-মাধ্যমে তরঙ্গের গতিবেগ—বায়ু প্রবাহের গতিবেগ।

উন্মুক্ত বাতাসে শব্দতরঙ্গের গতিবেগের পরিমাপ পদ্ধতি ঃ 1829 খ্রীষ্টাব্দে **অ্যারাগো** (Arago) নিম্নলিখিত পরীক্ষা করেন। কয়েক মাইল ব্যবধানে দুইটি পর্বত-চূড়ায় দুইজন পর্যবেক্ষক রাখা হইল। উহাদের একজনকে দেওয়া হইল একটি বন্দুক এবং অপরজনকে একটি ভাল স্টপ-ওয়াচ (stop watch)। প্রথমজন বন্দুক ছুড়িলে, উহার আলোক-ঝলক দেখিয়া দ্বিতীয়জন স্টপ-ওয়াচ চালু করিল; এবং কিছুক্ষণ পরে বন্দুকের শব্দ শোনার সঙ্গে সঙ্গে স্টপ-ওয়াচ বন্ধ করিল। একই প্রকার বায়ুমণ্ডলীয় অবস্থায় অনেকবার এই পরীক্ষা করিয়া পরিমাপ করা সময়ের গড় লওয়া হইল। ধরা যাউক্, এই সময়$=t$ সেকেণ্ড। পর্যবেক্ষক দুইজনের মধ্যে দূরত্ব x সে.মি. হইলে, শব্দ-তরঙ্গের গতিবেগ c হইবে

$$c=\frac{x}{t} \text{ সে.মি/সেকেণ্ড।}$$

এইপ্রকার পরীক্ষায় সাধারণতঃ দুইটি কারণে সংশোধন প্রয়োজন।

(১) বায়ুপ্রবাহের জন্য সংশোধন এবং (২) পর্যবেক্ষদের ব্যক্তিগত ত্রুটির জন্য সংশোধন।

বায়ুপ্রবাহের জন্য সংশোধন করিবার জন্য দুইজন পর্যবেক্ষকের প্রত্যেককেই একটি করিয়া বন্দুক ও স্টপওয়াচ দেওয়া হইল। একজন বন্দুক ছুড়িলে অপর জন সময়ের পরিমাপ করিবে; এবং দ্বিতীয়জন বন্দুক ছুড়িলে প্রথমজন সময়ের পরিমাপ করিবে। ধরা যাউক্ উভয়ের পরিমাপ করা সময় যথাক্রমে t_1 এবং t_2 সেকেণ্ড। বায়ুপ্রবাহের দিক যদি প্রথম পর্য্যবেক্ষকের স্থান হইতে দ্বিতীয় পর্যবেক্ষকের দিকে হয় এবং ইহার পরিমাণ v সে.মি./সেকেণ্ড হইলে,

$$c+\mathrm{v}=\frac{x}{t_1}$$

এবং $$c-\mathrm{v}=\frac{x}{t_2}$$

অতএব $$\mathrm{v}=\tfrac{1}{2}\left(\frac{x}{t_1}+\frac{x}{t_2}\right)\frac{\text{সে.মি.}}{\text{সেকেণ্ড}}\text{।}$$

এইভাবে, বায়ুপ্রবাহের জন্য সংশোধন করা হয়।

পর্যবেক্ষকরা হয়তো বন্দুকের আলোক-ঝলক দেখামাত্রই স্টপওয়াচ চালাইল না; অথবা বন্দুকের শব্দ শোনামাত্রই স্টপওয়াচ বন্ধ করিল না। আলো এবং শব্দের ব্যাপারে প্রত্যেক মানুষের সংবেদনশীলতা এক নয়। এইপ্রকার ব্যক্তিগত ত্রুটির জন্য বন্দুক-ছোড়ার মুহূর্ত এবং শব্দ পৌছানোর মুহূর্তকে বৈদ্যুতিক পদ্ধতিতে নিখুঁতভাবে পরিমাপ করা হয়।

পরীক্ষাগারে নানাবিধ উপায়ে বাতাস এবং অন্য যে কোনও বায়বীয় পদার্থে শব্দ-তরঙ্গের গতিবেগ পরিমাপ করা যায়। পূর্ববর্ণিত কুন্ড্‌ নলের সাহায্যে এইপ্রকার নিখুঁত পরিমাপ সম্ভব।

5.19. শব্দের উৎস (Sources of sound) **:** মানুষের শ্রবণেন্দ্রিয়ের কর্ণ-পটহ (Ear-drum) কম্পিত হইলেই শব্দের অনুভূতি হয়। কর্ণ-পটহের পার্শ্ববর্তী বাতাস বা অন্য কোনও বায়বীয় পদার্থের বস্তুকণার কম্পনের জন্য কর্ণপটহে কম্পনের সৃষ্টি হয়। সুতরাং মুক্ত বাতাসে উপযুক্ত কম্পনাঙ্কের দীর্ঘ-তরঙ্গের সৃষ্টি হইলেই শব্দ শোনা সম্ভব। সুতরাং শব্দের উৎস বলিতে আমরা সেইসব ঘটনাকেই বুঝিব যাহা বাতাসে উপযুক্ত কম্পনাঙ্কের (20 হইতে 20,000 সাইক্‌ল্‌স্‌/সেকেণ্ড) দীর্ঘ-তরঙ্গের সৃষ্টি করিতে পারে।

বস্তুতঃ যে কোনও কম্পমান বস্তুই ইহার চারিপার্শ্বের বাতাসে শব্দতরঙ্গের সৃষ্টি করিতে পারে। আমরা বহুপ্রচলিত কতকগুলি শব্দের উৎস নিয়ে বর্ণনা করিব।

(ক) **কম্পমান শলাকা** (Tuning Fork) **:** ইহা U-আকৃতি বিশিষ্ট ইস্পাতের দণ্ড। 5.19. (i) চিত্র দ্রষ্টব্য। U-এর বাঁকের কাছে একটি হাতলের সহিত শলাকাটি সংযুক্ত থাকে। কোন শক্ত কুশনের দণ্ডের সাহায্যে আঘাত করিয়া ইহাকে কম্পমান করা হয়।

কম্পমান শলাকার একটি বিশেষত্ব হইল যে ইহার কম্পনাঙ্ক একটি মাত্র, এবং এই কম্পনাঙ্ক পারিপার্শ্বিক অবস্থার উপর বিশেষ নির্ভরশীল নহে। কম্পমান শলাকা উহার চারিপার্শ্বের বায়ব মাধ্যমে উহার নিজের কম্পনাঙ্ক বিশিষ্ট শব্দতরঙ্গের সৃষ্টি করে।

কম্পমান শলাকার ভর এবং আকার ও আয়তনের উপর উহার কম্পনাঙ্ক নির্ভর করে। যে কোনও কম্পনাঙ্কের একটি শলাকা লইয়া উহার দণ্ডে অল্প পরিমাণ অন্য বস্তু জুড়িয়া দিলে শলাকার কম্পনাঙ্ক অল্প পরিমাণ পরিবর্তিত হইবে।

চিত্র 5.19 (i)

(খ) **কম্পমান তার** (Vibrating string) **:** কোনও ধাতু-নির্মিত তারকে টান-টান অবস্থায় দুইটি কীলকের সহিত শক্ত করিয়া বাঁধিয়া দিলে উহা শব্দের উৎস হিসাবে ব্যবহৃত হইতে পারে। তারের যে কোন স্থান টানিয়া ছাড়িয়া দিলে তারটি কাঁপিতে থাকিবে। সেতারের তারে এইভাবে কম্পন সৃষ্টি করা হয়। তারের যে কোনও স্থানে কোনও শক্ত দণ্ড দ্বারা হঠাৎ আঘাত করিলেও তারটি কম্পমান হইবে। পিয়ানোর তারে এইভাবে কম্পন সৃষ্টি করা হয়। আবার, কোনও ছড়ের সাহায্যে বিভিন্ন চাপে

তারের কম্পন স্থষ্টি করা হয় বেহালা জাতীয় যন্ত্রে। কম্পমান তারের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্ক একটি নয় ; তারের দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করিয়া অনেক কম্পনাঙ্কের কম্পনই ইহার মধ্যে স্থষ্টি করা সম্ভব। তারের কম্পনের শক্তি পার্শ্ববর্তী বায়ব পদার্থে উপযুক্ত কম্পনাঙ্কের শব্দ তরঙ্গের স্থষ্টি করে।

(গ) **কম্পমান প্লেট** (Vibrating plates) **:** সাধারণতঃ অল্প বেধের, এবং অপেক্ষাকৃত সহজে সম্প্রসারণশীল পদার্থের এক খণ্ড লইয়া ইহার চারিপার্শে টান দিয়া ধরিয়া রাখার ব্যবস্থা করিলে কম্পমান প্লেট পাওয়া যায়। অন্য কোনও শক্ত বস্তুর প্যাড বা আঙ্গুলের সাহায্যে উহার উপর আঘাত করিয়া প্লেটকে কম্পমান করা যায়। প্লেটের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কগুলি উহার ভর, আকার ও আয়তনের উপর নির্ভর করে। ইহার উপরে অন্য কোন বস্তু অল্প পরিমাণ জুড়িয়া দিয়া, ইহার কম্পনাঙ্কের অল্প পরিমাণ পরিবর্তন করা সম্ভব। ড্রাম বা তবলা জাতীয় যন্ত্র এই প্রকার শব্দ উৎসের উদাহরণ। প্লেটের কম্পনের শক্তি উহার চারিপার্শ্বের বায়ব মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের স্থষ্টি করে।

(ঘ) **কম্পমান বায়ুস্তম্ভ** (Vibrating air column) **:** কোন নলের মধ্যে বায়ু প্রবেশ করাইয়া কোন কম্পমান প্লেট বা কম্পমান শলাকার সাহায্যে ঐ বায়ুস্তম্ভের স্বাভাবিক কম্পনাঙ্কের যে কোনও একটি বা একাধিক কম্পনাঙ্কের কম্পন একই সঙ্গে স্থষ্টি করা যায়। নলের একদিক, কিম্বা দুইদিকই খোলা থাকিতে পারে এবং নলের দৈর্ঘ্য বরাবর ছিদ্র করিয়া ইহার কার্য্যকারী দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বা হ্রাস করা সম্ভব। এইভাবে বায়ু-স্তম্ভের কম্পনাঙ্ক নিয়ন্ত্রিত করা যায়। বাঁশী, অরগ্যান ইত্যাদি যন্ত্র এই প্রকার শব্দ-উৎসের উদাহরণ।

ইহা ছাড়া যে কোনও কম্পনই উপযুক্ত কম্পনাঙ্কের এবং বিস্তারের হইলে, উহা পার্শ্ববর্তী বায়ব মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের স্থষ্টি করে। কোনও বস্তু মেঝেতে পড়িয়া গেলে, মেঝে এবং বস্তুর কম্পনের জন্য শব্দের স্থষ্টি হয়। বস্তুতঃ যে কোনও শব্দের উৎস কোন না কোনও কম্পমান বস্তু।

5.20. স্থরসমৃদ্ধ ও স্থরবর্জিত শব্দ (Musical sound and noise) **:**

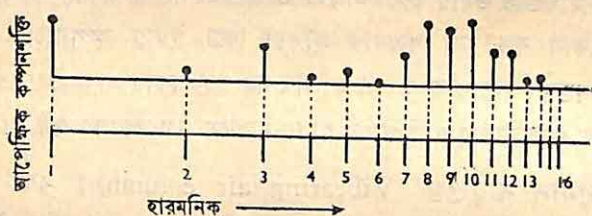
যে শব্দ মানুষের শ্রুতি-সুখকর তাহাকেই **স্থরসমৃদ্ধ শব্দ** (Musical sound) বলে। যে সকল শব্দ স্থরসমৃদ্ধ নহে, তাহারাই **স্থরবর্জিত শব্দ** (Noise)।

স্থতরাং স্থরসমৃদ্ধ শব্দ কোন্‌গুলি হইবে, তাহা মানুষের অনুভূতির উপর নির্ভর করে।

যে সব শব্দকে অনেকেই স্থরসমৃদ্ধ বলিয়া মনে করে, সেই সব শব্দকে যন্ত্রের সাহায্যে নানাভাবে বিশ্লেষণ করা হইয়াছে। এইরূপ বিশ্লেষণের ফলে দেখা গিয়াছে যে, স্থরসমৃদ্ধ শব্দের কতকগুলি বৈশিষ্ট্য আছে। এই বৈশিষ্ট্যগুলি হইল,

(১) ইহাদের মধ্যে সাধারণতঃ একাধিক কম্পনাঙ্কের শব্দ তরঙ্গ থাকে ; এবং এই কম্পনাঙ্কগুলি একটি হারমনিক শ্রেণী (Harmonic series) গঠন করে।

(২) শব্দতরঙ্গের মোট কম্পনশক্তি ফাণ্ডামেণ্টাল এবং হারমনিক কম্পনাঙ্কের শব্দ-তরঙ্গের মধ্যে সমভাবে বন্টিত থাকে না। ফাণ্ডামেণ্টাল ও হারমনিক কম্পনাঙ্কের শব্দতরঙ্গে মোট কম্পনশক্তির বণ্টনের বিন্যাসকে ঐ বিশেষ স্বর সমৃদ্ধ শব্দের গুণ (Quality) বলা হয়।

5.20. (i) চিত্রে ক্ল্যারিওনেট বাদ্যযন্ত্রের স্বরসমৃদ্ধ শব্দে বিভিন্ন হারমনিকের তরঙ্গে মোট কম্পনশক্তি কিভাবে বন্টিত তাহা দেখানো হইয়াছে। চিত্রে দেখা যাইতেছে যে

চিত্র 5.20 (i)

এক্ষেত্রে, ফাণ্ডামেণ্টাল, এবং অষ্টম, নবম, দশম হারমনিকেই অপেক্ষাকৃত বেশী কম্পন-শক্তি আছে। বিভিন্ন শব্দ-উৎসের স্বরসমৃদ্ধ শব্দের গুণ বিভিন্ন ; অর্থাৎ বিভিন্ন হারমনিকে কম্পনশক্তি বণ্টনের বিন্যাস বিভিন্ন।

উপরোক্ত দুইটি বৈশিষ্ট্য যান্ত্রিক উপায়ে বিশ্লেষণের ফল। কিন্তু স্বরসমৃদ্ধ শব্দের বিশ্লেষণে মানুষের শ্রবণানুভূতির ভূমিকা উপেক্ষা করা যায় না। সেইজন্য স্বরসমৃদ্ধ শব্দের আরও দুইটি বৈশিষ্ট্য বিশেষ উল্লেখযোগ্য। নিম্নে ইহা বর্ণিত হইল।

(ক) **তীক্ষ্ণতা (Pitch) ঃ** সাধারণতঃ আমরা যাহাকে চড়া স্বর বলি, তাহার তীক্ষ্ণতা (Pitch) বেশী ; এবং খাদের স্বরের তীক্ষ্ণতা কম। সুতরাং **চড়া ও খাদের স্বরের অনুভূতির যাহা মূল কারণ তাহাকেই ঐ শব্দের তীক্ষ্ণতা** (Pitch) **বলে।**

পরীক্ষা করিয়া দেখা গিয়াছে যে **মূলতঃ ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্কই কোনও স্বরসমৃদ্ধ শব্দের তীক্ষ্ণতা নির্ণয় করে।** অবশ্য অনেক ক্ষেত্রে ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্কে কম্পনের শক্তি অনেক কম হইতে পারে ; এবং সেক্ষেত্রে ঐ স্বরসমৃদ্ধ শব্দের গুণ (Quality) উহার তীক্ষ্ণতা নির্ধারণ করে।

(খ) **প্রাবল্য (Loudness) ঃ** শব্দের প্রাবল্য মানুষের অনুভূতির ব্যাপার।

ইহা মূলতঃ শব্দের মোট কম্পনশক্তির উপর নির্ভর করিলেও দেখা যায় যে প্রাবল্য, শব্দের তীক্ষ্ণতা ও গুণের উপরেও নির্ভরশীল।

শব্দের প্রাবল্য নির্ণয় করিবার জন্য নিম্নলিখিত পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়। প্রতি সেকেণ্ডে 1000 কম্পনাঙ্কের একটি সরল পর্যায়বৃত্তিক এবং সমতল শব্দ তরঙ্গকে এমনভাবে প্রবাহিত করানো হয় যাহাতে উহা পর্যবেক্ষকের ঠিক সামনের দিক হইতে পর্যবেক্ষকের দিকে আসে। ধরা যাউক এই স্ট্যাণ্ডার্ড' শব্দ-তরঙ্গের কম্পনশক্তির তীব্রতা, 0·0002 ডাইন্‌স্/ (সে.মি.)^2 চাপ-বিস্তার সম্পন্ন শব্দতরঙ্গের কম্পনশক্তির তীব্রতার তুলনায় n 'ডেসিবেল' (decibel) বেশী। এখন, একটি অজানা শব্দ-তরঙ্গের প্রাবল্য যদি কানে শুনিয়া উপরোক্ত স্ট্যাণ্ডার্ড শব্দ-তরঙ্গের প্রাবল্যের সমান বলিয়া মনে হয়, তবে ঐ অজানা শব্দ তরঙ্গের প্রাবল্যকে n ফোন্‌স্ (Phons) প্রাবল্য বলা হয়। অর্থাৎ ফোন্ (Phon) হইল শব্দের প্রাবল্যের একক।

স্বরবর্জিত শব্দ (Noise) : মানুষের পক্ষে যাহা শ্রুতিসুখকর নহে, তাহাকে স্বরবর্জিত শব্দ বলে।

স্বরবর্জিত শব্দের কোন বিশেষ তীক্ষ্ণতা বা গুণ নাই। একমাত্র প্রাবল্য দ্বারাই ইহার বিশেষত্ব নির্দিষ্ট করা হয়। উদাহরণ স্বরূপ বলা যায় যে, সাধারণতঃ এরোপ্লেনের কেবিনে স্বরবর্জিত শব্দের প্রাবল্য 90 হইতে 110 ফোন্‌স।

স্বরবর্জিত শব্দ মানুষের শ্রুতিসুখকর নহে ; সুতরাং ইহা সহজেই অনুমান করা যায় যে মানুষের স্বাস্থ্যের পক্ষে ইহা হানিকর হইতে পারে। বস্তুতঃ স্বরবর্জিত শব্দ কত প্রাবল্যের হইলে এবং এইরূপ শব্দ মানুষ কতক্ষণ শুনিলে, শারীরবৃত্তিক ও মনস্তাত্ত্বিক ক্ষতি কি হইতে পারে, এই বিষয়ে গবেষণা এখনও চলিতেছে।

5.21. শব্দ-সংরক্ষণ (Sound recording) এবং শব্দ-পুনরুজ্জীবন (Sound reproduction) এর মূল নীতি :

আমরা দেখিয়াছি, যেকোনও শব্দের উৎস কোন না কোন কম্পমান বস্তু। একটি বস্তুকে একইভাবে কম্পমান করিতে পারিলে উহা পুনরায় একই প্রকার শব্দ সৃষ্টি করিবে। কোনও শব্দের উৎস হইতে বাতাসে যে শব্দ তরঙ্গ ছড়াইয়া পড়িতেছে তাহার বৈশিষ্ট্য জানিতে হইলে মাধ্যমের কোন এক বস্তুকণা কিভাবে কম্পিত হইতেছে তাহা জানিতে হইবে। ঐ কম্পমান বস্তুকণার সরণ সময়ের সহিত কিভাবে পরিবর্তিত হইতেছে তাহাই ঐ শব্দের বৈশিষ্ট্য বহন করিতেছে। শব্দের কম্পনশক্তি মাধ্যমের যে সকল অঞ্চল দিয়া অগ্রসর হইতেছে তাহার প্রত্যেক বিন্দুতেই একই প্রকার সরণ-সময় লেখচিত্র পাওয়া যাইবে।

সুতরাং শব্দপ্রবাহের মধ্যে যে কোন অঞ্চলের বস্তুকণার সরণ-সময় লেখচিত্র যদি সংরক্ষণ করা যায়, তাহা হইলেই শব্দ-সংরক্ষণ সম্ভব হইবে। অবশ্য সংরক্ষণের অর্থই হইল যে ঐ সংরক্ষণ হইতে শব্দকে যেন পুনরুজ্জীবিত করা যায়। আমরা ডিস্ক (Disc), ফটোগ্রাফিক ফিল্ম (Photographic film) এবং চৌম্বক টেপ (Magnetic Tape)-এ শব্দ সংরক্ষণ এবং উহা হইতে শব্দ পুনরুজ্জীবনের পদ্ধতির সংক্ষিপ্ত আলোচনা করিব। এই তিনটি পদ্ধতিতেই যে অংশ সাধারণ, তাহার আলোচনা করা যাউক্।

শব্দপ্রবাহকে প্রথমে একটি ডায়াফ্রাম (Diaphragm)-এর উপর আপতিত করা হয়। শব্দ-তরঙ্গের জন্য বাতাসের বস্তুকণার যে কম্পন থাকে, তাহার ফলে ডায়াফ্রামটিও কাঁপিতে থাকে। এই কম্পন নিয়ন্ত্রিত কম্পন (Forced Vibration)। বিশেষ ধরণের যান্ত্রিক বিন্যাসের দ্বারা এই কম্পনের সাহায্যে পরিবর্তী (Alternating) বিদ্যুৎ-প্রবাহ সৃষ্টি করা হয়। এই প্রকার যন্ত্র বিন্যাসই **মাইক্রোফোন** (Microphone) নামে প্রচলিত। যন্ত্রবিন্যাসের খুঁটিনাটির উপর নির্ভর করিয়া বিভিন্নপ্রকার মাইক্রোফোন উদ্ভাবিত হইয়াছে। কিন্তু প্রত্যেক মাইক্রোফোনেই আপতিত শব্দতরঙ্গের জন্য ডায়াফ্রামের কম্পন শেষপর্যন্ত পরিবর্তী বিদ্যুৎপ্রবাহ তৈয়ারী করে। এক্ষেত্রে, সর্বাপেক্ষা উল্লেখযোগ্য বৈশিষ্ট্য হইল যে, ঐ পরিবর্তী বিদ্যুৎপ্রবাহ দ্বারা মাইক্রোফোনের নীতি অনুসরণ করিয়া যদি অন্য একটি ডায়াফ্রামকে কম্পিত করা যায় তাহা হইলে ডায়াফ্রামের ঐ কম্পন বাতাসের মধ্যে হুবহু একটি প্রকার শব্দতরঙ্গের সৃষ্টি করে। সুতরাং মাইক্রোফোন ব্যবহার করার ফলে বাতাসের বস্তুকণার সরণ-সময় লেখচিত্রের পরিবর্তে, পরিবর্তী বিদ্যুৎপ্রবাহ রূপেই শব্দ সংরক্ষিত হয়। এই পরিবর্তী বিদ্যুৎপ্রবাহকে স্থায়ীভাবে সংরক্ষিত করার বিভিন্ন উপায় অবলম্বন করা হয়।

(ক) ডিস্‌ক্-এ শব্দ-সংরক্ষণ ও পুনরুজ্জীবন : মাইক্রোফোনের বিদ্যুৎ-প্রবাহ দ্বারা একটি সূক্ষ্ম ও কঠিন ধাতব কীলককে গতিশীল করিয়া উহা দ্বারা বৃত্তাকার ডিস্‌কে উহার পরিধির নিকট হইতে শুরু করিয়া কেন্দ্রের প্রায় কাছাকাছি পর্যন্ত একই গভীরতার স্পাইর্যাল আকৃতির দাগ কাটা হয়। এই প্রক্রিয়ার সময় ডিস্‌কটিকে একটি নির্দিষ্ট বৃত্তীয় গতিতে ঘুরানো হয়, এবং কীলকটি উহার উপর চাপিয়া বসানো থাকে।

প্রথমে, ধাতব মোমের তৈরী ডিস্‌ক লইয়া উহার উপরিতল চকচকে পালিশ করিয়া উহার উপর দাগ কাটা হয়। পরে, উহার উপরিতলে গ্রাফাইট ছড়াইয়া উহাকে বিদ্যুৎ-পরিবাহী করা হয়, এবং বিশেষ প্রকার বিদ্যুৎ-রাসায়নিক প্রক্রিয়ায় উহার উপর তামার প্রলেপ তৈয়ারী হয়। এই তামার প্রলেপকে পৃথক করিয়া উহার উপর পুনরায় একই উপায়ে তামার প্রলেপ ফেলিয়া এবং উহাকে পৃথক করিয়া তৈয়ারী হয় "মাদার

শেল” বা পজিটিভ। পূর্বেকার তামার প্রলেপ নেগেটিভ হিসাবে সংরক্ষিত থাকে। মাদার শেল হইতে পুনরায় বৈদ্যুৎ-রাসায়নিক প্রক্রিয়ায় নেগেটিভ শেল তৈয়ারী করা হয় এবং শেলাক, বেসিন প্রভৃতির মিশ্রণে তৈয়ারী রেকর্ডের উপর নেগেটিভটি রাখিয়া চাপ দিয়া রেকর্ডের উপরে দাগগুলি কাটা হয়। এই রেকর্ডেই তখন শব্দ সংরক্ষিত থাকে।

শব্দের পুনরুজ্জীবনের সময় এই রেকর্ডকে পুনরায় একই গতিতে ঘুরানো হয় এবং একটি সূচক কীলক (pin) রেকর্ডের দাগের উপর অল্পচাপে বসানো থাকে। দাগের মধ্য দিয়া চলাকালীন পিনটি কম্পিত হয়, এবং ইহা সাউণ্ড-বক্সের (Sound-box) মধ্যে একটি ডায়াফ্রামের সহিত এমনভাবে লাগানো থাকে যে ডায়াফ্রামটি কম্পিত হইয়া উহার চারিপার্শ্বের বাতাসে শব্দ-তরঙ্গের সৃষ্টি করে।

অনেক ক্ষেত্রে, পিনের কম্পনকে পুনরায় বিদ্যুৎ-তরঙ্গে রূপান্তরিত করিয়া উহাকে পরিমাণে বৃদ্ধি করা হয় এবং উহা দ্বারা ডায়াফ্রাম কম্পিত করিয়া শব্দের পুনরুজ্জীবন করা হয়।

(খ) **ফটোগ্রাফিক ফিল্মে শব্দ-সংরক্ষণ ও পুনরুজ্জীবন :** সবাক্ চলচ্চিত্রের জন্য যে ফিল্ম ব্যবহৃত হয়, তাহার দুই পার্শ্বে অল্প কিছু স্থান শব্দ-সংরক্ষণের জন্য ব্যবহৃত হয়। ইহাকে সাউণ্ড-ট্র্যাক (Sound track) বলে। একটি আলোক-উৎস হইতে নিঃসৃত আলোর তীব্রতা মাইক্রোফোনের বিদ্যুৎ-প্রবাহ দ্বারা নিয়ন্ত্রিত করা হয়। কোন কোন ক্ষেত্রে আলোক-উৎসেই এই তীব্রতা নিয়ন্ত্রিত হয় ; আবার অন্য ক্ষেত্রে আলোক উৎস হইতে আলোক বাহির হইয়া যাওয়ার পর মাইক্রোফোনের বিদ্যুৎ-প্রবাহ দ্বারা ইহার তীব্রতা নিয়ন্ত্রিত করা হয়।

এই তীব্রতা-নিয়ন্ত্রিত আলোক সাউণ্ড-ট্র্যাকে পড়িয়া ঐ স্থানের ফটোগ্রাফিক ফিল্মে রাসায়নিক বিক্রিয়া ঘটায়। এই প্রক্রিয়ার সময় ফিল্মটি সচল থাকে ; সুতরাং ফিল্মের দৈর্ঘ্য-বরাবর সাউণ্ড-ট্র্যাকে বিভিন্ন এক্স্পোজারে ফটোগ্রাফিক বিক্রিয়া হইতে থাকে। পরে ফিল্মকে ডেভেলপ্ করিলে যে নেগেটিভ্ পাওয়া যায়, তাহাতে সাউণ্ড-ট্র্যাকের বিভিন্ন অংশের স্বচ্ছতা, ফিল্মের উপর আপতিত আলোর তীব্রতা পরিবর্তনের সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ হয়। এইভাবে ফিল্মের নেগেটিভে বিভিন্ন স্বচ্ছতার সাউণ্ড-ট্র্যাকে শব্দ সংরক্ষিত হয়।

শব্দের পুনরুজ্জীবনের সময়, সচল সাউণ্ড-ট্র্যাকের উপরে একটি নির্দিষ্ট তীব্রতার আলোক-উৎস হইতে আলো ফেলা হয়। সাউণ্ড-ট্রাকের স্বচ্ছতা বিভিন্ন বলিয়া, ফিল্মের ভিতর দিয়া অতিক্রান্ত আলোর তীব্রতা কম-বেশী হয়। পরিবর্তী তীব্রতায় এই আলোক একটি ফটো-সেলের উপর পড়িলে ফটো-সেলের বিভিন্ন অংশ হইতে বিভিন্ন

সংখ্যক ইলেকট্রন নির্গত হয়। ইহাদের মিলিত প্রভাবে যে বিদ্যুৎপ্রবাহ তৈয়ারী হয়, তাহাও যে পরিবর্তী-প্রবাহ হইবে তাহা সহজেই বুঝা যায়। এই পরিবর্তী বিদ্যুৎ-প্রবাহকে ইলেকট্রনিক পদ্ধতিতে বহুগুন বৃদ্ধি করিয়া উহা দ্বারা অপর একটি ডায়াফ্রামকে কম্পিত করা হয়, এবং সংরক্ষিত শব্দ পুনরুজ্জীবিত হয়।

(গ) চৌম্বক-টেপ বা চৌম্বক-ফিতায় শব্দ-সংরক্ষণ ও ইহার পুনরুজ্জীবন ঃ

একটি পাতলা সেলুলয়েডের ফিতার উপর বিশেষ ধরণের চৌম্বক পদার্থের প্রলেপ তৈয়ারী করা হয়। ইহাকে চৌম্বক-ফিতা (Magnetic tape) বলে। চৌম্বক-ফিতাকে একটি নির্দিষ্ট গতিবেগে একটি বর্তুল হইতে অন্য একটি বর্তুলে জড়ানো হয়; এবং দুইটি বর্তুলের মধ্যভাগে মাইক্রোফোনের পরিবর্তী বিদ্যুৎ-প্রবাহ দ্বারা চৌম্বক-ফিতার উপর প্রলেপের চৌম্বক অবস্থা পরিবর্তন করা হয়। এই পরিবর্তিত চৌম্বক অবস্থার মধ্যেই শব্দ সংরক্ষিত থাকে।

পরে, যখন ঐ ফিতা একই গতিবেগে একটি তারের বর্তনীর পার্শ্ব দিয়া অগ্রসর হয়, তখন ঐ বর্তনীতে চৌম্বক-আবেশ (Magnetic induction) হয়। চৌম্বক-আবেশের পরিমাণ স্বভাবতঃই ফিতার প্রলেপের চৌম্বক-অবস্থার উপর নির্ভর করে। সুতরাং বর্তনীতে চৌম্বক আবেশের পরিমাণ পরিবর্তী হয় এবং ইহার ফলে বর্তনীতে যে তড়িৎ-বিভবের (Electromotive force) সৃষ্টি হয়, তাহা একটি পরিবর্তী বিদ্যুৎ-প্রবাহের সৃষ্টি করে। এই বিদ্যুৎ-প্রবাহকে ইলেক্‌ট্রনিক পদ্ধতিতে বহুগুন বৃদ্ধি করিয়া উহা দ্বারা অন্য একটি ডায়াফ্রামকে কম্পিত করিয়া শব্দের পুনরুজ্জীবন ঘটানো হয়।

ডিস্‌ক্, ফটোগ্রাফিক ফিল্ম বা চৌম্বক-ফিতায় শব্দ-সংরক্ষণ ও উহার পুনরুজ্জীবন করার গুরুত্ব এবং তাহার উপযোগিতা পৃথকভাবে আলোচনা করা নিষ্প্রয়োজন। এ-সম্পর্কে বিভিন্ন পদ্ধতির উন্নতিকল্পে মানুষের বহু প্রচেষ্টা নিয়োজিত হইয়াছে। বর্তমানে ইহারা অতি-আধুনিক যন্ত্রবিদ্যার (Technology) একটি গুরুত্বপূর্ণ অংশ। আমরা উপরে শুধুমাত্র ইহাদের মূল-নীতির অতি-সংক্ষিপ্ত বর্ণনা লিপিবদ্ধ করিলাম।

5.22. আলোকের তরঙ্গ-গতি (Wave motion of light) ঃ

সপ্তদশ শতাব্দীর মাঝামাঝিতেও মানুষের ধারণা ছিল যে আলোক বস্তুতঃ কতকগুলি কণিকার (Corpuscles) সমষ্টি। আলোকের উৎস হইতে এই সকল কণিকা নির্দিষ্ট গতিবেগে এবং সরলরেখায়, উৎসের চারিদিকে ছড়াইয়া পড়ে। ইহারা কাচ প্রভৃতি স্বচ্ছ বস্তুর মধ্য দিয়া অবাধে চলিয়া যাইতে পারে, এবং অস্বচ্ছ বস্তুর মধ্যে ইহাদের গতি বাধাপ্রাপ্ত হয়। বস্তুতঃ অস্বচ্ছ বস্তুর উপরিতলে ইহারা প্রতিফলিত হয়। এই কণিকাগুলি মানুষের চক্ষুতে প্রবেশ করিয়া আলোকের অনুভূতি জাগায়।

1678 খ্রীষ্টাব্দে বৈজ্ঞানিক হিগিন্‌স্ (Christian Huygens) প্রথম দেখান যে প্রতিফলন এবং প্রতিসরণের নিয়মগুলি আলোককে তরঙ্গ-ধর্মী মনে করিলে সহজেই বুঝা যায়। কিন্তু তৎকালীন বৈজ্ঞানিক সমাজে হিগিন্‌সের মতবাদ বিশেষ গ্রাহ্য হয় নাই। এই সময়েই গ্রীমালদি লক্ষ্য করিয়াছিলেন যে কোনও বস্তুকে একদিক হইতে আলোকিত করিলে বস্তুর পার্শ্বদেশে আলোক যেন বাঁকিয়া বস্তুর অপর পার্শ্বে চলিয়া যায়। গ্রীমালদির এই পর্যবেক্ষণ তখনকার দিনে উপেক্ষিত হইয়াছিল।

উনবিংশ শতাব্দীর গোড়ার দিকে বৈজ্ঞানিক ইয়ঙ্ (Young) এবং ফ্রেনেল (Fresnel) আলোর ক্ষেত্রে প্রক্ষেপণ (Interference or Superposition) পর্যবেক্ষণ করেন। এই প্রকার পরীক্ষার দ্বারা ইয়ঙ্ আলোক তরঙ্গের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য পরিমাপ করেন; এবং ফ্রেনেল দেখান যে আলোককে অতি ক্ষুদ্র তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গরূপে কল্পনা করিলেই প্রক্ষেপণ এবং গ্রীমালদির পর্যবেক্ষণ ব্যাখ্যা করা যায়।

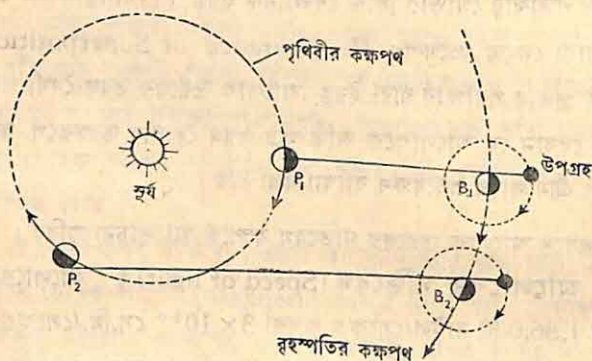
আমরা প্রথমে আলোক তরঙ্গের গতিবেগ সম্পর্কে আলোচনা করিব।

5.23. **আলোকের গতিবেগ** (Speed of light) **:** আলোকের গতিবেগের পরিমাণ প্রায় 1,86,000 মাইল/সেকেণ্ড অথবা 3×10^{10} সে.মি./সেকেণ্ড। গতিবেগের পরিমাণ এত বেশী বলিয়া পরীক্ষাগারে ইহার পরিমাপ করা বেশ কষ্টসাধ্য। 1676 খ্রীষ্টাব্দে জ্যোতির্বিদ রোমার (Roemer) প্রথম আলোকের গতিবেগ পরিমাপ করেন। ইহার পূর্বে লোকে বিশ্বাস করিত যে আলোকের গতিবেগ অসীম। পরে, 1849 খ্রীষ্টাব্দে বৈজ্ঞানিক ফিজু (Fizeau) পরীক্ষাগারে আলোকের গতিবেগ পরিমাপ করেন। নিম্নে, রোমার এবং ফিজুর পদ্ধতি বর্ণনা করা হইল।

(**ক**) **রোমারের পদ্ধতি :** বৃহস্পতি গ্রহের একটি উপগ্রহ পর্যবেক্ষণ করিয়া জ্যোতির্বিদ রোমার প্রথম প্রমাণ করেন যে আলোক একটি নির্দিষ্ট গতিবেগে (অসীম নয়) প্রবাহিত হয়। বৃহস্পতির বারোটি উপগ্রহ আছে। ইহাদের মধ্যে চারটি উপগ্রহকে ভালো দূরবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে সহজেই দেখিতে পাওয়া যায়। বৃহস্পতির আশেপাশে উপগ্রহগুলি বৃহস্পতির চারিদিকে আবর্তন করে। পৃথিবী এবং বৃহস্পতি সূর্যের চারিদিকে যে তলে আবর্তন করে, বৃহস্পতির উপগ্রহগুলিও বৃহস্পতির চারিদিকে ঐ তলেই আবর্তনশীল। সুতরাং পৃথিবীর হইতে দেখিলে ঐ উপগ্রহগুলি উহাদের প্রত্যেক আবর্তনের কিছু সময় বৃহস্পতির আড়ালে চলিয়া যায়।

রোমার বৃহস্পতির একটি উপগ্রহের আবর্তন সময় পরিমাপে নিযুক্ত ছিলেন। ঐ উপগ্রহটি পরপর দুইবার বৃহস্পতির আড়ালে চলিয়া যাইতে যে সময় নেয়, রোমার তাহাই পরিমাপ করিতেছিলেন। বহুদিন ধরিয়া পর্যবেক্ষণ করিয়া তিনি দেখেন যে এই আবর্তন সময় পরিবর্তিত হয়। ইহাও দেখা গেল যে, পৃথিবী যখন বৃহস্পতি হইতে

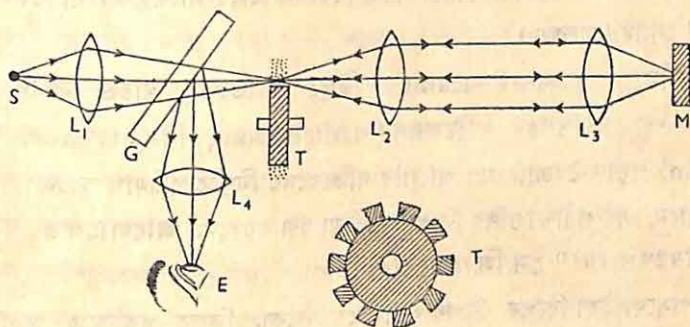
দূরে সরিয়া আসিতে থাকে তখন এই আবর্তন সময় গড় আবর্তন সময়ের চেয়ে বেশী। অন্য পক্ষে, পৃথিবী যখন বৃহস্পতির কাছে আগাইয়া আসিতে থাকে, তখন আবর্তন-সময় গড় আবর্তন সময়ের চেয়ে কম। পৃথিবী এবং বৃহস্পতির মধ্যে দূরত্ব কম-বেশী হওয়াতেই এইরূপ হইতেছে, রোমার ইহা অনুমান করেন।

ধরা যাউক্, 5.23 (i) চিত্রানুযায়ী, পৃথিবী এবং বৃহস্পতি যখন P_1 এবং B_1 অবস্থানে আছে, তখন পর্যবেক্ষণ শুরু করা হইল। সূর্যের চারিদিকে বৃহস্পতির একবার

চিত্র 5.23 (i)

আবর্তন করিতে প্রায় 12 বৎসর লাগে। সুতরাং পৃথিবী (ধরা যাউক্ পাঁচ মাসে) P_2 অবস্থানে আসিলে সেই সময়ে বৃহস্পতি মাত্র অল্প পরিমাণ সরিয়া আসিয়া B_2 অবস্থানে পৌঁছাইবে। এই পাঁচ মাসে পৃথিবী ও বৃহস্পতির মধ্যে দূরত্ব ক্রমাগত বৃদ্ধির দিকে। সুতরাং উপগ্রহটি বৃহস্পতির আড়ালে যাইবার মুহূর্তে আলোক-তরঙ্গ পৃথিবীতে পৌঁছাইতে যে সময় লইবে, ঠিক ইহার পরের বার উপগ্রহটি বৃহস্পতির আড়ালে যাইবার মুহূর্তে আলোক-তরঙ্গ পৃথিবীতে পৌঁছাইতে কিছু বেশী সময় লইবে, কারণ পৃথিবী ও বৃহস্পতির মধ্যে দূরত্ব ইতিমধ্যে কিছু বৃদ্ধি পাইয়াছে। সুতরাং উপগ্রহের আবর্তন-সময় প্রকৃত আবর্তন-সময়ের তুলনায় কিছু বেশী দেখাইবে।

এইরূপ পর্যবেক্ষণ হইতে রোমার এই সিদ্ধান্তে আসেন যে সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের সমান দূরত্ব অতিক্রম করিতে আলোক তরঙ্গের সময় লাগে প্রায় 22 মিনিট।

পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের পরিমাণ, তদানীন্তন পর্যবেক্ষণের ভিত্তিতে, প্রায় 172, 000,000 মাইল। ইহা হইতে দেখা যায় যে, আলোকের গতিবেগ $=\dfrac{172,000,000}{22\times 60}$ মাইল/সেকেণ্ড $\simeq$ 130,000 মাইল/সেকেণ্ড অথবা প্রায় 2×10^{10} সে.মি./সেকেণ্ড।

(খ) **ফিজুর পদ্ধতি ঃ** ফিজুই সর্বপ্রথম পরীক্ষাগারে আলোকের গতিবেগ পরিমাপ করেন। তাঁহার যন্ত্রবিন্যাস 5.23 (ii) চিত্রে দেখানো হইয়াছে। আলোক-উৎস, S, হইতে আলোক-তরঙ্গ লেন্স, L, দ্বারা কেন্দ্রীভূত হইয়া চাকা, T এর উপর পড়িতেছে। চাকা, T এর পরিধির উপর কতকগুলি নির্দিষ্ট সংখ্যক দাঁত কাটা আছে।

চিত্র 5.23 (ii)

চাকাটিকে দ্রুতগতিতে ঘুরানোর ব্যবস্থা আছে। G একটি স্বচ্ছ কাচের প্লেট এবং ইহাকে আলোক-তরঙ্গের প্রবাহ দিকের সহিত তির্যক ভাবে রাখা হইয়াছে। ধরা যাউক্, চাকাটি স্থির আছে এবং উহার দুইটি দাঁতের মধ্য দিয়া আলোক চাকাকে অতিক্রম করিয়া যাইতেছে। L_2 এবং L_3 লেন্স দুইটির মধ্যে দূরত্ব প্রায় ৪·6 কিলোমিটার। L_1 লেন্স চাকার উপর আলোক উৎসের প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করে। L_2 এবং L_3 লেন্স ঐ প্রতিবিম্বের আর একটি প্রতিবিম্ব M আয়নায় সৃষ্টি করিতেছে।

M আয়না হইতে আলোক প্রতিফলিত হইয়া পূর্বের পথে ফিরিয়া আসিবে। ইহা কাচের প্লেট G-তে আংশিকভাবে প্রতিফলিত হইয়া L_4 লেন্সের মধ্য দিয়া পর্যবেক্ষকের চক্ষুতে প্রবেশ করিবে।

T-চাকাকে আবর্তিত করিলে উৎস S-এর আলোকতরঙ্গ নির্দিষ্ট ছোট ছোট দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ প্রবাহে ভাগ হইয়া যাইবে, এবং ইহারা চাকার ডানদিকে একে অপরকে অনুসরণ করিবে। চাকার আবর্তন গতিবেগ যদি এমন হয় যে, তরঙ্গ প্রবাহের ছোট ছোট অংশের যে কোনও একটি চাকা হইতে আয়না পর্যন্ত গিয়া উহাতে প্রতিফলিত হইয়া চাকায় ফিরিয়া আসিতে যে সময় নেয়, সেই সময়ে চাকার অস্বচ্ছ দাঁত আলোক তরঙ্গের সামনে আসিয়া পড়ে তাহা হইলে পর্যবেক্ষকের চক্ষুতে ঐ তরঙ্গ পৌঁছাইতে পারিবে না। চাকার কৌণিক গতিবেগ ইহার দ্বিগুণ করিলে যে সময়ে তরঙ্গ আয়নায় প্রতিফলিত হইয়া চাকায় পৌঁছাইবে সেই সময়ে দুইটি দাঁতের মধ্যবর্তী কাটা অংশ

তরঙ্গের সামনে পড়িবে। সুতরাং পর্যবেক্ষক আলোক উৎস, S-এর প্রতিবিম্ব দেখিতে পাইবে।

এইভাবে, চাকার কৌণিক গতিবেগ, চাকার ব্যাসার্ধ, দুইটি পরপর অবস্থিত দাঁতের দূরত্ব এবং আয়না হইতে চাকার দূরত্ব জানা থাকিলে আলোর গতিবেগ হিসাব করা যাইবে। এইভাবে পরীক্ষা করিয়া ফিজু দেখেন যে, আলোকের গতিবেগ $= 3.15 \times 10^{10}$ সে.মি./সেকেণ্ড।

পরবর্তীকালে ফুকো (Foucault), ফিজুর পদ্ধতিতেই আরও নিখুঁত পরিমাপ করেন। এই পদ্ধতিতেই মাইকেলসন্ (Michelson), পিস্ (Pease), পিয়ার্সন্ (Pearson) প্রভৃতি বৈজ্ঞানিকরা আলোর গতিবেগের নিখুঁত পরিমাপ করেন।

বর্তমানে, সব পরীক্ষাগুলির বিশ্লেষণ করিয়া ধরা হয় যে, **আলোকের গতিবেগ $= 2{\cdot}997929 \times 10^{10}$ সে.মি./সেকেণ্ড।**

এই প্রসঙ্গে, ইহা বিশেষ উল্লেখযোগ্য যে ফুকো, ফিজুর পদ্ধতিতে জলের মধ্যে আলোকের গতিবেগ পরিমাপ করেন। দেখা যায় যে, জলের মধ্যে আলোকের গতিবেগ বাতাসের মধ্যে আলোর গতিবেগের তুলনায় কম। আলোক যদি কতকগুলি কণিকার (Corpuscles) সমবায় হইত তাহা হইলে, জলের মধ্যে আলোকের গতিবেগ, বাতাসের মধ্যে গতিবেগ অপেক্ষা বেশী হওয়ার কথা। ফুকোর পর্যবেক্ষণই সর্বপ্রথম কণিকা মতবাদের সম্বন্ধে তদানীন্তন বৈজ্ঞানিকদের মনে সন্দেহের সৃষ্টি করে।

5.24. আলোক তরঙ্গের প্রক্ষেপণ (Interference of light) :

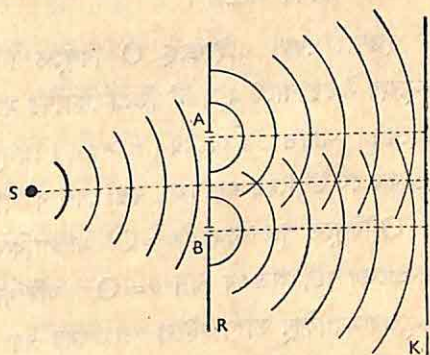
তরঙ্গ প্রক্ষেপণের মূলনীতি পূর্বে আলোচিত হইয়াছে। মাধ্যমের কোনও অংশের মধ্য দিয়া একই সঙ্গে একাধিক তরঙ্গ প্রবাহিত হইলে ঐ অংশের যে কোনও এক বিন্দুতে লব্ধি সরণের পরিমাণ, ঐ বিন্দুতে তরঙ্গগুলি এককভাবে প্রবাহিত হইলে প্রত্যেকের জন্য যে সরণ হইত, তাহার যোগফল।

আমরা বস্তুমাধ্যম কল্পনা করিয়া এবং বস্তুকণার সরণ বিবেচনা করিয়া এই সিদ্ধান্তে আসিয়াছিলাম যে দুইটি তরঙ্গ-উৎসে কম্পনাবস্থা একই হইলে, উৎস হইতে আলোচিত বিন্দুতে পৌঁছাইতে তরঙ্গ-দুইটির যে পথ-প্রভেদ হয়, ঐ বিন্দুতে কম্পনাবস্থার প্রভেদ তাহার সমানুপাতী। এই পথ-প্রভেদ ও তদনুযায়ী কম্পনাবস্থার প্রভেদের উপরই ঐ বিন্দুতে লব্ধি সরণ নির্ভর করিবে। ইহার ফলে, কোনও কোনও বিন্দুতে বস্তুকণার সরণ শূন্য হইবে, আবার কোনও কোনও বিন্দুতে সরণের বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে।

শব্দ-তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গ উৎসগুলি এমনই যে উহারা একবার কম্পিত হইলে কম্পনাবস্থা সময়ের সহিত নির্দিষ্ট ভাবে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ, একমুহূর্তের কম্পনাবস্থার সহিত অপর এক মুহূর্তের কম্পনাবস্থার একটি নির্দিষ্ট সম্বন্ধ আছে। সুতরাং দুইটি

বিভিন্ন শব্দ তরঙ্গের উৎসে কম্পনাবস্থা কোনও এক মুহূর্তে এক থাকিলে উহা অন্য সব মুহূর্তেও একই থাকিবে ; কোনও এক মুহূর্তে উহাদের কম্পনাবস্থার প্রভেদ থাকিলে অন্য সব মুহূর্তেও একই পরিমাণ প্রভেদ থাকিবে। ইহার ফলে, শব্দ-তরঙ্গের প্রক্ষেপণ, যাহা শুধু কম্পনাবস্থার প্রভেদের উপর নির্ভর করে, তাহা পর্যবেক্ষণ করা সহজ হয়। প্রক্ষেপণের ফল প্রতিমুহূর্তে পরিবর্তিত হয় না।

আলোক তরঙ্গের ক্ষেত্রে অবস্থা সম্পূর্ণ অন্যরূপ। পদার্থের পরমাণুর মধ্যে ইলেক্‌ট্রনের গতি পরিবর্তনের ফলে আলোক তরঙ্গের স্বষ্টি হয়। এই পরিবর্তনের বৈশিষ্ট্য এমনই যে আলোক উৎসের কম্পনাবস্থা এক মুহূর্ত হইতে অন্য মুহূর্তে সম্পূর্ণ এলোমেলো ভাবে পরিবর্তিত হয়। স্থতরাং দুইটি আলোক-উৎস হইতে আলোক তরঙ্গের কোনও এক বিন্দুতে প্রক্ষেপণের ফল সময়ের সহিত এলোমেলো ভাবে পরিবর্তিত হইবে ; এবং প্রক্ষেপণের ফল পর্যবেক্ষণ করা সম্ভব হইবে না।

এই জন্য আলোক তরঙ্গের প্রক্ষেপণের ফল পর্যবেক্ষণ করিতে হইলে, একটিমাত্র আলোক-উৎস ব্যবহার করিতে হইবে। এই উৎস হইতে আলোক-তরঙ্গকে দুইভাগে ভাগ করিয়া দুইটি বিভিন্ন বিন্দুতে লইয়া যাইতে হইবে। এই দুইটি বিন্দু তখন দুইটি বিভিন্ন আলোক-উৎস হিসাবে কাজ করিবে। প্রাথমিক আলোক উৎসে কম্পনাবস্থা প্রতিমুহূর্তে পরিবর্তিত হইলে উপরোক্ত দুইটি উৎসেও একই ভাবে কম্পনাবস্থা পরিবর্তিত হইবে, কিন্তু কম্পনাবস্থার প্রভেদ একই থাকিবে। 5.24 (i) চিত্রে এইরূপ একটি ব্যবস্থা দেখানো হইয়াছে। প্রাথমিক আলোক-উৎস S হইতে আলোক-তরঙ্গ প্রবাহিত হইয়া একটি অস্বচ্ছ পর্দা R-এ পড়িতেছে। R পর্দায় দুইটি সীমিত দৈর্ঘ্যের ছিদ্র আছে, ছিদ্র দুইটির দৈর্ঘ্য বই-এর পাতার উল্লম্ব দিকে। এই ছিদ্র দুইটি, A এবং B, পর্দার ডান দিকের মাধ্যমের জন্য দুইটি বিভিন্ন আলোক-উৎস হিসাবে কাজ করিতেছে। A এবং Bতে কম্পনাবস্থার প্রভেদ সব সময় একই থাকিবে। R-পর্দা ডানদিকে স্থাপিত অপর একটি পর্দা K-তে আলোক-তরঙ্গ বিক্ষেপণের ফল পর্যবেক্ষণ করা হয়।

চিত্র 5.24 (i)

দুইটি আলোক তরঙ্গ যখন কোনও এক বিন্দুতে একই কম্পনাবস্থায় থাকে, তখন ঐ বিন্দুটি আলোকিত দেখা যাইবে। উহাদের কম্পনাবস্থা যখন পরস্পরের বিপরীত এবং

উহাদের তীব্রতা একই পরিমাণের তখন বিন্দুটি আলোকশূন্য বা অন্ধকার দেখা যাইবে। সুতরাং K-পর্দায় বিভিন্ন বিন্দুতে A এবং B-র সমান্তরাল আলোকিত এবং অন্ধকার অঞ্চল দেখা যাইবে। ইহাদিগকে **প্রক্ষেপণ ফ্রিন্‌জ** (Interference fringes) বলে।

5.12 অনুচ্ছেদের আলোচনা অনুসারে, (চিত্র 5.12. (ii) দ্রষ্টব্য) একটি আলোকিত ফ্রিন্‌জের অবস্থান, θ হইলে,

$$S.\ \text{Sin}\ \theta = n\lambda. \qquad 5.24.\ (1)$$

অথবা, $\text{Sin}\ \theta = \dfrac{n\lambda}{S}$.

S = উৎস দুইটির মধ্যে দূরত্ব, λ = আলোকের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য এবং n একটি পূর্ণ সংখ্যা। আলোকের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য প্রায় 5×10^{-5} সে.মি. ধরিলে এবং A, B ছিদ্র দুইটি যদি খুব কাছাকাছি, অর্থাৎ 10^{-2} সে.মি. দূরত্বেও রাখা যায় তাহা হইলে দশম ক্রমের (অর্থাৎ $n=10$) আলোকিত ফ্রিন্‌জের কৌণিক অবস্থান হইবে,

$$\text{Sin}\ \theta = \frac{10 \times 5 \times 10^{-5}\ \text{সে.মি.}}{10^{-2}\ \text{সে.মি.}} = 0{\cdot}05$$

অথবা, $\theta \cong 3^\circ$।

সুতরাং দেখা যাইতেছে O বিন্দুতে ($n=0$ ফ্রিন্‌জ-এর অবস্থান) আলোকিত ফ্রিন্‌জের উভয় পার্শ্বে মাত্র 3° ডিগ্রী কোণের মধ্যে প্রায় 20টি আলোকিত ফ্রিন্‌জ দেখা যাইবে। আরও উচ্চ ক্রমের ($n>10$) ফ্রিন্‌জগুলিতে আলোর তীব্রতা সাধারণতঃ এত কম যে উহাদের পর্যবেক্ষণ করা বেশ কষ্টসাধ্য।

O বিন্দুতে শূন্য ক্রমের ($n=O$) আলোকিত ফিন্‌জ তৈয়ারী হয়। এই বিন্দুর জন্য পথ-প্রভেদ শূন্য, অতএব $\text{Sin}\ \theta = O$. যদি ধরা যায় P বিন্দু n ক্রমের আলোকিত ফ্রিন্‌জের মধ্যবিন্দু, তাহা হইলে শূন্য ক্রমের এবং n ক্রমের আলোকিত ফ্রিন্‌জের মধ্যে দূরত্ব Z হইবে,

$$Z = D \tan \theta. \qquad 5.24.\ (2)$$

আমরা উপরের আলোচনা হইতে দেখিয়াছি θ-এর পরিমাণ খুবই কম, সুতরাং $\tan \theta = \sin \theta$, এবং 5.24 (2) সমীকরণ হইতে

$$Z = D\ \text{Sin}\ \theta. \qquad 5.24.\ (3)$$

অতএব, $Z = D.\dfrac{n\lambda}{S}$

এবং $\lambda = \dfrac{ZS}{nD}$ 5.24. (4)

5.24. (4) সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে যে, A, B ছিদ্র দুইটির মধ্যে দূরত্ব, ছিদ্র K হইতে পর্দার দূরত্ব, এবং কেন্দ্রীয় আলোকিত ফ্রিন্‌জ্ ও উহার উভয়পার্শ্বে অন্য যে কোনও একজোড়া ফ্রিন্‌জের মধ্যেকার দূরত্ব পরিমাপ করিয়া আলোকের তরঙ্গদৈর্ঘ্য পরিমাপ করা যায়।

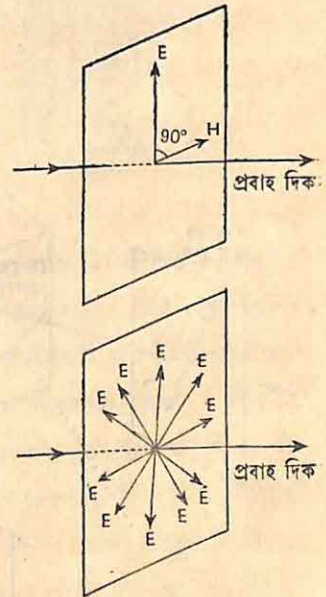
উদাহরণ : A, B ছিদ্র দুইটির দূরত্ব 0·2 মি.মি., K-পর্দার দূরত্ব এক মিটার এবং তৃতীয় ক্রমের আলোকিত ফ্রিন্‌জ্ কেন্দ্রীয় আলোকিত ফ্রিন্‌জ্ হইতে 7·5 মি.মি. দূরত্বে দেখা গেলে, আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য কত ?

5.24. (4) সমীকরণ অনুসারে,

$$\lambda = \frac{0{\cdot}75 \text{ সে.মি.} \times 0{\cdot}02 \text{ সে.মি.}}{3 \times 100 \text{ সে.মি.}} = 5 \times 10^{-5} \text{ সে.মি.} = 500 \text{ মিলি-মাইক্রন।}$$

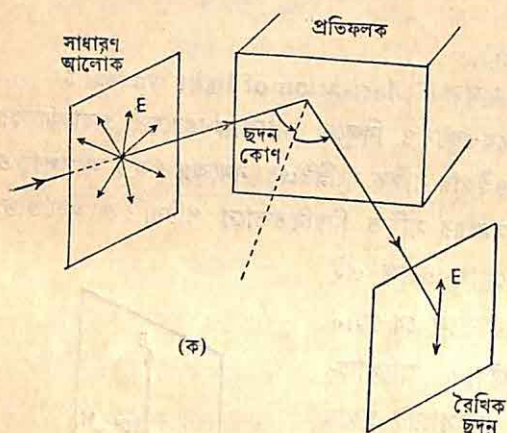
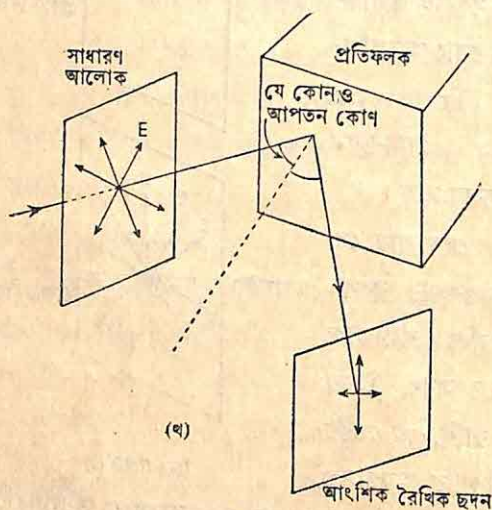
1 মাইক্রন $= 10^{-4}$ সে.মি.।

5.25. আলোক-তরঙ্গের ছদন (Polarisation of light waves) **:**

আলোক-উৎসের চারিপার্শ্বে যে-কোনও বিন্দুতে আলোক-তরঙ্গের প্রবাহদিকের উল্লম্ব-তলে একটি ইলেকট্রিক ক্ষেত্র ও ইহার সহিত সংশ্লিষ্ট এবং সমকোণে নত অপেক্ষাকৃত অল্প তীব্রতার একটি চৌম্বক ক্ষেত্র সময়ের সহিত নিয়মিতভাবে পরিবর্তিত হইতেছে, ইহা দেখা যায়। সাধারণ আলোক-তরঙ্গে এই ইলেক্‌ট্রিক-ভেক্টরগুলি, E, ঐ উল্লম্বতলে যে-কোন দিকে থাকে। 5.25 (i) চিত্র দ্রষ্টব্য। আলোক-তরঙ্গের ক্ষেত্রে E-ভেক্টরের বিন্যাস অনুসারেই ইহার ছদন নির্দিষ্ট হয়। E-ভেক্টরগুলি সর্বদাই প্রবাহ-দিকের উল্লম্বতলে বিন্যস্ত থাকে, সুতরাং আলোক-তরঙ্গের ছদন হইল তির্যক ছদন (Transverse polarisation)। আলোক-তরঙ্গে দৈর্ঘ্য-ছদন (Longitudinal polarisation) সম্ভব নহে।

চিত্র 5.25 (i)

শব্দ-তরঙ্গের সহিত তুলনা করিলে দেখা যায় যে, শব্দ-তরঙ্গে কোনও না কোনও বস্তুকণার কম্পন প্রয়োজন। বস্তুহীন মাধ্যমের মধ্যদিয়া শব্দ-তরঙ্গ প্রবাহিত হইতে পারে না। বস্তুকণার সরণ, উহার গতিবেগ, অথবা উহার ত্বরণ ভেক্টর রাশি, এই ভেক্টর-রাশিগুলিই শব্দ-তরঙ্গের ক্ষেত্রে বস্তুকণার অবস্থানও সময়ের সহিত নিয়মিতভাবে পরিবর্তিত হয়। বস্তুকণার সরণ বায়ব বা তরলপদার্থে

সর্বদাই প্রবাহদিকের সঙ্গে সমান্তরাল থাকে। অর্থাৎ বায়ব তরল মাধ্যমে শব্দতরঙ্গের ছদন সর্বদাই দৈর্ঘ্য-ছদন। কঠিন পদার্থের মধ্য দিয়া প্রবাহিত হইবার সময় এই ধরণের কম্পনতরঙ্গ তির্যক্ ছদনের হইতে পারে।

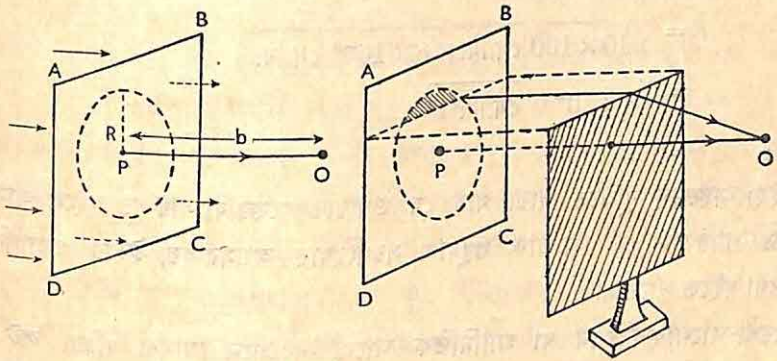
আলোক-তরঙ্গের ক্ষেত্রে কোনও বস্তুকণার কম্পন প্রয়োজন নহে। বস্তুতঃ আলোক-তরঙ্গ সম্পূর্ণ বস্তুহীন মাধ্যমের মধ্য দিয়া অর্থাৎ ভ্যাকুয়ামের মধ্য দিয়াও প্রবাহিত হইতে পারে। সূর্য হইতে যে আলোক-তরঙ্গ পৃথিবীতে আসে, তাহা ভ্যাকুয়ামের মধ্যদিয়াই প্রবাহিত হয়। ইহা জানা গিয়াছে যে আলোক-উৎসে ইলেকট্রনের গতির অবস্থার পরিবর্তনের সঙ্গে সঙ্গে উহার চারিপার্শ্বে ইলেক্ট্রিক ও চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টি হয়, এবং এই বিদ্যুৎ ও চুম্বকক্ষেত্রের পারস্পরিক প্রভাবের ফলেই বৈদ্যুৎ ও চৌম্বকক্ষেত্রের শক্তি, তরঙ্গের আকারে আলোক-উৎসের চারিদিকে ছড়াইয়া পড়ে। এক্ষেত্রে, বৈদ্যুৎ-ক্ষেত্রের তীব্রতা-জ্ঞাপক E-ভেক্টর, শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রে বস্তুকণার সরণ-ভেক্টরের সঙ্গে তুলনীয়। প্রবাহদিকের সাপেক্ষে এই E-ভেক্টরের বিন্যাসই আলোক-তরঙ্গের ছদন নির্দিষ্ট করে।

চিত্র 5.25 (ii)

তির্যক ছদনের সাধারণ আলোক-তরঙ্গ যখন কোনও তলে প্রতিফলিত হয়, তখন দেখা যায় যে, প্রতিফলন তলের সহিত সমকোণে নত E-ভেক্টরগুলিই প্রতিফলিত হয়। আপতন কোণ 90° হইলে অবশ্য সমস্ত E-ভেক্টরগুলিই প্রতিফলিত হয়; কিন্তু একটি বিশেষ কোণে আপতিত হইলে শুধুমাত্র প্রতিফলন তলের সহিত সমকোণে নত E-ভেক্টরগুলিই

প্রতিফলিত হয়। এই আপতন কোণকে সাধারণতঃ ছদন-কোণ (Polarising angle) বলা হয়। 5.25 (ii) চিত্রে উপরিবর্ণিত প্রতিফলন দেখানো হইয়াছে।

ইহা ছাড়া আরও অনেক উপায়েই আলোক-তরঙ্গে আংশিক অথবা পূর্ণ রৈখিক ছদনের সৃষ্টি করা যায়। ইহা উল্লেখযোগ্য যে উপযুক্ত যন্ত্রবিন্যাসের দ্বারা আলোক-তরঙ্গে বৃত্তীয় ছদন এবং উপবৃত্তীয় ছদনও পাওয়া যাইতে পারে।

5.26. রেখা আলোক-বিজ্ঞান বা জ্যামিতিক আলোক-বিজ্ঞান (Geometrical optics) :

ধরা যাউক্, একটি সমতল তরঙ্গতলের আলোক-তরঙ্গ P হইতে O বিন্দুর দিকে অগ্রসর হইতেছে, চিত্র 5.26 (i) দ্রষ্টব্য। এই তরঙ্গতলের বিভিন্ন বিন্দুকে গৌণ তরঙ্গের উৎস হিসাবে চিন্তা করা যায়। P বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ভগ্নরেখা দ্বারা যে বৃত্ত ABCD তরঙ্গতলে আঁকা হইয়াছে, তাহার বৈশিষ্ট্য হইল যে উহার বাহিরে ABCD

চিত্র 5.26 (i)

তরঙ্গতলের বিন্দুগুলি হইতে যে গৌণতরঙ্গ O বিন্দুতে পৌঁছাইবে তাহাদের বিস্তার এবং কম্পনাবস্থা এমনই যে উহাদের যোগফল O বিন্দুতে শূন্য। হিগিন্সের নীতি অনুসরণ করিয়া উপরোক্ত তথ্য প্রমাণ করা যায়। সুতরাং P এবং O বিন্দুর মধ্যে একটি অস্বচ্ছ পদার্থ যদি এমনভাবে রাখা যায় যে উহা ভগ্নরেখার বৃত্তকে পুরাপুরি আচ্ছাদিত করিয়া ফেলে, তাহা হইলে O বিন্দুতে কোনও আলোকই পৌঁছাইতে পারিবে না। তখন মনে হইবে যে অস্বচ্ছ পদার্থটি আলোক-উৎসকে পুরাপুরি আচ্ছাদিত করিয়া রাখিয়াছে এবং আলোকের বৈশিষ্ট্য এমনই যে উহা অস্বচ্ছ পদার্থের প্রান্তদেশে বাঁকিয়া O বিন্দুতে পৌঁছাইতে পারিতেছে না। ইহা মনে হওয়া স্বাভাবিক যে আলোক যদি তরঙ্গ হইত তাহা হইলে উহা অস্বচ্ছ পদার্থের প্রান্তদেশে বাঁকিয়া অন্ততঃ কিছু পরিমাণেও O বিন্দুতে পৌঁছাইত। পরীক্ষা করিয়া দেখা গিয়াছে যে

অস্বচ্ছ পদার্থ টি ভগ্নরেখার বৃত্তকে পুরাপুরি আচ্ছাদিত না করিলে কিছু পরিমাণ আলোক ঐ অস্বচ্ছ পদার্থের প্রান্তদেশে বাঁকিয়া O বিন্দুতে পৌছায়। ইহাকে আলোক-তরঙ্গের **ডিফ্র্যাক্‌শান** (Diffraction) বলে।

সাধারণভাবে বলা যায় যে আলোকের ক্ষেত্রে উপরোক্ত ভগ্নরেখার বৃত্তের ব্যাসার্ধ R, প্রায় $\sqrt{10b\lambda}$-এর সমান। b হইল P হইতে O বিন্দুর দূরত্ব এবং λ=তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য।

$$R=\sqrt{10b\lambda} \qquad 5.26\ (1)$$

উদাহরণ: ধরা যাউক, ABCD তরঙ্গতল আমাদের চক্ষু হইতে 100 সে.মি. দূরত্বে, এবং আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 6×10^{-5} সে মি.। একটি বৃত্তাকার অস্বচ্ছ বস্তু দ্বারা ঐ আলোককে সম্পূর্ণ আচ্ছাদিত করিতে হইলে, বৃত্তাকার বস্তুটির ব্যাসার্ধ কত হইতে হইবে?

5.26 (1) সমীকরণ অনুসারে,

$$R=\sqrt{10\times100\ \text{সে.মি.}\times6\times10^{-5}\ \text{সে.মি.}}$$
$$=\sqrt{6\times10^{-2}(\text{ সে.মি. })^2}$$
$$=0{\cdot}25\ \text{সে.মি.}$$

ইহা সহজেই বুঝিতে পারা যায় যে উপরোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধ শূন্য হইলে আমরা বলিতে পারিতাম যে আলোক শুধুমাত্র সরলরেখায় অগ্রসর হয়, ইহার প্রবাহদিক বক্ররেখা হইতে পারে না।

রেখা-আলোক-বিজ্ঞান বা জ্যামিতিক আলোক-বিজ্ঞানে আমরা ধরিয়া লই যে আলোকের প্রবাহদিক, কোনও সমস্বত্ব মাধ্যমে, একটি সরলরেখা। ইহা ধরিয়া লইয়াই আলোকের প্রতিফলন, প্রতিসরণ প্রভৃতি ঘটনার ব্যাখ্যা করা হয়। ইহার অর্থ, জ্যামিতিক আলোক-বিজ্ঞানে আমরা উক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ শূন্য ধরিয়া লই; অর্থাৎ জ্যামিতিক আলোক-বিজ্ঞানে আমরা আলোকের ডিফ্র্যাক্‌শান উপেক্ষা করি। উপরোক্ত উদাহরণে দেখা গিয়াছে যে আলোকের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যত ছোট হইবে, জ্যামিতিক আলোক-বিজ্ঞানের সরলীকরণ (Simplification or Approximation) ততই যুক্তিপূর্ণ হইবে।

প্রশ্নাবলী

1. হিগিন্‌সের নীতি অনুসরণ করিয়া দেখাও যে, কোনও তরঙ্গ-প্রবাহের তরঙ্গ তল গোলকাকৃতি হইলে, উহা সমতল আয়নায় প্রতিফলিত হইয়া গোলকাকৃতি তরঙ্গ-তলের প্রতিফলিত তরঙ্গ-প্রবাহের সৃষ্টি করে।

2. টান করিয়া রাখা একটি তারের ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্ক=150 সাইক্‌ল্‌স্‌/সেকেণ্ড। তারের টান যদি 9 : 16 অনুপাতে, এবং উহার দৈর্ঘ্য 1 : 2 অনুপাতে বৃদ্ধি করা হয়, তাহা হইলে তারটির ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্ক কত হইবে ?

3. 25 সে.মি. দৈর্ঘ্যের একটি তারকে 5 কিলোগ্রাম ওজন দিয়া টান করিয়া রাখা হইয়াছে। যদি 1 মিটার তারের ওজন 4.9 গ্রাম হয়, তবে ঐ তারের কম্পনের ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্ক কত ?

4. সেতারের তারে শুধুমাত্র টানের পরিবর্তন করিয়া শব্দের কম্পনাঙ্ক পরিবর্তন করা হয়। কম্পনাঙ্ক 256 সাইক্‌ল্‌স্‌/সেকেণ্ড হইতে 320 করিতে হইলে, টান কত বাড়াইতে হইবে ?

5. দুইটি কম্পমান শলাকার কম্পনাঙ্ক যথাক্রমে একই টানের একটি তারের 96 সে.মি. এবং 97 সে.মি. দৈর্ঘ্যে, তির্যক কম্পনতরঙ্গের ফাণ্ডামেণ্টাল কম্পনাঙ্কের সমান। কম্পমান শলাকা দুইটির অধিকম্পের সংখ্যা প্রতি সেকেণ্ডে 4 হইলে, শলাকা দুইটির কম্পনাঙ্ক কত ?

6. একটি লম্বা নলে এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপে এবং 77°C তাপমাত্রায় বাতাস ভর্তি আছে। নলটি একপ্রান্তে উন্মুক্ত, এবং অপর প্রান্ত পিষ্টন দ্বারা বন্ধ। পিষ্টনের অবস্থান ইচ্ছামত পরিবর্তন করা যায়। একটি কম্পমান শলাকা 500 সাইক্‌ল্‌স্‌/সেকেণ্ড কম্পনাঙ্কে নলের উন্মুক্ত প্রান্তের নিকট কম্পিত হইতেছে। পিষ্টনটি যখন উন্মুক্ত প্রান্ত হইতে 18.0, 55.5, এবং 98.0 সে.মি. দূরত্বে থাকে, তখন বায়ুস্তম্ভ ও কম্পমান শলাকার একত্র কম্পনে অনুনাদের সৃষ্টি হয়, উপরোক্ত পরিমাপ হইতে, (ক) 77°C তাপমাত্রায় বাতাসে শব্দের গতিবেগ নির্ণয় কর, এবং (খ) বাতাসের নির্দিষ্ট চাপে ও আয়তনে আপেক্ষিক তাপের অনুপাত নির্ণয় কর।

7. মিথেন (methane) গ্যাসের একটি স্তম্ভে 1100 সাইক্‌ল্‌স্‌/সেকেণ্ড কম্পনাঙ্কের স্থাণু-তরঙ্গ সৃষ্টি হইয়াছে। ইহার পর পর দুইটি স্থির-বিন্দুর (Nodes) মধ্যে দূরত্ব 20 সে.মি. ; এবং গ্যাসে চাপের পরিমাণ এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ। তাহা হইলে, মিথেন গ্যাসে, নির্দিষ্ট চাপে এবং নির্দিষ্ট আয়তনে আপেক্ষিক তাপের অনুপাত কত ?

8. দুইটি কম্পমান শলাকার কম্পনাঙ্ক যথাক্রমে 128 এবং 384 সাইক্‌ল্‌স্‌/সেকেণ্ড। শলাকা দুইটি হইতে নিঃসৃত শব্দ-তরঙ্গের বাতাসে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য তুলনা কর।

9. বাতাসে শব্দের গতিবেগ 1120 ফিট্‌/সেকেণ্ড হইলে, 264 কম্পনাঙ্কের কম্পমান শলাকা হইতে নিঃসৃত শব্দ-তরঙ্গ যে সময়ে 154 ফিট্‌ পথ বাতাসে অতিক্রম করিবে, সেই সময়ে কম্পমান শলাকাটি কতবার পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করিবে ?

10. 20°C তাপমাত্রায় জলের মধ্য দিয়া প্রবাহিত দৈর্ঘ্য-তরঙ্গের গতিবেগ প্রায়

1850 মিটার/সেকেণ্ড। ইহা হইতে জলের অ্যাডায়াবেটিক (adiabatic) আয়তন হ্রাসাঙ্ক (Compressibility) নির্ণয় কর।

11. দুইটি পর্বতচূড়ার মধ্যে দাঁড়াইয়া কোনও ব্যক্তি বন্দুক ছুড়িল। বন্দুক ছোড়ার এক সেকেণ্ড এবং চার সেকেণ্ড পর সেই ব্যক্তি বন্দুকের শব্দের প্রথম ও দ্বিতীয় প্রতিধ্বনি শুনিতে পাইল। পর্বতচূড়া দুইটির মধ্যে দূরত্ব 2800 ফিট্ হইলে, বাতাসে শব্দের গতিবেগ কত ?

12. একটি এরোপ্লেন 120 মাইল/ঘণ্টা গতিবেগে অনুভূমিকভাবে উড়িয়া যাইতেছে। ইহার পাইলট বন্দুক ছুড়িয়া লক্ষ্য করিল যে, পৃথিবীপৃষ্ঠ হইতে শব্দের প্রতিধ্বনি সে 3 সেকেণ্ড পরে শুনিতে পাইল। বাতাসে শব্দের গতিবেগ 1120 ফিট্/সেকেণ্ড হইলে, এরোপ্লেনটি কত উচ্চতায় উড়িতেছে ?

13. স্বরসমৃদ্ধ শব্দের তীক্ষ্ণতা (Pitch) বলিতে কি বুঝায় ?

14. সেতার ও বাঁশী উভয় বাদ্য যন্ত্রেই C-মধ্যম স্বর (অর্থাৎ 256 সাইক্‌ল্‌স্/সেকেণ্ড) বাজানো হইল। কম্পনাঙ্ক একই হইলেও উহাদের মধ্যে কি পার্থক্য থাকিবে ?

———

প্রশ্নাবলীর উত্তর

পদার্থের সাধারণ ধর্ম

মহাকর্ষ [পৃ: 87]

2. 5.981×10^{24} কিলোগ্রাম
3. $f = g \sin \theta$
5. 1 ঘণ্টা 24 মি. 29 সেকেণ্ড
6. 99·28 সে.মি.
10. প্রায় 432
11. 194 সে.মি./(সেকেণ্ড)^2
12. 7·572 কিলোমিটার/সেকেণ্ড
13. 4.225×10^9 সে.মি.

পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা [পৃ: 98]

1. 0·68 মি.মি. 2. 661 সে.মি./(সেকেণ্ড)^2. 3. 65·8 পাউণ্ড

উদস্থিতি বিজ্ঞান [পৃ: 121-124]

2. $P_1/P_2 = h_2/h_1$ 3. 3·6 সে.মি. ; 168 গ্রাম 4. 7·55
5. 0 91 ; 20 গ্রাম 6, 970·87 লিটার 7. 2625 পাউণ্ড-ওজন
8. 3.228×10^4 (সে.মি.)^2 9. 35 গ্রাম 10. (ক) 1·56 পাউণ্ড/(ফুট)^3
(খ) D-তে 0·312 পাউণ্ড, E-তে 5 পা: 11. 181·9 পাউণ্ড-(ফুট)^2/(সেকেণ্ড)^2

12. $$H = \frac{(h_1 - h_2) \times 13.6}{0.0013 \left\{1 - \frac{t_1 + t_2}{2} \times 273\right\}}$$ 13. $h = 2.\frac{y}{rg}$.

[দ্রষ্টব্য : পৃ: 128এ প্রশ্নের ইঙ্গিত ভুলক্রমে 14 প্রশ্নের নীচে ছাপা হইয়াছে]

কম্পন ও তরঙ্গ

কম্পন [পৃ: 225]

1. (ক) 377 সে.মি./সেকেণ্ড
   9475 সে.মি./(সেকেণ্ড)^2
   (খ) − 5684 সেমি./(সে.)^2 ;
   301·6 সে.মি./সেকেণ্ড
   (গ) 0·0369 সেকেণ্ড
2. (ক) 2·095 সেকেণ্ড
   (খ) 9·165 সে.মি.
3. 367·4 ডাইনস্, স্থির অবস্থানের দিকে
4. 1234 আর্গস্
5. দ্বিতীয় কম্পনের কম্পনাবস্থা 15° অগ্রগামী

তরঙ্গ [পৃ: 286]

2. 100 সাইক্‌ল্‌স্/সেকেণ্ড
3. 200 সাইক্‌ল্‌স্/সেকেণ্ড
4. প্রাথমিক টানের $\frac{9}{16}$ অংশ
5. 384 এবং 388 সাইক্‌ল্‌স্/সেকেণ্ড
6. (ক) 400 মিটার/সেকেণ্ড
   (খ) 1580 P, $P = 77°c$ তাপমাত্রায় বাতাসের ঘনত্ব (গ্রাম/(সে.মি.)^3)
7. 1911P, P = মিথেনের ঘনত্ব (গ্রাম/(সে.মি.)^3)
8. 1 : 3 9. 36·3
10. 29.21×10^{-12} (সে.মি.)^2/ডাইন্
11. 1120 ফিট্/সেকেণ্ড
12. 1658 8 ফিট্

অতিরিক্ত উদাহরণ ও প্রশ্নাবলী

গতিবিদ্যা ঃ ঋৈখিক গতি

1. কোন বস্তু 3 ফুট/সেকেণ্ড গতিবেগে যাত্রা আরম্ভ করিল। উহার ত্বরণ 2 ফু/(সে)^2 হইলে 5 সেকেণ্ড পরে উহার গতিবেগ কত ?

$$u=3,\ f=2,\ t=5$$

এখন $v=u+ft$ সূত্র হইতে $v=3+2\times5=3+10=13$ ফু/সেঃ।

2. একটি ট্রেন ঘণ্টায় 60 মাইল গতিবেগে সুষম মন্দন দ্বারা 15 সেকেণ্ডের পর থামিল। উহার মন্দন কত ?

$u=60$ মাইল/ঘণ্টা $=88$ ফুঃ/সেঃ

$t=15$ সেঃ, $v=3$,

$v=u+ft$ হইতে $0=88+f\times15$

$\therefore\ 15f=-88$ অথবা $f=-\frac{88}{15}$ ফুঃ/(সে)^2.

3. কোন বস্তু দ্বিতীয় সেকেণ্ডে 24 ফুট, চতুর্থ সেকেণ্ডে 100 ফুট চলে। উহার গতির ত্বরণ সুষম হইলে দশম সেকেণ্ডে উহা কত দূরত্ব অতিক্রম করিবে ?

$$s_n=u+\tfrac{1}{2}f(2t-1)$$

$s_2=24$ ফুট, $s_4=100$ ফুট

অতএব $24=u+\frac{3}{2}f$ ... (1) ; $100=u+\frac{7}{2}f$ .. (2)

(2) হইতে (1) বিয়োগ করিয়া

$76=2f.\quad\therefore\ f=38$ ফু/(সে)^2

(1) হইতে $u=24-57=-33$ ফুঃ/সেঃ

দশম সেকেণ্ডে $s_{10}=-33+\frac{38}{2}\times19=328$ ফুঃ

4. একটি বেলুন 32 ফুঃ/সেঃ গতিবেগে উপরে উঠিতেছে। উহা হইতে একটি পাথর ছোঁড়া হইল। বেলুনটি ঐ সময়ে 3200 ফুট উঁচুতে থাকিলে

(ক) পাথরটি কত উঁচুতে উঠিবে ?

(খ) কত সময়ে পাথরটি নিক্ষিপ্ত বিন্দুতে ফিরিয়া আসিবে ?

(গ) কত গতিবেগে উহা মাটি ছুঁইবে ?

[$g=32$ ফু/(সে)^2]

(ক) পাথর ছুঁড়িবার সময় উহার গতিবেগ বেলুনের গতিবেগের সমান অর্থাৎ

32 ফু:/সেঃ এবং ঐ গতি বেলুনের মত উর্ধ্বমুখী ছিল। উহা ঐ গতিবেগে উপরে উঠিয়া s দূরত্বে থামিবে।

$u = 32$ ফু:/সে., $v = 0$, $g = 32$ ফু/(সে)^2

$v^2 = u^2 - 2g.s$ (অভিকর্ষের বিপরীতে মন্দন $-g$ হইবে)

$0 = 32^2 - 2 \times 32 \times s$, অথবা $32^2 = 2 \times 32 \times s$

$$\therefore \; s - \frac{32 \times 32}{2 \times 32} = 16 \text{ ফু.}$$

অতএব পাথরটি $4000 + 16 = 4016$ ফুট উঁচুতে উঠিবে।

(খ) $u = 0$, কারণ পাথরটি উচ্চতম বিন্দুতে থামিয়া অভিকর্ষজ ত্বরণে পড়িতে আরম্ভ করিল

$s = 16$ ফু:, $g = 32$ ফু/(সে)^2

এখন $s = ut + \frac{1}{2} gt^2$

অতএব $16 = 0 + \frac{1}{2}.32t^2$ অথবা $t^2 = 1$

$\therefore \; t = 1$ সেকেণ্ড

এক সেকেণ্ডে পাথরটি নিক্ষিপ্ত বিন্দুতে ফিরিয়া আসে। উচ্চতম বিন্দুতে পৌছিবার সময় = নিক্ষিপ্ত বিন্দুতে ফিরিয়া আসার সময় = 1 সেকেণ্ড।

(গ) মাটি হইতে 3216 ফুট উঁচুতে পাথরটির গতিবেগ $u = 0$

$s = 3216$, $g = 32$ ফু/(সে)^2

$v^2 = 2gs = 2 \times 32 \times 3216$

$\therefore \; v = 454 \cdot 1$ ফুট/সেকেণ্ড

5. স্থির অবস্থা হইতে 625 ফুট চলিয়া কোন বস্তুর গতিবেগ 125 ফু:/সেঃ হইলে উহার ত্বরণ কত?

$u = 0$, $s = 625$ ফু:, $v = 125$ ফু:,

এখন $v^2 = u^2 + 2fs$,

$$125^2 = 2f \times 625 \quad \therefore \; f = \frac{125 \times 125}{2 \times 625} = 12.5 \text{ ফু/(সে)}^2$$

6. একটি বস্তু 100 ফু:/সেঃ গতিবেগে উপরে নিক্ষিপ্ত হইল। অভিকর্ষজ ত্বরণ 32 ফু/(সেঃ)^2 হইলে 80 ফুট উঁচুতে উহা কখন পৌছিবে?

$u = 100$ ফু:/সে:, $g = 32$ ফু:/(সে)^2, $s = 80$ ফুট

এখন $s = ut - \frac{1}{2} gt^2$ অথবা $80 = 100t - 16t^2$

অথবা $16t^2 - 200t + 80 = 0$

অথবা $4t^2 - 25t + 20 = 0$

$$\therefore \quad t = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 320}}{8} = \frac{25 \pm \sqrt{305}}{8}$$

অথবা $t = \cdot 94$ এবং $5\cdot 3$ সেকেণ্ড।

t এর দুইটি মান হইতে বুঝা যায় যে বস্তুটি দুইবার 80 ফুট উঁচুতে আসিয়াছে (ক) একবার উচ্চতম দূরত্বে পৌছিবার সময় ও (খ) দ্বিতীয়বার নীচে নামিয়া আসার সময়।

7. 300 ফুট উঁচু একটি মিনারের ছাদ হইতে একটি পাথর নীচে ছুঁড়িয়া দেওয়া হইল ; অন্য একটি পাথর মিনারের পাদদেশ হইতে একই সময় 75 ফুঃ/সেঃ গতিবেগে উপরের দিকে নিক্ষিপ্ত হইল। কখন এবং কত দূরত্বে পাথর দুইটি একত্র হইবে ?

$g = 32$ ফুঃ/(সেঃ)^2

মনে কর t সেকেণ্ড পরে s ফুট দূরত্বে পাথর দুইটি একত্র হইবে।

প্রথম পাথরটির বেলায়

$u = 0, \quad g = 32$ ফুঃ/(সেঃ)^2

$s = ut + \frac{1}{2} gt^2 = 0 + \frac{1}{2} 32t^2$

অথবা $s = 16t^2 \quad \dots \quad \dots \quad (1)$

দ্বিতীয় পাথরটির বেলায়

$u = 75$ ফুঃ/সেঃ, $g = 32$ ফুঃ/(সেঃ)^2

অতিক্রান্ত দূরত্ব $= 300 - s$

$s = ut - \frac{1}{2} gt^2$ সূত্র হইতে

$300 - s = 75t - \frac{1}{2} \times 32t^2$

$= 75t - 16t^2$

অথবা $300 - 16t^2 = 75t - 16t^2$ [$\because$ $s = 16t^2$, (1) হইতে]

$\therefore t = \frac{300}{75} = 4$ সেকণ্ডে

এখন $s = 16t^2 = 16 \times 16 = 256$ ফুট।

8. প্রমাণ কর যে অবাধ পতনশীল কোন বস্তু নির্দিষ্ট কয়েক সেকেণ্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করিবে উহা প্রথম সেকেণ্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব ও সেকেণ্ডের সংখ্যার বর্গ এই দুইটির গুণফলের সমান।

প্রথম সেকেণ্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $h_1 = \frac{1}{2}g \times 1^2 = \frac{1}{2}g$

t সেকেণ্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $h = \frac{1}{2}gt^2 = h_1 t^2$ প্রমাণিত।

9. কোন বস্তু 8 সেন্টিমিটার/(সে)^2 ত্বরণের সহিত 5 সেকেণ্ড চলিল, তারপর

বিনা ত্বরণে 10 সেকেণ্ড চলিয়া $-0·5$ সে:/(সে:)^2 ত্বরণের দ্বারা স্থির হইল। উহা মোট কত দূরত্ব কত সময়ে অতিক্রম করিল?

$v=u+ft=0+8\times5=40$ সেণ্টি/সে:

$s_1=\frac{1}{2}ft_1^2=\frac{1}{2}\times8\times25=100$ সেণ্টি:

10 সেকেণ্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $s_2=v\times t=40\times10=400$ সেণ্টি:

$v^2=u^2+2fs_3$ অথবা $0=(40)^2-2\times0·5\times s_3$

অতএব $s_3=1600$ সেণ্টি.

$v=u+ft_3$ অথবা $0=40-·5t_3$. $\therefore\ t_3=80$ সে:

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব $S=s_1+s_2+s_3=100+400+1600=2100$ সেণ্টি:

মোট সময় $=t_1+t_2+t_3=5+10+80=95$ সে:

10. দুইটি পাথর একই সময়ে উপরে নিক্ষিপ্ত হইল। উহাদের একটি অন্যটি হইতে 112 ফুট বেশী উঁচুতে উঠে ও অন্যটির 2 সেকেণ্ড আগে মাটিতে পড়ে। পাথর দুইটির নিক্ষেপণের গতিবেগ কত? ($g=32$ ফু:/(সে:)^2)

u_1 ও u_2 যথাক্রমে দুইটি পাথরের নিক্ষেপণের গতিবেগ হইলে উহাদের সর্বোচ্চ অতিক্রান্ত উচ্চতা h_1 ও h_2.

$$h_1=\frac{u_1^2}{2g},\ h_2=\frac{u_2^2}{2g} \qquad [\,v^2=u^2-2gh,\ v=0\,]$$

অতএব $h_1-h_2=\frac{u_1^2}{2g}-\frac{u_2^2}{2g}=\frac{u_1^2-u_2^2}{64}=112$

অতএব $112\times64=u_1^2-u_2^2$ ... ... (1)

দুইটি পাথরের দূরত্ব অতিক্রমণের সময় জানিতে

$2u_1=gt_1 \qquad [\,s=ut-\frac{1}{2}gt^2,\ s=0\,]$

$2u_2=gt_2$

$\therefore\ u_1-u_2=16\,(t_1-t_2)=16\times2$ ... ... (2)

(1) হইতে $u_1+u_2=\frac{112\times64}{u_1-u_2}=\frac{112\times64}{16\times2}=224$ ... (3)

(2) ও (3) হইতে

$u_1=128$ ফুট/সে:, $u_2=96$ ফুট/সে:

11. 200 ফুট উঁচুতে একটি বেলুন হইতে একটি পাথর নীচে ছুড়িলে উহা 6 সেকেণ্ডে মাটি ছুঁইল। বেলুনের গতিবেগ কত?

পাথরটি ছুড়িবার সময় বেলুন ও তথা পাথরের গতিবেগ u ফুট/সে:। পাথরটি পড়িবার সময় অভিকর্ষজ ত্বরণ g নিম্নমুখী। ফলে, u পজিটিভ হইলে, g নেগেটিভ এবং s নেগেটিভ।

অতএব $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$

$$-200=6u-\frac{1}{2}g\times 6^2=(6u-\frac{1}{2}\times 32\times 36)$$

অথবা $6u=576-200$. ফলে, $u=62\frac{2}{3}$ ফুট/সেকেণ্ড।

12. একটি বল মাটি হইতে উপরে ছুঁড়িতে উহা 5 সেকেণ্ডে পূর্বতন বিন্দুতে ফিরিয়া আসিল। বলটি কত উচ্চতায় উঠিল? $g=32$ ফু:/(সে:)^2

উচ্চতম বিন্দুতে $v=0$, অতএব $0=u^2-2gs$

$$\therefore \quad s=\frac{u^2}{2g}$$

এই উচ্চতায় পৌছিতে অতিক্রান্ত সময়=ঐ উচ্চতা হইতে পূর্বতন বিন্দুতে ফিরিবার সময়$=\frac{u}{g}$.

অতএব মোট সময় $=\frac{2u}{g}$.

এখানে $\frac{2u}{g}=5$ সে: $\quad\therefore\quad u=\frac{5\times 32}{1}=80$ ফু:/সে:

$$\therefore \quad s=\frac{u^2}{2g}=\frac{80\times 80}{2\times 32}=100 \text{ ফুট।}$$

13. 100 মিটার উচ্চতা হইতে কোন বস্তু পড়িলে উহা মাটি ছুঁইতে কত সময় লইবে ও স্থির অবস্থায় আসিবার মুহূর্তে উহার গতিবেগ কত হইবে?

$s=\frac{1}{2}gt^2, \quad \therefore \quad 100\times 100=\frac{1}{2}\times 980\times t^2$

$$\therefore \quad t=\sqrt{\frac{100\times 10}{49}}=\frac{10\times 3{\cdot}162}{7}=4{\cdot}5 \text{ সেকেণ্ড}$$

$v=gt=980\times 4{\cdot}5=4410$ সেন্টি/সেকেণ্ড।

14. একটি ট্রেন ষ্টেশন হইতে যাত্রা আরম্ভ করিয়া 2 মিনিটে ত্বরণের দ্বারা ঘণ্টায় 60 মাইল সর্বোচ্চ গতিবেগ লাভ করে। ঐ ট্রেনটি ত্বরণকালে কত দূরত্ব অতিক্রম করে?

[উ: 1 মাইল]

15. একটি বন্দুকের গুলি 200 ফু:/সে: গতিবেগে একটি গাছে বাধা পাইয়া উহা 9 ইঞ্চি ভেদ করিয়া থামে। ঐ একই গতিবেগে সমান বাধাবিশিষ্ট 5 ইঞ্চি পুরু একটি কাষ্ঠখণ্ডে উহা বাধা পাইয়া কত গতিবেগ লইয়া বাহিরে আসিবে?

[উ: 133 ফু:/সে:]

16. কোন বস্তু প্রাথমিক গতিবেগ 14 ফু:/সে: হইতে সুষম ত্বরণের দ্বারা 18 ফু:/সে: গতিবেগ লাভ করে। উহার ত্বরণ কত?

[উ: 8 ফু:/সে:]

17. সুষম ত্বরণবিশিষ্ট কোন বস্তু উহার গতির শেষ সেকেণ্ডে মোট দূরত্বের $\frac{9}{25}$ অংশ অতিক্রম করে। উহা স্থির অবস্থা হইতে যাত্রা করিয়া থাকিলে এবং প্রথম সেকেণ্ডে 6 ইঞ্চি অতিক্রম করিলে উহা কতক্ষণ গতিশীল ছিল ও ঐ অবস্থায় কত পথ অতিক্রম করিয়াছে ? [উঃ 5 সেকেণ্ড ; 125 ফুট]

18. একটি পাথর 400 ফুঃ/সে. গতিবেগে 400 ফুট উচ্চতাবিশিষ্ট মিনারের ছাদ হইতে অনুভূমিকভাবে 400 ফুঃ/সে. গতিবেগে নিক্ষিপ্ত হইল। কত সময়ে এবং কত দূরত্বে উহা মাটি ছুঁইবে ?

[উঃ 5 সেকেণ্ড ; মিনারের পাদদেশ হইতে 2000 ফুট দূরত্ব।]

19. 192 ফুট উঁচু একটি মিনারের ছাদ হইতে একটি পাথর নীচে পড়িলে উহা 3 সেকেণ্ডে 90 ফুঃ/সেঃ গতিবেগ পাইল। উহার ত্বরণ কত ? [উ: 32 ফুঃ (সে)^2]

20. মাটি হইতে 276 ফুট উঁচুতে একটি উর্ধ্বগামী বেলুন হইতে একটি পাথর ছুড়িলে উহা 6 সেকেণ্ডে মাটিতে পৌছিল। পাথরটি ছুড়িবার সময় বেলুনের গতিবেগ কত ছিল ? [উঃ 50 ফুট/সেঃ]

21. 20 পাউণ্ড ভরের বস্তুর উপর কোন স্থির বল 5 সেকেণ্ডে 15 ফুঃ/সেঃ গতিবেগ উৎপাদন করে। ঐ বস্তুটি প্রথমে স্থির থাকিলে বলের পরিমাণ কত ?

$v = u + ft$ হইতে যেহেতু $v = 15$ ফুঃ/সেঃ ; $u = 0$ এবং $t = 5$ সেকেণ্ড।

$$15 = 0 + f \times 15, \qquad \therefore \; f = \tfrac{15}{5} = 3 \text{ ফুঃ (সেঃ)}^2$$

যেহেতু $p = mf$, $m = 20$ পাউণ্ড, $f = 3$ ফুঃ (সেঃ)^2

$$p = 20 \times 3 = 60 \text{ পাউণ্ডাল।}$$

22. একটি মসৃণ অনুভূমিক তলে স্থিত 10 পাউণ্ড ভরের বস্তুর উপর 3 পাউণ্ড ওজনের সমমানের বল প্রযুক্ত হইলে 10 সেকেণ্ডে বস্তুটি কত পথ অতিক্রম করিবে ?

এখন $p = 3 \times 32$ পাউণ্ডাল $\quad (\because \; g = 32)$

$m = 10$ পাউণ্ড

$p = mf$ হইতে

$$3 \times 32 = 10 \times f \qquad \therefore \; f = \frac{3 \times 32}{10} \text{ ফুঃ (সেঃ)}^2$$

$s = \frac{1}{2} ft^2$ হইতে $\quad (\because \; u = 0, \; t = 10$ সেকেণ্ড)

আমরা পাই, $s = \frac{1}{2} \times \frac{3 \times 32}{10} \times 10^2 = 400$ ফুট।

23. 174 টন ভরের একটি ট্রেন 5 মিনিটে ঘণ্টায় 40 মাইল গতিবেগ হইতে স্থির অবস্থায় আসে। মন্দন বল সুষম ধরিয়া ঐ বলের পরিমাণ ও ভরবেগের পরিবর্তন কত নির্ণয় কর।

এখানে $u = \frac{40 \times 1760 \times 3}{60 \times 60} = \frac{176}{3}$ ফু:/সে:

$v = 0,\ t = 5 \times 60 = 300$ সে:

মন্দন $= f$, অতএব $v = u - ft$

অথবা $0 = \frac{176}{3} - 300f$ $\therefore\ f = \frac{176}{900}$ ফু:/(সে:)^2

এখন $p = mf = (175 \times 2240)\ \frac{176}{900}$ পাউণ্ডাল।

$$= \frac{175 \times 2240 \times 176}{900 \times 32} \text{ lbs. wt.} = 2396 \text{ lbs. wt.}$$

ভরবেগের পরিবর্তন $= mv - mu$

$= -mu$ (কারণ $v = 0$)

$= -175 \times 2240 \times \frac{176}{3} = -22990000$ $\frac{\text{পাউণ্ড ফুট}}{\text{সে:}}$

বিয়োগ চিহ্নের অর্থ হইল ভরবেগের হ্রাস হইয়াছে।

24. এক আউন্স ওজনের একটি বুলেট্ 1000 ফু:/সে: গতিবেগে বন্দুক হইতে বাহির হইলে, বন্দুকের প্রতিঘাত বেগ 2 ফু:/সে: হয়। বন্দুকের ভর কত?

$MV = mv$

$m = 1$ আউন্স $= \frac{1}{16}$ পাউণ্ড, $v = 1000$ ফু:/সে: ; $V = 2$ ফু:/সে:

$\therefore\ M \times 2 = \frac{1}{16} \times 1000$

অথবা $M = \frac{1000}{32} = 31{\cdot}25$ পাউণ্ড।

25. 16 পাউণ্ড ভরের কোন বস্তুর উপর 3 সেকেণ্ডের জন্য একটি স্থির বল প্রযুক্ত হয়। পরবর্তী 3 সেকেণ্ডে বস্তুটি 81 ফুট পথ অতিক্রম করে। ঐ বলের পরিমাণ কত?

[উ: 4·5 ফুট পাউণ্ড]

26. জনৈক ব্যক্তির স্থির লিফ্‌টে ওজন 150 পাউণ্ড। লিফ্‌টটি (ক) সুষম গতিবেগে উপরে উঠিলে ঐ ব্যক্তির ওজন কত দেখাইবে? (খ) লিফ্‌টটি 4 ফু/(সে)^2 ত্বরণে নীচে নামিলে ঐ ব্যক্তির ওজন কত দেখাইবে? [$g = 32$ ফু:/(সে:)^2]

(ক) ঐ অবস্থায় ত্বরণ নাই বলিয়া ঐ ব্যক্তির ওজন কম বেশী দেখাইবে না।

(খ) ঐ ব্যক্তির উপর দুইটি বল ক্রিয়া করে। 1. ঐ ব্যক্তির ওজন mg নিম্নমুখী ও 2. প্রতিক্রিয়া বল R বা আপাত ওজন উর্ধ্বমুখী ক্রিয়া করে।

ফলে $mg - R = mf$

অথবা $R = m(g - f) = mg\left(1 - \frac{f}{g}\right)$

অতএব আপাত ওজন হ্রাসপ্রাপ্ত ওজন হইবে।

অর্থাৎ $R = 150\left(1 - \frac{4}{32}\right) = 131{\cdot}2$ পাউণ্ড-ওয়েট্।

27. একটি বলের ভর 100 গ্রাম ও ভরবেগ 1000 গ্রাম সেঃ/সেকেণ্ড হইলে উহার গতীয় শক্তি কত ? [উঃ 50000 আর্গ]

28. একটি গাড়ীর ভর 400 পাউণ্ড ; উহা ঘণ্টায় 30 মাইল বেগে চলিবার সময় ব্রেক্ কষিবার ফলে 10 ফুট দূরত্বে গিয়া থামিল। উহার গতি কি পরিমাণ বলের দ্বারা বাধা পায় নির্ণয় কর। [উঃ 38720 পাউণ্ডাল]

29. জনৈক ব্যক্তি লিফ্‌টে উঠিবার সময় 2 পাউণ্ড ওজনের একটি বস্তু স্প্রিং ব্যালান্সে ঝুলাইয়া হয়। লিফ্‌টটি 4 ফুঃ/(সেঃ)^2 ত্বরণের সহিত উপরে উঠিলে ঐ তুলাযন্ত্রে বস্তুটির ওজন কত দেখাইবে ? [উঃ $2\frac{1}{4}$ পাউণ্ড]

30, 100 ডাইন্ বল 10 গ্রাম ভরের বস্তুর উপর 5 সেকেণ্ড ক্রিয়া করিলে ঐ বস্তুর ভরবেগের কি পরিবর্তন হইবে ? [উঃ 500 গ্রাম সেকেণ্ড]

ভেক্টর

1. ভেক্টরের সামান্তরিক নিয়ম কাহাকে বলে ?

দুইটি ভেক্টর (বল, গতিবেগ, ত্বরণ ইত্যাদি) একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করিলে উহা যদি একটি সমান্তরিকের একটি বিন্দু হইতে পরিমাণ ও দিক সম্বলিত দুইটি সন্নিহিত বাহু দ্বারা প্রকাশিত হয়, তবে ঐ দুইটি ভেক্টরের লব্ধির পরিমাণ ও দিক্ ঐ সমান্তরিকের ঐ বিন্দু হইতে কর্ণের সমান হইবে।

মনে কর P ও Q দুইটি ভেক্টর একটি বস্তুর উপর একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করে। উহাদের সন্নিহিত কোণ α। ঐ দুইটি ভেক্টরের লব্ধি $R = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$। লব্ধি ও P ভেক্টরের পজিটিভ্ দিকএর মধ্যে কোণ θ হইলে

$$\tan \theta = \frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$$

(ক) $\alpha = 90°$ হইলে $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$ ও $\tan \theta = \frac{Q}{P}$

(খ) $\alpha = 0°$ হইলে $R = P + Q$

(গ) $\alpha = 180°$ হইলে $R = P - Q$

(ঘ) $P = Q$ হইলে $R = 2P \cos \frac{\alpha}{2}$

এবং $\tan \theta = \tan \frac{\alpha}{2}$, $\therefore \theta = \frac{\alpha}{2}$.

2. কোন বস্তুর উপর 2 ও 4 পাউণ্ড ওয়েট বল পরস্পর 60° নতিকোণে ক্রিয়া করে। উহাদের লব্ধি বল কত হইবে ?

$P = 2$ পাউণ্ড ওয়েট, $Q = 4$ পাউণ্ড ওয়েট, $\alpha = 60°$

$\therefore \quad R^2 = 2^2 + 4^2 + 2 \times 2 \times 4 \cos 60° = 4 + 16 + 16 \times \frac{1}{2} = 28$

$R = \sqrt{28} = 5{\cdot}3$ পাউণ্ড ওয়েট $= 5{\cdot}3 \times 32 = 169{\cdot}6$ প।

$$\tan \theta = \frac{4 \sin 60°}{2 + 4 \cos 60°} = \frac{4 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2 + 4 \times \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

3. 2 উদাহরণে লব্ধি বল দুইটি P ও Q উপাংশে এরূপভাবে বিশ্লেষণ কর যাহাতে P ও Q ভেক্টর-এর সন্নিহিত কোণ সমকোণ হয়।

[উঃ $P = R \cos \theta, \quad Q = R \sin \theta$]

4. দুইটি বল কোন বস্তুতে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করিলে লব্ধি বল 10 পাউণ্ড হয়। উহারা সমকোণে ক্রিয়া করিলে লব্ধি বল $10\sqrt{13}$ হইত। বল দুইটির পরিমাণ কত?

[উঃ 30 ও 20 পাউণ্ড]

5. 1·5 গ্রাম ভরের একটি ছোট হাল্কা বল সিল্কের সুতায় ঝুলান আছে। উহা বাতাসের স্রোতে উল্লম্ব অবস্থা হইতে 30° কোণে দুলিয়া যায়। বলের উপর বাতাসের বলের পরিমাণ কত?

[উঃ 0·866 গ্রাম ওয়েট]

স্থিতিবিদ্যা

1. 10 ফুট লম্বা একটি লাঠির দুই প্রান্ত দুইজন মানুষ কাঁধে বহিতেছে। ঐ লাঠির মধ্যবিন্দুতে 100 পাউণ্ড ভরের বস্তু ঝুলাইয়া দিলে মানুষ দুইজন কত ভার বহন করে? (লাঠির ভর নগণ্য ধরিতে হইবে)

$P + Q = 100$

$P \times 5 = Q \times 5$

এবং $\left.\begin{array}{l} P + Q = 100 \\ P = Q \end{array}\right\}$ অথবা $P + P = 100 \quad \therefore \quad P = 50$

$P = Q = 50$ পাউণ্ড

2. 7 পাউণ্ড ও 8 ইঞ্চি ব্যাসের একটি গোলকের সহিত 5 পাউণ্ড ও 4 ইঞ্চি ব্যাসের একটি গোলক জুড়িয়া আছে। উহাদের অভিকর্ষকেন্দ্র নির্ণয় কর।

মনে কর, 7 পাউণ্ড গোলকের কেন্দ্র হইতে x ইঞ্চি দূরে মিলিত গোলক দুইটির অভিকর্ষকেন্দ্র হইলে $\quad 7 \times x = 5\,(12 - x)$

অথবা $7x = 60 - 5x$ অথবা $12x = 60$

$\therefore \quad x = 5$ ইঞ্চি।

3. 50 পাউণ্ড ওজনের একটি দণ্ডের একপ্রান্তে 10 পাউণ্ড ওজন ঝুলাইলে ঐ প্রান্ত হইতে 6 ফুট দূরত্বের একটি বিন্দুতে অভিকর্ষকেন্দ্র সরিয়া যায়। দণ্ডটির দৈর্ঘ্য কত? [উঃ 14·4 ফুট]

4. একটি হাল্কা মিটার-দণ্ডে 80, 60 ও 40 গ্রাম্ ওজন যথাক্রমে 5, 20 ও 60 সে.মি. এ ঝুলানো আছে। কোন্ বিন্দুতে বল প্রয়োগ করিলে উহা স্থির থাকিবে এবং ঐ বলের পরিমাণ কত?

মিটার-দণ্ডটি হাল্কা বলিয়া উহার ওজন নগণ্য।

R লব্ধি বল হইলে

$R=80+60+40=180$ গ্রাম ওয়েট্। O হইতে R বিন্দুর দূরত্ব বাহির করিতে হইলে বলের ভ্রামক O বিন্দু হইতে যোগ করিতে হইবে।

$$\therefore \quad 80\times 5+60\times 20+40\times 60=180\times x$$

অতএব $x=22{\cdot}2$ সে মি.

O হইতে 22·2 সে.মি. দূরত্বে ঐ মিটার-দণ্ডে 180 গ্রাম ওয়েট বল বিপরীত দিকে প্রয়োগ করিলে দণ্ডটি স্থির থাকিবে।

5. AB একটি সুষম দণ্ডের দৈর্ঘ্য 4 ফুট এবং উহার A বিন্দু হইতে 1 ফুট ও 3 ফুট দূরত্বে যথাক্রমে 10 পাউণ্ড ও 320 পাউণ্ড ওজন ঝুলানো আছে। B বিন্দু হইতে 1 ফুট 9 ইঞ্চি দূরত্বে বলপ্রয়োগে দণ্ডটি স্থির থাকিলে, দণ্ডটির ওজন কত? [উঃ 10 পাউণ্ড]

ঘর্ষণ

1. একটি ঘনক আনত তলের উপর অবস্থিত। $\mu=\frac{1}{\sqrt{3}}$ হইলে ঘনকটি কত নতি কোণে গড়াইয়া যাইবে? $\mu=\tan\theta$ হইবে। [θ তলের নতি কোণ।]

$$\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{3}} \qquad \therefore \quad \theta=30^\circ$$

2. 100 পাউণ্ড ওজনের কোন বস্তু এমন একটি আনত তলের উপর গড়াইয়া যায় যাহার নতি 100 তে 1. উহার ঘর্ষণগুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$\text{Sin}\ \theta=\frac{1}{100}$, $\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\sqrt{1-{\cdot}0001}=\sqrt{0{\cdot}9999}$

আনত তলের দিকে উহার ওজনের উপাংশ $Mg\sin\theta$

$\therefore \quad F=Mg\sin\theta$ এবং $R=Mg\cos\theta$

অতএব $\mu=\frac{F}{R}=\frac{Mg\sin\theta}{Mg\cos\theta}=\frac{1}{100}\times\frac{1}{\sqrt{{\cdot}9999}}={\cdot}01$

3. এস্কিমোদের একটি 250 পাউণ্ড ওজনের স্লেজগাড়ী বরফের উপর গড়াইয়া লইতে 25 পাউণ্ড ওজনের বল প্রয়োজন হয়। ঘর্ষণগুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$R = 250$ পাউণ্ড

$F = 25$ পাউণ্ড

$$\mu = \frac{F}{R} = \frac{25}{250} = 0{\cdot}1$$

4. 200 টন ওজনের রেলগাড়ী 150 H.P. দ্বারা ঘণ্টায় 30 মাইল চলে। গাড়ী ও রেললাইনের ঘর্ষণগুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: 0·0041]

5. 200 পাউণ্ড ভরের কোন বস্তু অনুভূমিক তলে অবস্থিত আছে। ঐ বস্তু ও তলের ঘর্ষণগুণাঙ্ক ·025 হইলে, ঐ তলে 50 ফুট যাইতে কত কার্য সম্পন্ন হইবে? [উ: 250 ফুট পাউণ্ড]

6. রাবার টায়ার ও রাস্তার মধ্যে ঘর্ষণগুণাঙ্ক 0·25 হইলে একটি 2 টন ট্রাক্ ঘণ্টায় 45 মাইল গতিবেগ হইতে ব্রেক্ কষিয়া স্থির অবস্থায় আসিতে কতটুকু নিম্নতম দূরত্ব অতিক্রম করিবে? [উ: 90·75 ফুট]

7. 200 টন ভরের একটি রেলগাড়ী ঘণ্টায় 30 মাইল বেগে চলে। ঘর্ষণজনিত বাধার পরিমাণ টনপ্রতি 10 পাউণ্ড ওয়েট হইলে রেলগাড়ীটি চলিতে কত অশ্বশক্তির ইঞ্জিন লাগিবে? [উ: 160]

বৃত্তীয় গতি

1. 1 পাউণ্ড ওজনের একটি পাথর 4 ফুট দড়ির একপ্রান্তে বাঁধা অবস্থায় বৃত্তীয় পথে ঘুরাইলে $\frac{1}{2}$ সেকেণ্ডে পাথরটি একবার পূর্ণবৃত্তে আবর্তিত হয়। দড়ির টানজনিত বল নির্ণয় কর।

টানজনিত বল $= \dfrac{mv^2}{r}$

পাথরের গতিবেগ $v = \dfrac{2\pi r}{t}$

$$\therefore \quad \frac{mv^2}{r} = \frac{m \times 4\pi^2 r^2}{t^2 \times r} = \frac{m \times 4\pi^2 r}{t^2}$$

$$= \frac{1 \times 4 \times 9{\cdot}87 \times 4}{\frac{1}{4}}$$

$= 631{\cdot}68$ পাউণ্ডাল

অথবা $\dfrac{631{\cdot}68}{32{\cdot}2} = 19{\cdot}6$ পাউণ্ড ওয়েট।

2. একটি গ্রামোফোন ডিস্ক মিনিটে 60 বার আবর্তিত হয়। 6·5 গ্রাম ওজনের একটি মুদ্রা উহার কেন্দ্রবিন্দু হইতে 8 সে.মি. দূরে রাখিলে ঐ মুদ্রার উপর অভিকেন্দ্র বল কত হইবে ?

ডিস্কের গতিবেগ = 60/মিনিট
= 1/সেকেণ্ড
= $2\pi r$ সে.মি./সে.
[r = ডিস্কের ব্যাসার্ধ]

মুদ্রার ভর = 6·5 গ্রাম (m)

বৃত্তের ব্যাসার্ধ = 8 সে.মি. (r)

$\therefore$ অভিকেন্দ্র বল $= \frac{mv^2}{r} = \frac{6\cdot5 \times (2_\pi \times 8)^2}{8} = 2058$ ডাইন

3. কোন বস্তুকণা মিনিটে 300 বার বৃত্তপথে আবর্তন করিলে রেডিয়ানে উহার কৌণিক গতিবেগ কত ? ঐ বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 ফুট হইলে উহার রৈখিক গতিবেগ নির্ণয় কর। [উঃ 10π রেডিয়ান, 40π ফুট]

4. 50 ফুট ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তের চাপের আকারের একটি সেতুর উপর কত গতিবেগে চলিলে উচ্চতম বিন্দুতে মাটি ছাড়াইয়া উপরে উঠিবে না ?

[সূত্র : $\frac{mv^2}{r} = mg$, $\frac{mv^2}{50} = m \times 32$

$v = 40$ ফুঃ/সেঃ

5. একজন সাইকেল-আরোহী ঘণ্টায় 50 মাইল বেগে চলিতে গিয়া 44 ফুট ব্যাসার্ধের বৃত্তের চাপের আকৃতিবিশিষ্ট মোড়ে বাঁক নেয়। ঐ সময়ে উহার নতি কোণ কত হইবে ? [উঃ প্রায় 19°]

6. একটি মোটরগাড়ী স্থির গতিবেগে ঘণ্টায় 60 মাইল বৃত্তীয় পথে চলিতেছে। ঐ বৃত্তীয় পথের ব্যাসার্ধ 40 গজ হইলে গাড়ীর ত্বরণ কত ?

[উঃ $64\frac{8}{15}$ ফুঃ/(সে)^2]

7. ঘণ্টায় 10 মাইল বেগে একজন সাইকেল-আরোহী 22 ফুট ব্যাসার্ধের বৃত্তীয় বক্রপথে মোড় বাঁকিতে উল্লম্ব হইতে কত কোণ হেলিবে ? সাইকেলের টায়ার ও রাস্তার ঘর্ষণগুণাঙ্কের সুসঙ্গত মান কত হইলে, এই অবস্থায় সাইকেল পিছলাইয়া পড়িবে না। সাইকেল ও আরোহীর ওজন 200 পাউণ্ড হইলে, রাস্তার তল চাকার উপর কত ঘর্ষণ-বল প্রয়োগ করিবে ?

[উঃ $\tan^{-1}\frac{11}{36}$; $\frac{11}{36}$; $61\frac{1}{9}$ পাউণ্ড ওয়েট]

8. $\frac{1}{2}$ পাউণ্ড ওজনের একটি পাথর 2 ফুট লম্বা দড়ির একপ্রান্তে ঝুলাইয়া অন্য প্রান্তটি আঙুলে জড়াইয়া অনুভূমিক তলে বৃত্তপথে ঘুরানো হইল। দড়িটি 112 পাউণ্ড-ওয়েট্ বলে ছিঁড়িয়া যায়। উহা না ছিঁড়িয়া কত সর্বোচ্চ গতিবেগে $\frac{1}{2}$ পাউণ্ড ওজনের ঐ পাথর ঘুরানো যাইতে পারে? [উঃ 9·5 আবর্তন/সেকেণ্ড]

9. 200 ফুট ব্যাসার্ধের অনুভূমিক বাঁকে মোড় লইবার সময় একটি ট্রামের গতিবেগ যদি সেকেণ্ডে 24 ফুট থাকে, তবে উহাতে কোন ব্যক্তি পকেটে হাত ঢুকাইয়া দাঁড়াইয়া থাকিলে কতটুকু হেলিবে? [$\theta = \tan^{-1} 0{\cdot}09$]

10. 4 ফুট ব্যাসার্ধের বৃত্তে একটি দড়িতে অনুভূমিক তলে কোন বল ঘুরাইতে থাকিলে ও ঐ বলের গতিবেগ সেকেণ্ডে 10 ফুট হইলে উহার বৃত্তীয় ত্বরণ কত হইবে? [উঃ 25 ফুঃ/(সেঃ)^2]

11. 10 পাউণ্ড ওজনের 3 ফুট দীর্ঘ একটি দণ্ড মিনিটে 50 বার আবর্তন করে। উহার গতীয় শক্তি কত?

গতীয় শক্তি $= \frac{1}{2} I w^2$

$I = \frac{1}{3} M l^2 = \frac{1}{3} \times 10 \times 3^2$ পাউণ্ড (ফুট)^2

$w = 50$/মিনিট

$= \frac{50}{60}$/সেকেণ্ড $= \frac{5}{6} \times 2\pi$ রেডিয়ান

গতীয় শক্তি $= \frac{1}{2} \times (\frac{1}{3} \times 10 \times 3^2) \times (\frac{5}{6} \times 2\pi)^2$

$= 411{\cdot}3$ ফুট পাউণ্ডাল।

12. 1000 ডাইন্ সে.মি. দ্বন্দ্বের প্রভাবে কোন বস্তু স্থির বেগে আবর্তন করে। দ্বন্দ্বটি অপসারিত হইলে উহা 50 বার আবর্তন করিয়া স্থির হয়। দ্বন্দ্ব অপসারণের মুহূর্তে বস্তুটির গতীয় শক্তি কত হইবে? [উঃ 314000 আর্গ]

কার্য, শক্তি ও ক্ষমতা

1. 2 টন ওজন উল্লম্ব উচ্চতায় 20 ফুট তুলিতে কত কার্য সম্পন্ন হইবে?

$W = F \times S = 4480 \times 20 = 89600$ ফুট পাউণ্ড

$= 89600 \times 32$ ফুট পাউণ্ডাল্।

2. 180 পাউণ্ড ওজনের কোন ব্যক্তি 5 মিনিটে 200 ফুট উচ্চ মিনারে উঠিল। সে গড় কত অশ্বশক্তিতে কার্য করিল?

5 মিনিটে কৃত কার্য $= 180 \times 200$ ফুট পাউণ্ড

1 মিনিটে কার্য $= \frac{180 \times 200}{5} = 7200$ ফুট পাউণ্ড

$\therefore \; HP. = \frac{7200}{33000} = 0{\cdot}218.$

3. 250 গ্যালন জল প্রতি মিনিটে 40 গজ উপরে তুলিতে কত অশ্বশক্তির ইঞ্জিন প্রয়োজন? (1 গ্যালন = 10 পাউণ্ড) [উ: $9\frac{1}{11}$]

4. পৃথিবীপৃষ্ঠের এক মাইল উচ্চতায় সঞ্চিত মেঘ হইতে এক বর্গমাইল পৃথিবীপৃষ্ঠ ব্যাপিয়া $\frac{1}{2}$ ইঞ্চি বৃষ্টিপাত হয়। ঐ মেঘ সঞ্চিত হইতে কত কার্য সম্পন্ন হইয়াছিল?

বৃষ্টির আয়তন = 1 বর্গমাইল × $\frac{1}{2}$ ইঞ্চি

$$= (1760 \times 3)^2 \times \frac{1}{2 \times 12} \text{ ঘনফুট}$$

বৃষ্টির মোট ভর $= (1760 \times 3)^2 \times \frac{1}{2 \times 12} \times 62.5$ পাউণ্ড

সম্পাদিত কার্য $= \{(1760 \times 3)^2 \times \frac{1}{2 \times 12} \times 62.5\} \times (1760 \times 3)$ ফুট পাউণ্ড

$= 383328 \times 10^6$ ফুট পাউণ্ড।

5. 250 টন ওজনের একটি ট্রেন ঘণ্টায় 60 মাইল চলে। ঐ ট্রেনের গতিবেগ ঘণ্টায় 65 মাইল করিতে কত শক্তি বাড়াইতে হইবে?

[উ: 3746652000 ফুট পাউণ্ডাল]

6. 10 কিলোগ্রাম ওজনের কোন বস্তু 10 মিটার উচ্চতা হইতে পড়িতে যে গতীয় শক্তি পায় উহা ঐ উচ্চতায় সঞ্চিত স্থৈতিক শক্তির সমান।

[গতীয় শক্তি = স্থৈতিক শক্তি = 98×10^8 আর্গ]

7. 50 গ্রাম ওজনের কোন বস্তু অভিকর্ষ দ্বারা অবাধে নীচে পতিত হয়। উহার উপর প্রযুক্ত অভিকর্ষ বল কত? 5 সেকেণ্ড পরে উহার ভরবেগ ও গতির শক্তি কত হইবে?

অভিকর্ষ বল = 50 × 980 = 49000 ডাইন্

$v = u + gt$, $u = 0$, $g = 980$, $t = 5$ সেকেণ্ড

$v = 5 \times 980$ সে./সেকেণ্ড = 4900 সে./সেকেণ্ড

ভরবেগ $= m \times v = 50 \times 4900 = 245000$ একক

গতীয় শক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (4900)^2$ আর্গ

$= 60025 \times 10^4$ আর্গ

8. গাড়ীর চাকা ও রেলপথের ঘর্ষণগুণাঙ্ক 0·5 হইলে, ঘণ্টায় 30 মাইল বেগে 30° নতি-কোণের রেলপথে চলিতে এঞ্জিনের ক্ষমতা কত প্রয়োজন হইবে?

এখানে $\sin\theta = \frac{1}{2}$

আনত তলের রেখায় ট্রেনের ওজন $= mg \sin\theta$

আনত তলের উল্লম্ব প্রতিক্রিয়া $R = mg \cos\theta$

ঘর্ষণ $F = vR = u\ mg \cos\theta$

এঞ্জিন-প্রযুক্ত বল $= mg \sin\theta + u\ mg \cos\theta$

$\therefore$ সেকেণ্ডে এঞ্জিন-কৃত কার্য

$= (u\ mg \cos\theta + mg \sin\theta) \times v$. [v = সেকেণ্ডে গতিবেগ]

$\therefore$ ক্ষমতা = সেকেণ্ডে কৃত কার্য $= (u\ mg \cos\theta + mg \sin\theta)\ v$

$u = 0{\cdot}5,\ m = 100 \times 2240$ পাউণ্ড, $g = 32$ ফুট,

$$\sin\theta = \tfrac{1}{2}, \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$v = 30$ মাইল/ঘণ্টা $= 44$ ফুট/সেকেণ্ড

$\therefore\ P = (50 \times 2240 \times 32 \times 1{\cdot}866)\ 44$ ফুট পাউণ্ডাল

$= 50 \times 2240 \times 1{\cdot}866 \times 44$ ফুট পাউণ্ড কার্য

$= \dfrac{50 \times 2240 \times 1{\cdot}866 \times 44}{550}$ H.P. $= 16720$ H.P.

[$\because$ 1 H.P. = 550 ফুট পাউণ্ড/সেকেণ্ড]

9. একটি এঞ্জিন মিনিটে 5000 গ্যালন জল 20 ফুট উচ্চতায় তুলিতে পারে। উহার শতকরা 30 ভাগ ক্ষমতা নষ্ট হইলে এঞ্জিনের ক্ষমতা কত ?

[উ: 43·3 H.P.]

10. কোন বস্তুর ওজন 100 পাউণ্ড। প্রতি ধাপ 9 ইঞ্চি উঁচু এরূপ সিঁড়ির 20টি ধাপে উহাকে 5 সেকেণ্ডে তুলিতে কি পরিমাণ ক্ষমতার প্রয়োজন ?

[উ: $\frac{6}{11}$ H.P.]

10. 130 পাউণ্ড ওজনের এক ব্যক্তি 30 ফুট উচ্চতায় 90 পাউণ্ড ওজন এক মিনিটে তুলিয়া লইলে সে কত কার্য করে ও উহার অশ্বশক্তি কত ?

[উ: 6600 ফুট পাউণ্ড ; 0·2 H.P.]

11. 200 পাউণ্ড ওজনের এক ব্যক্তি 3 মিনিটে 200 ফুট উঁচু মিনারের ছাদে হাঁটিয়া পৌঁছায়। গড় কত অশ্বশক্তিতে সে কার্য করে ? [উ: $\frac{40}{99}$ H.P.]

12. একটি ভার-উত্তোলক যন্ত্র 1000 পাউণ্ড ভার পঞ্চম তলে 5 সেকেণ্ডে তুলিতে পারে। প্রত্যেক তলের গড় উচ্চতা 77 ফুট হইলে ঐ যন্ত্রটির ক্ষমতা কত ?

[উ: 20 H.P.]

13. 165 পাউণ্ড ওজনের এক ব্যক্তি 10 মিনিটে 500 ফুট উঁচু ছাদে উঠিতে পারে। সে কী হারে কার্য করে ? [উ: 137·5 ফুট পাউণ্ড/সেকেণ্ড]

14. একটি কূপ হইতে 5 অশ্বশক্তির এঞ্জিনে 30 ফুট উঁচুতে জল তোলা হয়। এঞ্জিনের কার্যকারিতা (efficiency) শতকরা 85 ভাগ হইলে উহা মিনিটে কত গ্যালন জল তুলিবে? [উঃ 467·5 গ্যালন]

15. একখানি পাথরের ওজন 3 পাউণ্ড। উহা উপরের দিকে 96 ফুঃ/সেঃ গতিবেগে ছোঁড়া হইল। 2 সেকেণ্ড পরে উহার গতীয় শক্তি কত?

$$v = u - gt = 96 - 32 \times 2 = 32 \text{ ফুঃসেঃ}$$

গতীয় শক্তি $= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2}. 3. 32^2 = 1536$ পাউণ্ডাল।

মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ

1. পৃথিবী যদি একটি লোহার গোলক হইত এবং ঐ গোলকের ব্যাসার্দ্ধ $6·37 \times 10^6$ মিটার ও ঘনত্ব 7·86 গ্রাম/ঘন সেঃ মিঃ হইলে উহার পৃষ্ঠদেশে অভিকর্ষ জনিত ত্বরণ কত হইত? [মহাকর্ষ ধ্রুবক $C. G. S.$ এককে $6·658 \times 10^{-8}$]

$$mg = G\frac{Mm}{R^2}$$

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \rho \qquad \rho = 7·86 \frac{\text{গ্রাম}}{\text{ঘন সেঃ মিঃ}}$$

$$\therefore \quad g = G\frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2} = G\frac{4\pi R \times \rho}{3}$$

$$= 6·658 \times 10^{-8} \times 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{6·37 \times 10^8 \times 7·86}{3}$$

$= 1396$ সেঃ মিঃ/(সেকেণ্ড $)^2$

2. পৃথিবীপৃষ্ঠে 90 পাউণ্ড ওজনের কোন বস্তু মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠদেশে কত ওজন দেখাইবে? [মঙ্গল গ্রহের ভর ও ব্যাসার্দ্ধ পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্দ্ধের যথাক্রমে $\frac{1}{9}$ ও $\frac{1}{2}$] [উঃ 40 পাউণ্ড]

3. পৃথিবীর ব্যাসার্দ্ধ 4000 মাইল। 100 পাউণ্ড ওজনের বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হইতে 400 মাইল উচ্চতায় কত ওজন দেখাইবে? [উঃ 25 পাউণ্ড]

4. পৃথিবী ও সূর্যের দূরত্ব $1·49 \times 10^{13}$ সে. মি. হইলে সূর্যের ভর কত? [$G = 6·66 \times 10^{-8}$ $C. G. S.$ একক ; 1 বৎসর = 365 দিন] [উঃ $4·347 \times 10^{32}$ পাউণ্ড]

5. একটি সরল দোলক মিনিটে 98 বার দোল খায় ; $g = 980$ সে.মি./(সেকেণ্ড$)^2$ হইলে দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

$T = \frac{60}{98}$ সেকেণ্ড

$g = 980$ সে. মি./(সেকেণ্ড $)^2$

$$\frac{60}{98} = 2.3·1415\sqrt{\frac{L}{980}}$$

অতএব $L = 9·30$ সে. মি.

6. $g=981$ হইলে ঐ স্থানে একটি সেকেণ্ডস্ দোলকের দৈর্ঘ্য কত হইবে ?

সরল দোলকের $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

সেকেণ্ডস্ দোলকে $T=2$ সেকেণ্ড

$$\therefore \quad L=\frac{g}{\pi^2}=\frac{981\times 49}{22\times 22} \quad [\because \quad \pi=\tfrac{22}{7}]$$

$$=99{\cdot}39 \text{ সে. মি.}$$

7. 1 মিটার ও 1·1 মিটার দৈর্ঘ্যের দুইটি সরল দোলক একই সঙ্গে সমান বিস্তারে দুলিতে আরম্ভ করে। দীর্ঘতর দোলকের কতসংখ্যক দোলনের পর দুইটি দোলক আবার একসঙ্গে দোলন আরম্ভ করিবে ?

$$g=978 \text{ সে. মি./(সেকেণ্ড)}^2$$

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{100}{978}},\ T_2=2\pi\sqrt{\frac{110}{978}}$$

মনে কর 1·1 মিটার দৈর্ঘ্যের দোলক n_1 ও 1 মিটার দৈর্ঘ্যের দোলক (n_1+n_2) দোলনের পর পুনরায় একসঙ্গে দোলন আরম্ভ করিবে ;

অতএব $n_1\ t_2=(n_1+n_2)T_1$

অথবা $n_1(T_2-T_1)=n_2T_1 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots$ (1)

কিন্তু $(T_2-T_1)=-\frac{2\pi}{\sqrt{978}}(\sqrt{110}-\sqrt{100})$

(1) হইতে

$$\frac{2\pi n_1}{\sqrt{978}}(\sqrt{110}-\sqrt{100})=\frac{2\pi n_2\sqrt{100}}{\sqrt{978}}$$

$$\text{অথবা } n_1=\frac{10}{\sqrt{110}-10}n_2=\frac{10(\sqrt{110}+10)}{10}n_2$$

$$=(\sqrt{110}+10)\ n_2=20\ 5n_2 \text{ (প্রায়)}$$

$$=\tfrac{41}{2}n_2 \text{ (প্রায়)}$$

একটি পূর্ণসংখ্যা পাইতে হইলে n_2 এর মান অন্তত: 2 হওয়া প্রয়োজন, তখন $n_1=41$.

8. একটি সেকেণ্ডস্ দোলক ($T=2$ সেকেণ্ড) দিনে 5 সেকেণ্ড হারায়। উহার দৈর্ঘ্য কত কমাইলে উহা সঠিক সময় দিবে ?

1 দিন $=86400$ সেকেণ্ড। 5 সেকেণ্ড হারানোর ফলে দোলকটির অধিকম্প (beat) সংখ্যা $86400-5$ অর্থাৎ 86400 সেকেণ্ডে 86395 বার।

$\therefore \quad T=2\times\frac{86400}{86395}$ সেকেণ্ড [অর্থাৎ পুরা 2 সেকেণ্ড নহে]

$$\therefore \quad 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=2\times\frac{86400}{86395}$$

অথবা $\pi\sqrt{\frac{L}{g}}=\frac{86400}{86395}$

অথবা $\pi^2\frac{L}{g}=\left(\frac{86400}{86395}\right)^2 \quad \cdots \quad (1)$

এখন L দৈর্ঘ্য x সে. মি. কমাইলে দোলকটির $T=2$ সেকেণ্ড হয়।

ফলে $\pi\sqrt{\frac{L-x}{g}}=1$ অথবা $\pi^2\frac{L-x}{g}=1 \quad \cdots \quad (2)$

(1) ও (2) হইতে

$$\pi^2\frac{x}{g}=\left(\frac{86400}{86395}\right)^2-1=\left(1+\frac{5}{86395}\right)^2-1$$

$$=\left(1+\frac{2\times 5}{86395}+\cdots\right)-1$$

$=\frac{10}{86395}$ (বাকী অংশ গণ্য না করিয়া)

$\therefore \quad x=\frac{g}{\pi^2}\times\frac{10}{86395}=0\cdot0115$ সে. মি.

পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা

1. 0·4 সে. মি. ব্যাসের একটি তারে 25 কি. গ্রা. ওজন ঝুলাইলে উহা 100 সে. মি. হইতে 102 সে. মি. বাড়িয়া যায়। তারের পদার্থের ইয়ঙের গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [$g=980$ সে. মি /(সেকেণ্ড)^2] উঃ [$9\cdot8\times10^9$ ডাইন্/বর্গ সে.মি.]

2. 628 সে. মি. দীর্ঘ ও 2 মি. মি. ব্যাসবিশিষ্ট একটি লোহার তারে কত কিলোগ্রাম ভার ঝুলাইলে উহার দৈর্ঘ্য 1 মি. মি. বাড়িবে।

[Y লোহা $=C.\ G.\ S$ এককে 2×10^{12} ও $g=980$ $C.\ G.\ S$ একক]

$$Y=\frac{Fl}{\pi r^2\triangle l}=2\times10^{12}\ C.\ G.\ S.\ \text{একক}$$

এখানে $F=mg=m\times980$; $l=628$ সে. মি., $r^2=(\cdot1)^2=\cdot01$ বর্গ সে.মি.

$2\times10^{12}=\frac{m\times980\times628}{\frac{22}{7}\times\cdot01\times\cdot1}$ গ্রাম$=10\cdot19$ কি. গ্রা.

3. দুই প্রান্তে আবদ্ধ একটি কাঠের তক্তার উপর তাহার মধ্যবিন্দুতে 50 পাউণ্ড ওজন রাখিলে উহা 2 ইঞ্চি বাঁকিয়া যায়। 75 পাউণ্ড ভারে উহা কতটা বাঁকিবে ? 3·5 ইঞ্চি বাঁকিতে ঐ তক্তায় কত ওজন দিতে হইবে ?

[উঃ 3 ইঞ্চি এবং 387·5 পাউণ্ড]

4. 600·5 সে. মি. দীর্ঘ একটি তারে 20 কি. গ্রা. ওজন ঝুলান আছে। ঐ ওজন সরাইয়া লইলে তারের দৈর্ঘ্য 0·5 সে. মি. কমিয়া যায়। তারের ইয়ঙ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উঃ $2·35 \times 10^{13}$ ডাইন্/বর্গ সে. মি.]

5. 1 বর্গ সে. মি. প্রস্থচ্ছেদের একটি লোহার তারের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করিতে হইলে কত বল দ্বারা উহাকে টানিতে হইবে ?

$Y = 2 \times 10^{12}$ ডাইন্/বর্গ সে. মি.

$$Y = \frac{F \times l}{\pi r^2 \times \triangle l} = \frac{F \times l}{1 \times l} = F$$

$F = y = 2 \times 10^{12}$ ডাইন্/বর্গ সে. মি.

6. 10 ফুট লম্বা ও 0·125 বর্গ ইঞ্চি প্রস্থচ্ছেদের একটি তারে 450 পাউণ্ড ওজন ঝুলাইলে উহার দৈর্ঘ্য 0·15 ইঞ্চি বাড়ে। এক্ষেত্রে পীড়ন, বিকৃতি ও ইয়ঙ গুণাঙ্ক কি হইবে ?

[উঃ 3600 পাউণ্ড ওয়েট/বর্গ ইঞ্চি] ; $\frac{1}{8000}$; $2·88 \times 10^7 \frac{\text{পাউণ্ডওয়েট}}{\text{বর্গ ইঞ্চি}}$

7. $27^\circ C$ তাপমাত্রায় 1 গ্রাম বায়ু 1000 ঘন সে.মি. স্থান অধিকার করে। উহার মুক্ত তাপীয় স্থিতিস্থাপকতা নির্ণয় কর।

[উঃ $8·6 \times 10^5$ ডাইন্/বর্গ সে. মি.]

উদস্থিতিবিজ্ঞান

1. জলের কত গভীরতায় চাপ বায়ুমণ্ডলের দ্বিগুণ হইবে ?

[$P=10^6$ ডাইন্, $g=981$ সেঃমিঃ/(সেকেণ্ড)^2]

সূত্র ঃ $h \times 981$ ডাইন্ $=10^6$ ডাইন্

$\therefore \; h = \frac{10^6}{981} = 1019·36$ সে.মি.

2. প্রমাণ কর যে, কোন তরল পদার্থের উপরিতল ও z সে.মি. গভীর কোন বিন্দুতে চাপের পার্থক্য P হইলে, $P = g.\ d.\ z$

$d =$ তরল পদার্থের ঘনত্ব ; $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ।

3. একটি বোতলের মুখ ও তলদেশের ব্যাস যথাক্রমে $\frac{1}{2}$ ইঞ্চি ও 4 ইঞ্চি। বোতলটি তেলভর্তি অবস্থায় ছিপি আঁটিতে 1 পাউণ্ড ওয়েট চাপ দিলে উহার তলদেশে কত চাপ পড়িবে ?

[উঃ 64 পাউণ্ড ওয়েট]

4. হাইড্রোলিক চাপ উৎপাদক যন্ত্রের 2 সে.মি. ব্যাসের ছোট পিষ্টনে 50 কি.গ্রা. ওজন দিলে 10 সে.মি. ব্যাসের বৃহত্তর পিষ্টনটিতে কত বল প্রযুক্ত হইবে ?

[উঃ 1250 কি.গ্রা. ওয়েট]

5. একটি হাইড্রোলিক চাপ উৎপাদক যন্ত্রের ছোট পিষ্টনটির প্রস্থচ্ছেদ 1 বর্গফুট ও বড় পিষ্টনটির প্রস্থচ্ছেদ 20 বর্গফুট। ছোট পিষ্টনে 200 পাউণ্ড বলপ্রয়োগ করিলে বড় পিষ্টনের দ্বারা কত ওজন তোলা যাইবে? [উ: 4000 পাউণ্ড]

6. ফুঁ দিয়া সাবান জলে 2 সে.মি. ব্যাসার্দ্ধের বুদ্বুদ তৈয়ার করিতে কি পরিমাণ কার্য সম্পাদন হয়? [সাবান জলের পৃষ্ঠ টান = 80 CGS একক]

তাপমাত্রা স্থির ধরিয়া 0 ব্যাসার্দ্ধ হইতে 2 সে.মি. ব্যাসার্দ্ধের বুদ্বুদে বাড়িলে উহার ভিতরের ও বাহিরের তলের বৃদ্ধি $= 2(4\pi r^2) - 0 = 2 \times 4\pi \times 2^2 = 32\pi$ বর্গ সে.মি.। মুক্ত তাপ অবস্থায় একক আয়তন বৃদ্ধিতে কার্যের পরিমাণ পৃষ্ঠটানের মোট পরিমাণের সমান

অতএব কার্য $= 80 \times 32\pi = 80 \times 32 \times 3{\cdot}14$

$= 8038{\cdot}4$ আর্গ।

7. 1 সে.মি. ব্যাসার্দ্ধের গোলাকার একটি পারদবিন্দু 1000টি সমান গোলাকার বিন্দুতে ভাঙিয়া পড়ে। উহাতে শক্তির কি পরিবর্তন হইবে? (পারদের পৃষ্ঠটান = 500 ডাইন্/সে.মি.) [উ: 18000π আর্গ শক্তি বাড়িবে]

8. একটি ফাঁপা গোলকের ভিতরের ব্যাস 10 সে.মি., বাহিরের ব্যাস 12 সে.মি.। ইহা সম্পূর্ণভাবে জলে ভাসিয়া থাকে। গোলকের ঘনত্ব নির্ণয় কর।

V = গোলকের ঘনমান। d = গোলকের ব্যাস

$V \propto d^3 \quad \therefore \quad V = kd^3$, k = নিত্যসংখ্যা

গোলকের ভিতরের ঘনমান $= k(10)^3 = 1000k$ ঘন সে.মি.

" বাহিরের ঘনমান $k(12)^3 = 1728\ k$ "

$\therefore$ গোলকের বস্তুর কার্যত ঘনমান

$1728\ k - 1000\ k = 728\ k$ ঘন সে.মি.

যেহেতু গোলকটি সম্পূর্ণ ভাসিয়া থাকে

গোলকের ভর = অপসারিত জলের ভর

= অপসারিত জলের ঘনমান × জলের ঘনত্ব

$= 1728\ k \times 1 = 1728\ k$ গ্রাম

$\therefore$ গোলকের বস্তুর ঘনত্ব

$= \dfrac{\text{গোলকের ভর}}{\text{গোলকের বস্তুর ঘনমান}} = \dfrac{1728\ k}{728\ k} = 2{\cdot}37$ গ্রাম/ঘন সে.মি.

9. δ ঘনত্বের কোন বস্তু d গভীরতা বিশিষ্ট তরল পদার্থের পৃষ্ঠদেশে মন্দগতিতে ফেলিলে এবং তরলের ঘনত্ব $\delta'(\delta'<\delta)$ হইলে বস্তুটি $\sqrt{\dfrac{2d\delta}{g(\delta-\delta')}}$ সময়ে তরলের তলদেশে পড়িবে প্রমাণ কর।

g = অভিকর্ষজনিত ত্বরণ।

বস্তুর ঘনমান $= \dfrac{m}{\delta}$, m = বস্তুর ভর

= বস্তু কর্তৃক অপসারিত জলের আয়তন।

অপসারিত তরলের ওজন $= \left(\dfrac{m}{\delta}\times\delta'\right)g$

উহাই বস্তুর উপর প্লবতা বল।

অতএব বস্তুর ওজন − প্লবতা বল = বস্তুটির নীচে পড়িবার লব্ধি বল।

এই লব্ধি বল $= mg(1-\delta'/\delta) = m\times f$

$$\therefore\quad f = g\left(\frac{\delta-'}{\delta}\right)$$

d দূরত্ব t সময়ে অতিক্রম করিলে

$$d = \tfrac{1}{2}ft^2 = \tfrac{1}{2}g\left(\frac{\delta-\delta'}{\delta}\right)t^2$$

অথবা $t^2 = \dfrac{2d\delta}{g(\delta\ \ \delta')}$ $\qquad\therefore\quad t = \sqrt{\dfrac{2d\delta}{g(\delta-\delta')}}$

10. কয়েকটি তরল উপাদানের ভর ও ঘনত্ব জানা থাকিলে উহাদের মিশ্রণের ঘনত্ব কি হইবে?

সূত্র ঃ

মিশ্রণের ঘনমান $= \dfrac{m_1+m_2}{d} = \dfrac{m_1}{d_1}+\dfrac{m_2}{d_2}$ = উপাদানগুলির ঘনমানের যুক্তমান।

$$d = \frac{m_1+m_2}{d_2m_1+d_1m_2}\times d_1\times d_2$$

11. সোনা ও তামার 100 গ্রাম ওজনের মিশ্রধাতুর ঘনত্ব 16 হইলে এই মিশ্রণে খাঁটি সোনা কতটুকু আছে? (সোনার ঘনত্ব = 19, তামার ঘনত্ব = 9)

[উঃ 82·12 গ্রাম]

12. একটি কঠিন বস্তু তিনটি বিভিন্ন তরল পদার্থে ভাসমান হইলে যথাক্রমে উহাদের ঘনমানের $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ ও $\frac{1}{4}$ অংশ অপসারিত করে। ঐ তরল পদার্থগুলির সমান ঘনমানের মিশ্রণে ডুবাইলে ঐ বস্তুটি কত ঘনমান মিশ্রণের অংশ অপসারিত করিবে?

[উঃ $\frac{1}{3}$]

13. দুইটি বস্তুখণ্ড তুলাদণ্ডে ঝুলাইয়া জলে ডুবাইয়া রাখিলে সাম্যাবস্থায় থাকে। উহার একটি খণ্ডের ওজন 28 গ্রাম ও ঘনত্ব 5·6 গ্রাম/ঘন সে মি. হইলে এবং দ্বিতীয় খণ্ডটির ওজন 36 গ্রাম হইলে দ্বিতীয় খণ্ডটির ঘনত্ব বাহির কর।

[উঃ 2·77 গ্রাম/ঘন সে.মি.]

14. 1 ঘন সে.মি. সীসা (আপেক্ষিক ঘনত্ব = 11·4) 21 ঘন সে.মি. কাঠ (আপেক্ষিক ঘনত্ব = 0·5) একসঙ্গে জুড়িয়া জলে ডুবাইলে ইহা কি ডুবিয়া যাইবে ?

[উঃ উহার 21·9 ঘন সে.মি. অংশ ডুবিবে ও 0·1 ঘন সে.মি. অংশ জলে ভাসিবে]

15. একটি ফাঁপা ধাতু-গোলকের ব্যাসার্দ্ধ R ও উহার ধাতুর আপেক্ষিক ঘনত্ব S হইলে ঐ গোলকের দেয়াল $R/3S$ হইতে কম হইবে—প্রমাণ কর।

16. (ক) 6 সে.মি. পুরু আয়তাকার একটি কাষ্ঠখণ্ড জলে ভাসিয়া থাকে। উহার ঘনত্ব 0·6 গ্রাম/ঘন সে.মি. হইলে জলের পৃষ্ঠদেশ হইতে উহার নিম্নতল কত গভীরে থাকিবে ?

(খ) ঐ কাষ্ঠখণ্ডের আয়তন 120 বর্গ সে. মি. হইলে উহাকে 5 সে. মি. গভীরতায় ডুবাইতে উহার উপরিতলে কত বাড়তি ওজন চাপাইতে হইবে ?

[উঃ (ক) 3·6 সে.মি. (খ) 1t8 গ্রাম]

তাপীয় প্রসারণ

1. 66 ফুট লম্বা দুটি রেলের জোড়ায় $10°C$ তাপমাত্রায় 0·5 ইঞ্চি ফাঁক থাকে। কত তাপমাত্রায় এই ফাঁকটুকু শূন্য হইবে ?

রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক $= \alpha = \dfrac{l_t - l_o}{l_o(t-10)}$ অথবা $t - 10 = \dfrac{l_t - l_o}{\alpha l_o}$

$$= \frac{0 \cdot 5}{66 \times 12 \times 11 \times 10^{-6}} = 57 \cdot 4$$

$$\therefore \quad t = 57 \cdot 4 + 10 = 67 \cdot 4°C.$$

2. একটি গ্রিড্ আয়রন পেণ্ডুলামে 5টি লোহার ও 4টি পিতলের দণ্ড আছে। পিতলের প্রত্যেক দণ্ডের দৈর্ঘ্য 50 সে.মি. হইলে লোহার প্রত্যেক দণ্ডের দৈর্ঘ্য কত ? (লোহা ও পিতলের রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে 0·000012 এবং 0·000018)

[উঃ 50 সে.মি.]

3. $100°C$ ও $-100°C$ তাপমাত্রায় সীসার ঘনত্ব তুলনা কর। সীসার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক = 0 000028 এই তাপমাত্রা পরিবর্তনে সমান থাকে ধরিতে হইবে।

$$\frac{\rho_{100}}{\rho_{-100}} = 0 \cdot 98$$

4. প্রত্যেকটি দুই মিটার লম্বা একটি লোহার ও একটি দস্তার দণ্ড $0°C$ তাপমাত্রায় আছে। উহাদের সমানভাবে উত্তাপের দ্বারা $50°C$ তাপমাত্রায় তোলা হইল। ফলে দস্তার দণ্ডটি লোহার দণ্ড হইতে 0·181 সে.মি. বেশী বাড়ে। দস্তার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·0000298 হইলে লোহার প্রসারণ গুণাঙ্ক কত?

লোহার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক α হইলে

$200(1+50\alpha) = 50°\ C$ তাপমাত্রায় লোহার দণ্ডের দৈর্ঘ্য।

$50°C$ তাপমাত্রায় দস্তার দণ্ডের দৈর্ঘ্য $= 200(1+50\times 0{\cdot}0000298)$

এখন $200\{(1+50\times 0{\cdot}0000298)-(1+50\alpha)\} = 0{\cdot}181$

অথবা $1+50\times 0{\cdot}0000298 - 1 - 50\alpha = \dfrac{0{\cdot}181}{200}$

$= 0{\cdot}0000905$ অথবা $50(0{\cdot}0000298) - 50\alpha = 0{\cdot}0000905$

অথবা $0{\cdot}0000298 - \alpha = 0{\cdot}0000181$

$\therefore\ \alpha = 0{\cdot}0000117$

5. 100 সে. মি. ব্যাসার্দ্ধের একটি গোলককে তাপের দ্বারা $0°C$ হইতে $100°C$ তাপমাত্রায় তুলিলে উহার ব্যাসার্দ্ধ 101 সে.মি. হয়। ঐ গোলকের ধাতুর ঘনকীয় প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$V_{100} = V_0(1+\gamma\times 100)$$

$$\tfrac{4}{3}\pi.(101)^3 = \tfrac{4}{3}\pi(100)^3(1+\gamma\times 100)$$

অথবা $101^3 = 100^3(1+100\gamma)$

অথবা $1+100\gamma = \left(\dfrac{101}{100}\right)^3 = \left(1+\dfrac{1}{100}\right)^3$

$$= 1+\frac{3}{100}+\frac{3}{100^2}+\frac{3}{100^3}$$

অথবা $100\gamma = \dfrac{3}{100}+\dfrac{3}{100^2}+\dfrac{3}{100^3}$

$\gamma = \dfrac{3}{100^2}+\dfrac{3}{100^3}+\dfrac{3}{100^4} = \dfrac{3}{100^2} = 0{\cdot}0003,$ [দ্বিতীয় ও তৃতীয় সংখ্যাগুলি গণ্য না করিয়া]

6. ফ্রান্সের আইফেল টাওয়ার 335 মিটার উঁচু। উহার তাপমাত্রা শীতকালে 0°F ও গ্রীষ্মকালে 100°F হয়। টাওয়ারটি যে লোহার তৈরী উহার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক প্রতি ডিগ্রী সেণ্টিগ্রেডে 12×10^{-6}। শীতকাল হইতে গ্রীষ্মকালে টাওয়ারটির উচ্চতা কত বাড়ে?

লোহার প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 12 \times 10^{-6}/1^\circ C = \frac{5}{9} \times 12 \times 10^{-6}/1^\circ F$

তাপমাত্রার পার্থক্য $= 100 - 0 = 100^\circ F$

335 মিটার $= 335 \times 100$ সে. মি

গ্রীষ্মকালে টাওয়ারের বর্দ্ধিত দৈর্ঘ্য = শীতকালে টাওয়ারের দৈর্ঘ্য × তাপমাত্রার পার্থক্য × রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক

$= 335 \times 100 \times 100 \times \frac{5}{9} \times 12 \times 10^{-6} = 22{\cdot}3$ সে. মি.

7. লোহা, সীসা ও এলুমিনিয়ামের কত ঘনকীয় আয়তনের তাপীয় সামর্থ্য এক লিটার জলের তাপীয় সামর্থ্যের সমান ?

[লোহা, সীসা ও এলুমিনিয়ামের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে 0·12, 0·031 এবং 0·22 এবং উহাদের আপেক্ষিক গুরুত্ব (specific gravity) যথাক্রমে 7·5, 11·4 ও 2·7]

V_1, V_2 ও V_3 যথাক্রমে উহাদের ঈপ্সিত ঘনকীয় আয়তন হইলে

$V_1 = 111$ ঘন সে. মি., $V_2 = 2830$ ঘন সে. মি., $V_3 = 1684$ ঘন সে. মি.

8. একটি পিতলের রেকাব O°C তাপমাত্রায় দৈর্ঘ্যে 50 সে. মি. ও প্রস্থে 10 সে. মি.। 100°C তাপমাত্রায় উহার পৃষ্ঠদেশ 1·9 বর্গ সে.মি. বাড়ে। পিতলের রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক কত ? [উঃ $19 \times 10^{-6}/1^\circ C$]

9. একটি ওজন তাপমান যন্ত্রে 0°C তাপমাত্রায় 24 গ্রাম পারদ আছে। 100°C তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করিলে উহাতে 23·622 গ্রাম পারদ থাকে। আধারের রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উঃ 0·000007]

10. একটি পারদ তাপমান যন্ত্র 100°C তাপমাত্রার ফুটন্ত জলে ডুবান আছে। তাপমান যন্ত্রটি জল হইতে তুলিবার পর উহার 0° এর উপরের নল যখন গড় 10° তে থাকে তখন উহার 98·6° তে পারদ উঠিয়া থাকে। পারদের আপাত প্রসারণ নির্ণয় কর।

$$V = V_0\,(1 + \gamma t) \quad \text{অথবা} \quad \gamma = \frac{V - V_0}{V_0 t}$$

α = তাপমান নলের প্রস্থচ্ছেদ, উহা তাপে অপরিবর্তিত থাকে।

$$\text{অতএব} \quad \gamma = \frac{100\alpha - 98{\cdot}6\alpha}{98{\cdot}6\alpha(100 - 10)} = \frac{100 - 98{\cdot}6}{98{\cdot}6 \times 90} = 0{\cdot}00016$$

11. 20 ফুট দীর্ঘ একটি লোহার স্তম্ভক (Cylinder) পারদে উল্লম্ব অবস্থায় ভাসে। উহাদের উভয়ের তাপমাত্রা 0°C. উভয়ের তাপমাত্রা 100°C এ তুলিলে স্তম্ভকটি কতটুকু পারদে ডুবিবে ?

$0°C$ তাপমাত্রায় লোহার আপেক্ষিক গুরুত্ব $= 7.6$

" পারদের " $= 13.6$

$0°C - 100°C$ মধ্যে পারদের ঘনকীয় প্রসারণ গুণাঙ্ক $= .00018153$

" " লোহার রৈখিক প্রসারণ গুণাঙ্ক $= .00001182$

মনে কর স্তম্ভকের x ইঞ্চি পারদে $0°C$ তাপমাত্রায় ডুবিয়া আছে ও উহার প্রস্থচ্ছেদ A.

স্তম্ভকের ওজন = অপসারিত পারদের ওজন

$$xA \times 13.6 \times K = 20 \times A \times 7.6 \times K$$

$K = 4°C$ এ 1 ঘন ইঞ্চি জলের ঘনত্ব।

$\therefore \quad x = 11.176$ ইঞ্চি

$100°C$ তাপমাত্রায় পারদের ঘনত্ব কমে ও স্তম্ভকের আয়তন বাড়ে। $100°C$ তাপমাত্রায় স্তম্ভকের প্রস্থচ্ছেদ A' ও ঐ অবস্থায় উহা x' ইঞ্চি বিডুয়া থাকে।

$$\therefore \quad x' \times A' \times \rho_{100} \times K = 20 \times A \times 7.6 \times K$$

$\rho_{100} = 100°C$ তাপমাত্রায় পারদের আপেক্ষিক গুরুত্ব।

অথবা $\quad x' \times A' \times \rho_{100} = 20 \times A \times 7.6$

অথবা $\quad x' \times A\,(1 + 2 \times .00001182 \times 100) \times \dfrac{13.6}{1 + .00018153 \times 10}$

$$= 20 \times A \times 7.6$$

লোহার পৃষ্ঠ প্রসারণ $= 2 \times$ লোহার রৈখিক প্রসারণ

$$100°C \text{ তাপমাত্রায় পারদের ঘনত্ব} = \frac{0°C \text{ এ ঘনত্ব}}{1 + \gamma t}$$

অতএব $\quad x' = 11.36$ ইঞ্চি

এখন x' $0°C$ এ হ্রাসপ্রাপ্ত হইয়া $11.36\,(1 - 0.0000182)$

$= 11.34658$ ইঞ্চি দাঁড়ায়।

যদি আমরা স্তম্ভকে $0°C$ তাপমাত্রায় 11.176 ও 11.34658 ইঞ্চিতে দুইটি দাগ কাটিয়া রাখি, তবে $100°C$ তাপমাত্রায় স্তম্ভকটি 11.34658 দাগের নীচে পারদে ডুবিয়া থাকিবে।

অতএব উহা $(11.34658 - 11.176) = 0.17058$ ইঞ্চি বেশী ডুবিবে।

12. একটি ওজন তাপমান যন্ত্রের $0°C$ তাপমাত্রায় 500 গ্রাম পারদ ভর্তি থাকে। উহার তাপমাত্রা $100°C$ এ তুলিলে পারদের কত ভর বাহির হইয়া যাইবে? পারদের আপাত প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 0.00015$. [উঃ 7.87 গ্রাম]

13. 0°C ও 100°C তাপমাত্রায় পারদের ঘনত্ব যথাক্রমে 13·6 ও 13·35 হইলে পারদের বাস্তব প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ: 0·000187]

14. একটি কাঁচের পাত্র 15°C তাপমাত্রায় 1000 গ্রাম পারদে কানায় কানায় ভর্তি হয়। উহা 100°C তাপমাত্রায় ফুটন্ত জলে রাখিলে কত পারদ বাহির হইয়া যাইবে ?

পারদের বাস্তব প্রসারণ গুণাঙ্ক = 0·00018

কাঁচের রৈখিক ,, ,, = 0·00001

[উ: প্রায় 12·6 গ্রাম]

15 10°C তাপমাত্রা এবং 75 সে. মি. চাপ ও 15°C এবং 76 সে. মি. চাপের বায়ুর ঘনত্ব তুলনা কর। [উ: 5400 : 5377]

16 এক লিটার বাতাস 10°C তাপমাত্রায় উহার আয়তন ও চাপ দ্বিগুণ হওয়া পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হইল। ঐ অবস্থায় উহার তাপমাত্রা কত ? [উ: 859°C]

17. 50′ × 30′ × 25′ আয়তনের একটি ঘর 20°C হইতে 25°C তাপমাত্রায় উত্তপ্ত হইলে, স্থির চাপে উহার শতকরা কত ভাগ বাতাস বাহির হইয়া যাইবে ? [উ: 1·71%]

18 200 ঘন সে. মি. বাতাস 15°C হইতে স্থিরচাপে 65°C তাপমাত্রায় উত্তপ্ত হইলে উহার কত আয়তন হইবে ?

$$V_{15} = V_0(1 + \tfrac{1}{273} \times 15), \ V_{65} = V_0(1 + \tfrac{1}{273} \times 65)$$

$$\therefore \frac{V_{65}}{V_{15}} = \frac{1 + \frac{1}{273} \times 65}{1 + \frac{1}{273} \times 15},$$ এখন $V_{15} = 200$ ঘন সে. মি.

$\therefore \ V_{65} = 234·7$ ঘন সে. মি.

19. স্বাভাবিক চাপ ও তাপে এক লিটার হাইড্রোজেন বায়বের ওজন 0·9 গ্রাম হইলে, 75 সে. মি. চাপ ও 27°C তাপমাত্রায় উহার ওজন কত ? [উ: 0·8 গ্রাম]

20. কার্বন ডাই-অক্সাইড বায়বের 22·4 লিটার আয়তনের ওজন স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় 44 গ্রাম হইলে, উহার বায়বীয় নিত্যসংখ্যার মান কত ? [উ: $8·32 \times 10^7$ আর্গ/ডিগ্রী]

ক্যালোরিমিতি ও অবস্থার পরিবর্তন

1. একটি তামার পাত্রের জল তুল্যমূল্য 60 গ্রাম, উহাতে 30°C তাপমাত্রায় 600 গ্রাম জল আছে। একটি বুনসেন্ বার্নারে উৎপাদিত সেকেণ্ডে 100 ক্যালোরি তাপ ঐ পাত্রে প্রয়োগ করিলে কত সময়ে ঐ পাত্রের জল স্ফুটনাঙ্কে উঠিবে ? ঐ পাত্রের 50 গ্রাম্ জল কত সময়ে বাষ্পীভূত হইবে ?

(উ: 7 মি. 42 সে. ; 12 মি. 12 সে.)

2. $98^\circ C$ তাপমাত্রার 200 গ্রাম্ জলে $30^\circ C$ তাপমাত্রার 200 ঘন সে. মি. দুগ্ধ (ঘনত্ব = 1·03) একটি পিতলের পাত্রে মিশ্রিত করা হইল। ঐ পাত্রের তাপীয় সামর্থ্য জলের 8 গ্রামের সমান ও মিশ্রণের তাপমাত্রা $64^\circ C$। দুধের আপেক্ষিক তাপ কত ? [উঃ 0·93]

3. সমান ওজনের তিনটি তরল পদার্থ মিশ্রিত করা হইল। উহাদের আপেক্ষিক তাপ s_1, s_2, ও s_3 ও তাপমাত্রা যথাক্রমে t_1°, t_2° ও t_3°। মিশ্রণের তাপমাত্রা নির্ণয় কর।

প্রথমে দুইটি তরল (s_1 ও s_2 এবং t_1 ও t_2) মিশ্রিত করিলে এবং যদি উহাদের ভর m এবং মিশ্রণ তাপমাত্রা $T^\circ > t_1$ হয় তবে

$$m.s_1(T-t_1)=m.s_2(t_2-T)$$

অথবা $T(s_1+s_2)=s_1t_1+s_2t_2$

অথবা $T=\dfrac{s_1t_1+s_2t_2}{s_1+s_2}$ ... ... (1)

এখন তৃতীয় তরলটি মিশাইলে মিশ্রণের তাপমাত্রা $T_1 < t_3 > T$ হইবে।

তাহা হইলে $ms_1(T_1-T)+ms_2(T_1-T)$

$$=ms_3(t_3-T_1)$$

অথবা $T_1(s_1+s_2+s_3)=s_3t_3+T(s_1+s_2)$

$$=s_3t_3+\frac{s_2t_2+s_1t_1}{s_1+s_2}\times s_1+s_2 \quad \cdots \text{(1) হইতে}$$

$$=s_3t_3+s_2t_2+s_1t_1;$$

$$T_1=\frac{s_1t_1+s_2t_2+s_3t_3}{s_1+s_2+s_3}$$

4. $0^\circ C$ হইতে $10^\circ C$ তাপমাত্রায় তুলিতে 3 কি. গ্রা. তামাতে যত ক্যালোরি তাপ দিতে হয়, উহাতে 1 কি. গ্রা. সীসা $10^\circ C$ হইতে $100^\circ C$ তাপমাত্রায় উত্তপ্ত হইতে পারে। তামার আপেক্ষিক তাপ 0·093 হইলে সীসার আপেক্ষিক তাপ কত ? [উঃ 0·031]

5. 50 গ্রাম ওজনের একটি তামার ক্যালোরিমিটারে $20^\circ C$ তাপমাত্রায় 200 গ্রাম্ জল আছে। উহাতে 20 গ্রাম্ শুষ্ক বরফ যোগ করিয়া ভালভাবে মিশ্রণ করিলে শেষ তাপমাত্রা $11^\circ C$ এ দাঁড়ায়। বরফের লীন তাপ নির্ণয় কর। (তামার আপেক্ষিক তাপ = 0·095) [উঃ 81·14 ক্যালোরি]

6. $20^\circ C$ তাপমাত্রার 100 গ্রাম্ টিন গলাইতে কত একক তাপ প্রয়োজন ?

টিনের গলনাঙ্ক $= 232^\circ C$,

টিনের গলনের লীনতাপ $= 14$ ক্যালোরি

টিনের আপেক্ষিক তাপ $= 0{\cdot}055$

টিন আপেক্ষিক তাপ শোষণ করিয়া $20^\circ C$ হইতে $232^\circ C$ এ উঠে, পরে উহা লীন তাপ শোষণ করিয়া গলিত হয়।

অতএব প্রযুক্ত তাপ $= 100 \times {\cdot}055 \times (232 - 20) + 100 \times 14 = 2566$ ক্যালোরি।

7. দুইটি বস্তুর ঘনত্ব $2 : 3$ এবং উহাদের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে $0{\cdot}12$ এবং $0{\cdot}09$। উহাদের একক আয়তনে তাপীয় সামর্থ্য তুলনা কর : [উঃ $8 : 9$]

8. $100^\circ C$ তাপমাত্রার 10 পাউণ্ড তামার সংস্পর্শে $0^\circ C$ তাপমাত্রায় 1 পাউণ্ড বরফ থাকিলে কি হইবে ?

10 পাউণ্ড তামা $100^\circ C$ হইতে $0^\circ C$ নামিতে যে তাপ বাহিরে আসিবে উহার পরিমাণ

$$10 \times 453{\cdot}6 \times 0{\cdot}09 \times 100 \text{ ক্যালোরি}$$

অথবা $453{\cdot}6 \times 90$ ক্যালোরি

1 পাউণ্ড বরফ গলিতে যে তাপের প্রয়োজন তাহার পরিমাণ

$$453{\cdot}6 \times 80 \text{ ক্যালোরি}$$

তামা হইতে প্রাপ্ত তাপের পরিমাণ বরফের গলনে নিযুক্ত তাপ অপেক্ষা বেশী বলিয়া এই বাড়তি তাপ $0^\circ C$ তাপমাত্রা হইলে সম্পূর্ণ গলিত বরফ হইতে উৎপন্ন জলকে উত্তপ্ত করিবে।

এই তাপমাত্রা t হইলে

$$100 \times 453{\cdot}6 \times 0{\cdot}09 \times (100 - t)$$
$$= 453{\cdot}6 \times 80 + 453{\cdot}6 \times t$$

অতএব $t = 5{\cdot}26^\circ C$.

9. একটি তামার বল $100^\circ C$ তাপমাত্রায় উত্তপ্ত হইল এবং উহা একটি বরফ ক্যালোরিমিটারে রাখা হইল। বলটি ঠাণ্ডা হইতে উহার নির্গত তাপে $5{\cdot}45$ গ্রাম বরফ গলিয়া গেলে ও বরফের লীন তাপ 80 হইলে তামার আপেক্ষিক তাপ কত ?

[উঃ $0{\cdot}092$]

10. 200 গ্রাম তামা (আপেক্ষিক তাপ $0{\cdot}1$) $60^\circ F$ তাপমাত্রার একটি বদ্ধ কক্ষে ঝুলান আছে। স্বাভাবিক চাপে ঐ কক্ষে জলীয় বাষ্প প্রবেশ করাইলে তামার উপর কত বাষ্প ঘনীভূত হইবে ?

[বাষ্পের লীন তাপ $= 536$]

[উঃ $3{\cdot}15$ গ্রাম]

11. একটি পাত্রে $0°C$ তাপমাত্রায় 175 গ্রাম জল ও কিছু বরফ আছে। $100°C$ তাপমাত্রায় 10 গ্রাম জলীয় বাষ্প উহাতে প্রবেশ করাইলে সমস্ত বরফ গলিয়া তাপমাত্রা $10°C$ এ উঠে। পাত্রের জল তুল্যমূল্য 5 গ্রাম হইলে, প্রথমে কত পরিমাণ বরফ ছিল? [বাষ্পের লীনতাপ = 540 ক্যালোরি] [উ: 50 গ্রাম]

12. $-10°C$ তাপমাত্রার বরফ সম্পূর্ণ বাষ্পীভূত করিতে কত তাপ লাগিবে? (বরফ ও বাষ্পের লীন তাপ যথাক্রমে 80 ও 540) [উ: 725000 ক্যালোরি]

13. তিনটি বিভিন্ন তরল পদার্থ A, B ও C এর তাপমাত্রা যথাক্রমে $14°C$, $24°C$ ও $34°C$। A ও B এর সমান ভর মিশাইলে মিশ্রণের তাপমাত্রা $20°C$ হয়। B ও C এর সমান ভর মিশাইলে ঐ মিশ্রণের তাপমাত্রা $31°C$ হইলে, সমান ভরের A ও C মিশাইলে মিশ্রণের তাপমাত্রা কত হইবে? [উ: $29.6°C$]

14. কোন একদিন শিশিরাঙ্ক $12°C$ ও বাতাসের তাপমাত্রা $16°C$ ছিল $12°C$ ও $16°C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 10·51 মি. মি. ও 13·62 মি. মি. হইলে ঐ দিন বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা কত হইবে?

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত বাষ্পচাপ}}{\text{বাতাসের তাপমাত্রায় সংপৃক্ত বাষ্পচাপ}} \times 100$$

$$= \frac{10 \cdot 51}{13 \cdot 62} \times 100 = 77 \cdot 16\%$$

15. 100°C তাপমাত্রায় একটি বদ্ধপাত্রের বাতাস জলীয় বাষ্পে সংপৃক্ত আছে। উহার তাপমাত্রা 150°C এ বাড়াইলে স্থির আয়তনে উহার চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের দ্বিগুণ হয়। একই আয়তনে 0°C তাপমাত্রায় বিশুদ্ধ বাতাসের চাপ কত হইবে? [উ. 424·8 মি. মি. পারদ]

16. 20 গ্রাম জল 0°C তাপমাত্রায় পাত্রে রাখিয়া ভ্যাকুয়াম পাম্পের সাহায্যে ঐ পাত্রের বায়ু কমাইলে পাত্রের জল বরফে ঘনীভূত হয়। ঐ বরফের পরিমাণ কত? বরফের লীন তাপ = 80 ক্যালোরি/গ্রাম; জলের বাষ্পীভবনের লীনতাপ = 540 ক্যালোরি/গ্রাম। [উ: 17·647 গ্রাম]

17. বাতাসের তাপমাত্রা 20°C হইতে 5°C এ নামিয়া গেলে ও প্রথমে আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% থাকিলে কত অংশ জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হইবে?

[20°C ও 5°C এ সংপৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে 17·5 ও 6·5 মি. মি.]

[উ: 0·381]

তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য

1. 50 গ্রাম বরফ 0°C তাপমাত্রায় 100°C তাপমাত্রার জলে পরিণত হইতে কত কার্য সম্পাদিত হয়? [উ: 37800 জুল]

2. একটি লোহার বল স্থির অবস্থা হইতে 30 মিটার নীচে পড়িয়া যে গতীয় শক্তি পায় তাহাতে 0·7°C তাপমাত্রা বাড়িয়া যায়। উহা হইতে তাপের যান্ত্রিক তুল্যমূল্য মান নির্ণয় কর।

লোহার আপেক্ষিক তাপ = 0·1,

$g = 980$ সে. মি./(সেকেণ্ড)^2

লোহার বলের ভর $= m$ গ্রাম

30 মিটার অবাধ পতনে যে কার্য সম্পাদিত হয়

তাহার পরিমাণ $W = mgh = m \times 980 \times 30 \times 100$ আর্গ উৎপাদিত তাপ ;

$H = mst = m \times 0{\cdot}1 \times 0{\cdot}7$ ক্যালোরি

এখন $W = J \times H$; $\therefore \quad m \times 980 \times 30 \times 100$

$= J \times m \times 0{\cdot}1 = 0{\cdot}7$

$$\therefore \quad J = \frac{980 \times 30 \times 100}{0{\cdot}1 \times 0{\cdot}7} = 42 \times 10^6 = 4{\cdot}2 \times 10^7 \text{ আর্গ/ক্যালোরি}$$

3. 10 কি. গ্রা. ওজনের ভর এক কি. মি. উচ্চতা হইতে মাটিতে পড়িলে যদি উহার গতীয় শক্তি তাপে পরিণত হয়, তবে সেই তাপের পরিমাণ কত ?

$v^2 = 2gh = 2 \times 981 \times 10^5$ সে. মি.

$$H = \tfrac{1}{2}\frac{mv^2}{J} = \tfrac{1}{2}\,\frac{10 \times 1000 \times 2 \times 981 \times 10^5}{4{\cdot}2 \times 10^7} \text{ ক্যালোরি}$$

$= 234 \times 10^2$ ক্যালোরি

4. একটি সীসার বুলেট্ লক্ষ্যবস্তুতে প্রতিহত হইয়া 200°C তাপমাত্রা লাভ করে এবং সমস্ত তাপ ঐ বুলেটে থাকিলে উহার গতিবেগ কত ছিল ?

সীসার আপেক্ষিক তাপ = 0·03

[উঃ 22640 সেমি./সেকেণ্ড]

5. এক কিলোগ্রাম জলের তাপমাত্রা 10°C বাড়াইতে যে তাপের প্রয়োজন উহার তুল্যমূল্য আর্গ কত হইবে ? [উঃ $4{\cdot}2 \times 10^{11}$ আর্গ]

6. কত গতিবেগে একটি সীসার বুলেট্ 50°C তাপমাত্রায় একটি লক্ষ্য বস্তুতে সংঘাত করিলে ও সেই সংঘাতজনিত তাপ বুলেটের মধ্যে সীমাবদ্ধ থাকিলে ঐ বুলেটকে গলাইতে পারিবে ?

সীসার আপেক্ষিক তাপ = 0·31, সীসার গলনাঙ্ক = 335°C,

সীসার লীনতাপ = 5·37

[উঃ $3{\cdot}54 \times 10^4$ সে. মি./সেকেণ্ড]

7. এক গ্রাম কয়লার দহনে 8000 ক্যালোরি তাপ উৎপন্ন হয়। যদি একটি ষ্টীম এঞ্জিনের বয়লার কয়লার দহনের শতকরা 10 ভাগ কাজে লাগায় তবে, পাম্পের দ্বারা 2 গ্যালন জল 12 মিটার উপরে তুলিতে কত কয়লা লাগিবে?

$J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ আর্গ/ক্যালোরি, $g = 980$ সে. মি./(সেকেণ্ড)^2

1 গ্যালন জলের ভর $= 4500$ গ্রাম

কার্য $= 2 \times 4500 \times 12 \times 100 \times 980$ আর্গ

তুল্যমূল্য ক্যালোরি $= \dfrac{9000 \times 1200 \times 980}{4{\cdot}2 \times 10^7}$ ক্যালোরি

$= 10\%$ কয়লার তাপীয় শক্তির মান।

$\therefore$ মোট প্রযুক্ত ক্যালোরি $= \dfrac{9000 \times 1200 \times 980}{4{\cdot}2 \times 10^7} \times \dfrac{100}{10}$

1 গ্রাম কয়লা হইতে 8000 ক্যালোরি তাপ পাওয়া গেলে

$\dfrac{9000 \times 1200 \times 980}{4{\cdot}2 \times 10^7} \times \dfrac{100}{10}$ ক্যালোরি পাইতে

কয়লার পরিমাণ $= \dfrac{9000 \times 1200 \times 980 \times 100}{4{\cdot}2 \times 10^7 \times 10 \times 8000} = 0{\cdot}315$ গ্রাম

8. 100 মিটার উঁচু একটি জলপ্রপাতের শতকরা 90 ভাগ তাপ জলে সীমাবদ্ধ থাকিলে উহার উপর ও নিম্নতলের তাপমাত্রার পার্থক্য কত হইবে?

$m =$ জলের ভর

কার্য $= W = mgh = m \times 980 \times (100 \times 100) = m \times 98 \times 10^5$ আর্গ

উৎপাদিত তাপ $H = \dfrac{W}{J} = \dfrac{m \times 98 \times 10^5}{4{\cdot}2 \times 10^7}$ ক্যালোরি

90% তাপ $H = \dfrac{m \times 98 \times 10^5}{4{\cdot}2 \times 10^7} \times \dfrac{90}{100} = \dfrac{m \times 98 \times 9 \times 10^6}{4{\cdot}2 \times 10^9}$ ক্যালোরি

তাপমাত্রার পার্থক্য t°C হইলে

$$m \times 1 \times t = \frac{m \times 98 \times 9 \times 10^6}{4{\cdot}2 \times 10^9}$$

অথবা $t = \dfrac{98 \times 9 \times 10^6}{4{\cdot}2 \times 10^9} = \dfrac{98 \times 9}{4{\cdot}2 \times 10^3} = 0{\cdot}21$°C.

9. 20000 কি. গ্রা. ওজনের একটি উল্কাপিণ্ড সেকেণ্ডে 1000 কি. মি. গতিবেগে সূর্যের উপর পড়িল। উহাতে কত তাপ উৎপাদিত হইবে?

[$J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ আর্গ] [উঃ $2{\cdot}38 \times 10^{14}$ ক্যালোরি]

10. $-10°C$ তাপমাত্রার 40 গ্রাম বরফ $100°C$ তাপমাত্রার বাষ্পে পরিণত করিতে যে তাপ প্রয়োজন হয় উহার যোগান দিতে কত কার্য সম্পন্ন হয়?

বরফের আপেক্ষিক তাপ $=0{\cdot}5$ [উঃ 28840 ক্যালোরি]

11. 100 কি. গ্রা. ওজনের একটি গোলা কামান হইতে 400 মিটার/সেকেণ্ড গতিবেগে বাহির হইয়া হঠাৎ থামিয়া গেলে কত তাপ উৎপন্ন হইবে?

[$J=4{\cdot}2\times10^7$ আর্গ/ক্যালোরি] [উঃ $19{\cdot}05\times10^5$ ক্যালোরি]

বায়ব পদার্থের গতীয় তত্ত্ব

1. বায়ব পদার্থের গতীয় তত্ত্বে বায়ব পদার্থের ধর্ম মূলতঃ কী ধরিয়া লওয়া হয়?

(ক) বায়ব পদার্থের অণুগুলি সমান আকার ও ভরবিশিষ্ট দৃঢ় গোলকের মত। উহারা সবদিকে যদৃচ্ছ বিচরণ করিতে পারে।

(খ) অণুগুলি বিন্দুর মত অর্থাৎ বায়ব পদার্থের মোট আয়তনের তুলনায় ইহাদের প্রত্যেকের আয়তন নগণ্য।

(গ) অণুগুলি পরস্পরের উপর কোন বল প্রয়োগ করে না—কেবল পরস্পরের সংঘাতে উহাদের মধ্যে বল বিনিময় হয়। সংঘাতের পূর্বে উহারা সুষম গতিবেগে সরলরেখায় চলে। এই গতিপথ পরস্পরের সংঘাতে বা আধারের দেওয়ালে আহত হইয়া পরিবর্তিত হইতে পারে।

(ঘ) অণুগুলির সংঘাতকাল উহাদের স্বাধীন গতিপথ অতিক্রমকালের তুলনায় নগণ্য।

(ঙ) আণবিক সংঘাতে বায়ব পদার্থের ঘনত্বের কোন পরিবর্তন হয় না। অর্থাৎ অণুগুলি একটি বিশেষ স্থানে ভীড় করিয়া থাকে না।

(চ) আণবিক সংঘাত স্থিতিস্থাপক অর্থাৎ এই সংঘাতে অণুগুলির শক্তি স্থির থাকে।

(ছ) পূর্বোক্ত ধর্ম ধরিয়া লইলে দেখা যায় যে, একটি বদ্ধ আধারের বায়বীয় অণুগুলির কিছু অংশ সংঘাত ও যদৃচ্ছগতির জন্য উচ্চতর অথবা নিম্নতর গতিবেগ পাইলেও উহাদের অধিকাংশ অণু একটি মাঝামাঝি গতিবেগ পায়। আধারের চাপ ও তাপের উপর এই গতিবেগ নির্ভর করে। সাম্যাবস্থায় এই গতিবেগ স্থির হইলেও যদৃচ্ছ গতির জন্য সময়ের সহিত উহাদের গতিবেগের অল্পবিস্তর পরিবর্তন হয়।

2. 3·49 (7) সমীকরণ হইতে দেখাও যে

$P=\frac{1}{3}\rho\bar{c}^2$, $\rho=$ বায়ব পদার্থের ঘনত্ব।

$PV=\frac{1}{3}N.m\overline{v}^2$

$M=$ বায়ব পদার্থের ভর হইলে $M=N.m.$

অতএব $PV = \frac{1}{3} Mv^2$

$$\rho = \frac{M}{V}; \text{ অতএব } P = \frac{1}{3} \rho \bar{v}^2.$$

3. বায়বীয় পদার্থের গতীয় তত্ত্বে তাপমাত্রা সম্পর্কীয় ধারণা কী হইতে পারে ?

বায়ব পদার্থে অণুগুলি স্থির নহে—উহাদের গতিবেগ যদৃচ্ছ পথে উহাদের চালিত করে। উহাদের গতীয় শক্তির জন্যই উহারা শক্তি লাভ করে। এই গতীয় শক্তিই বায়ব পদার্থের তাপমাত্রা নির্দ্ধারণ করে। অণুগুলির গতিবেগ বাড়িলে, বায়ব পদার্থের তাপমাত্রাও বাড়ে। অণুগুলি সম্পূর্ণ গতিহীন হইলে তাপমাত্রাও শূন্য হয়। এই তাপমাত্রা হইল পরম শূন্য যাহার নীচের তাপমাত্রা কল্পনা করা যায় না। ঐ তাপমাত্রার মান $-273°C$ এবং ঐ তাপমাত্রায় বায়ব পদার্থের অণুগুলি সম্পূর্ণ গতিহীন হইয়া পড়ে।

4. R ও K এই দুইটি নিত্য সংখ্যার মান নির্ণয় কর।

$$R = \frac{PV}{T}$$

স্বাভাবিক চাপে ও তাপমাত্রায় সমস্ত বায়ব পদার্থের গ্রাম আণবিক ভর 22·4 লিটার আয়তন অধিকার করে বলিয়া

$$R = \frac{76 \times 13{\cdot}6 \times 980 \times 22400}{273} \text{ আর্গ/°C.}$$

$$= 8{\cdot}32 \times 10^7 \text{ আর্গ/°}C$$

$$= 1{\cdot}99 \text{ ক্যালোরি/°}C$$

বোল্‌টজম্যান নিত্যসংখ্যা $K = \frac{R}{N}$

$$= \frac{8{\cdot}32 \times 10^7}{62 \times 10^{22}} = 1{\cdot}38 \times 10^{-16} \text{ আর্গ/°}C$$

5. বায়ব গতীয় তত্ত্ব হইতে R এর স্বরূপ কি হইবে ?

বায়ব পদার্থের এক গ্রাম অণুর জন্য

$$PV = \frac{1}{3} N\, mv^2 \qquad 3.49(7) \text{ হইতে}$$

$$= RT$$

অতএব $R = \frac{1}{3} N \frac{\overline{mv^2}}{T}$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\, \overline{mv}^2, N \frac{1}{T} \qquad \ldots \qquad (1)$$

এখন $T=1^\circ$ পরমতাপমাত্রা ধরিলে

1° পরম তাপমাত্রায় $R=\frac{2}{3}$ গতীয় শক্তি

$\frac{1}{2}m\bar{v}^2$ = একটি অণুর গড় গতীয় শক্তি।

N = এক গ্রাম অণুতে অণুর সংখ্যা।

সমস্ত বায়ব পদার্থের জন্য N নিত্যসংখ্যা হইলেও m ও v^2 স্থির নহে। কিন্তু R সমস্ত বায়ব পদার্থের জন্য নিত্যসংখ্যা বলিয়া (1) সমীকরণ হইতে দেখা যায় যে, $\frac{1}{2}\overline{mv^2}/T$ সমস্ত বায়ব পদার্থের জন্য নিত্য, অর্থাৎ স্থির তাপমাত্রায় অণুর গড় গতীয় শক্তি স্থির মানের হইবে।

6. $0^\circ C$ তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হাইড্রোজেনের গতীয় শক্তি কি হইবে?

[উঃ $3{\cdot}4\times10^{10}$ আর্গ]

তাপীয় পরিবাহিতা

1. তামার পরিবহন গুণাঙ্ক 0·96; 1 মি. লম্বা, 1 মি. চওড়া ও 1 সে.মি. পুরু একটি তামার প্লেটের দুই প্রান্তে তাপমাত্রার পার্থক্য $10^\circ C$ হইলে এক মিনিটে ঐ প্লেটের মধ্য দিয়া কত তাপ পরিবাহিত হইবে?

$$Q=\frac{0{\cdot}96\times100\times100\times10\times60}{1}=576000 \text{ ক্যালোরি}$$

কারণ $K=0{\cdot}96$

$A=100\times100$(সে.মি.)^2

$10^\circ C=\theta_1-\theta_2$

1 মিনিট = 60 সেকেণ্ড

$d=1$ সে.মি.

2. 4 বর্গ সে.মি. প্রস্থচ্ছেদের একটি লৌহদণ্ডের দুই প্রান্ত যথাক্রমে বাষ্প ও বরফের সংস্পর্শে আছে। 10 মিনিটে কত বরফ গলিয়া যাইবে?

লোহার পরিবহন গুণাঙ্ক = 0·2 [উঃ 300 গ্রাম]

3. বাতাস $-5^\circ C$ তাপমাত্রায় থাকিলে একটি পুকুরে 10 সে. মি. পুরু বরফ জমে। আরও বেশী 1 মি. মি. পুরু বরফ কত সময়ে জমিবে? বরফের পরিবহন গুণাঙ্ক = 0·008, লীনতাপ = 80; এক বর্গ সে. মি. আয়তনে বরফের বর্ধিত ঘনকীয় আয়তন = $1\times\frac{1}{10}$ = 0·1 ঘন সে. মি. ঐ বরফের ভর = ·1 × ·92 গ্রাম = ·092 গ্রাম।

[বরফের ঘনত্ব 0·92 গ্রাম]

এখন 0·092 গ্রাম জল বরফে পরিণত হইলে $80 \times 0{\cdot}092$ ক্যালোরি তাপ বাহির হয়।

জল হইতে নির্গত তাপ $= \dfrac{KA(\theta_1 - \theta_2)}{d}$

$$= \frac{0{\cdot}008 \times 1 \times 5 \times t}{10}$$

$$= 80 \times 0{\cdot}092$$

অতএব $t = \dfrac{80 \times 0{\cdot}092 \times 10}{0{\cdot}008 \times 1 \times 5} = 1840$ সেকেণ্ড

$= 30\frac{2}{3}$ মিনিট

4. বেলেপাথরের পরিবহন গুণাঙ্ক 0·0027, ঐ খনি এলাকায় পৃষ্ঠদেশ হইতে 27 মিটার নীচে নামিলে তাপমাত্রা $1°C$ বেশী দেখা যায়। সেখানে এক বর্গ কিলো-মিটার পৃথিবীপৃষ্ঠে ঘণ্টায় কত তাপ ব্যয়িত হয়?

$$Q = \frac{KA(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$$

$K = 0{\cdot}0027$, $A = 10^{10}$ বর্গ সে মি. $\theta_1 - \theta_2 = 1°C$

$d = 2700$ সে.মি. $t = 3600$ সেকেণ্ড

$\therefore \quad Q = 3{\cdot}6 \times 10^7$ ক্যালোরি।